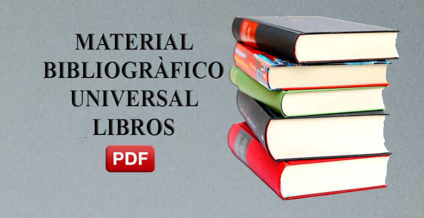


GEOMETRÍA

5 CUADRILÁTEROS

TEORÍA - DEMOSTRACIONES TRAZOS AUXILIARES

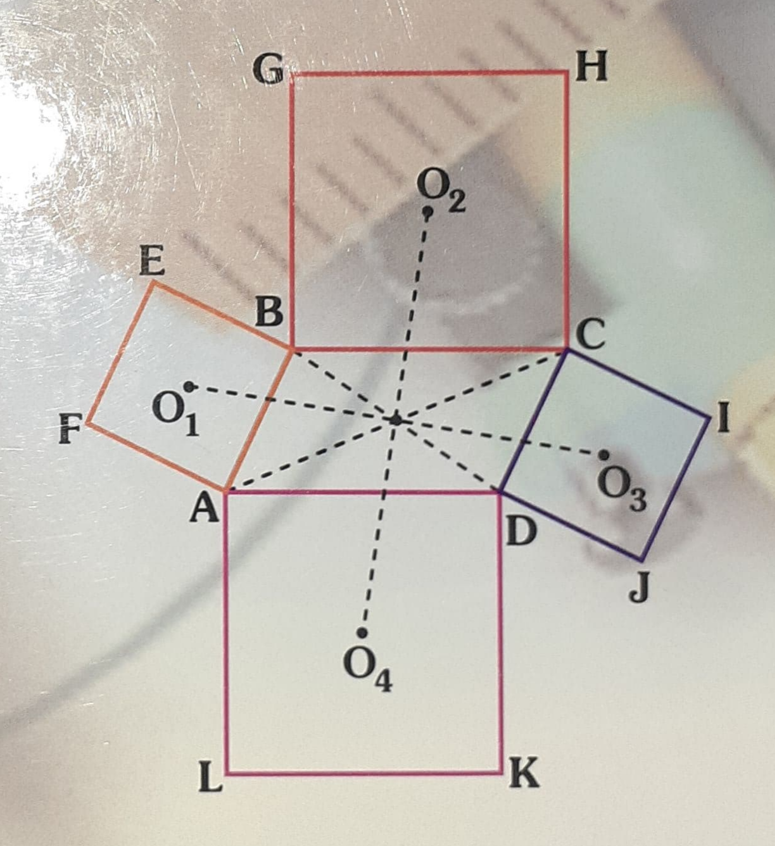
600 PROBLEMAS RESUELTOS Y PROPUESTOS

JULIO ORIHUELA BASTIDAS

Si ABCD es un paralelogramo y O_1, O_2, O_3 y O_4 son centros de los cuadrados ABEF, BGHC, DCIJ y ADKL respectivamente.

Se cumple:

$\overline{O_1O_3}$, $\overline{O_2O_4}$, $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ concurren







GEOMETRÍA

CUADRILÁTEROS

TEORÍA - DEMOSTRACIONES

300 Problemas Resueltos
300 Problemas Propuestos

JULIO ORIHUELA BASTIDAS



Índice

CUADRILÁTEROS

Índice



CUADRILÁTEROS

GEOMETRÍA

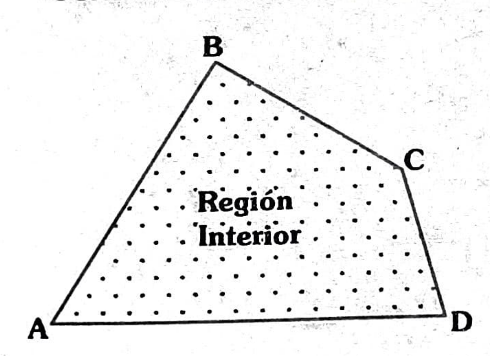
> Los nociones matemáticas son entidades intemporales que va más allá de nuestra existencia y a la vez son una realidad profunda que va más allá de lo material.
>
> **María Isabel Binimelis**

DEFINICIÓN

Es aquel polígono que tiene cuatro lados.

Los cuadriláteros pueden ser:

CUADRILÁTERO CONVEXO



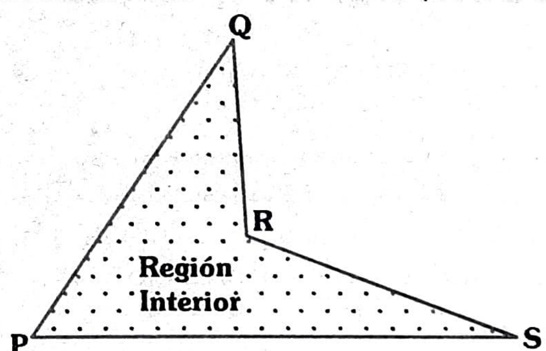
Notación :

⏢ABCD, se lee cuadrilátero ABCD.

Elementos:

- Vértices: A, B, C y D
- Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ y $\overline{DA}$

CUADRILÁTERO NO CONVEXO (Cóncavo)



Notación :

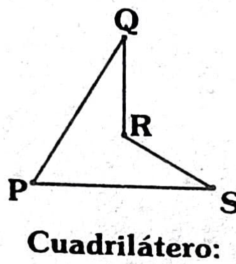
PQRS, cuadrilátero no convexo PQRS (no convexo en R).

Elementos:

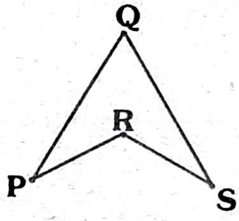
- Vértices: P, Q, R y S
- Lados: $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RS}$ y $\overline{SP}$

Observación

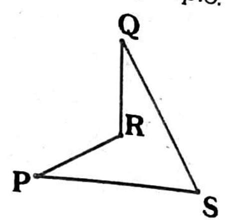
Es importante prestar mucha atención a la notación, se nombra en forma consecutiva los vértices esto se hace fundamental en el cuadrilátero no convexo, por ejemplo:



Cuadrilátero: PQRS



Cuadrilátero: PQSR

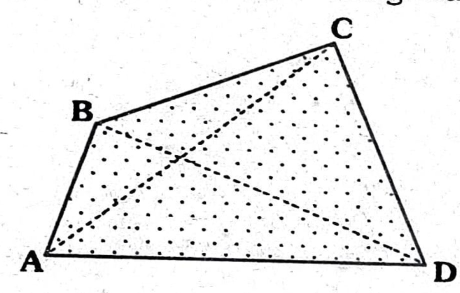


Cuadrilátero: PRQS

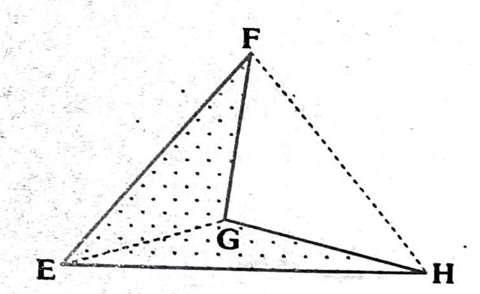
Como vemos es importante denotar bien, esto no se resaltaba en el tema de triángulos.

DIAGONALES DEL CUADRILÁTERO

Todo cuadrilátero tiene dos diagonales.



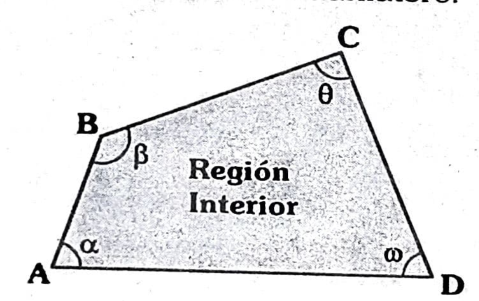
En el cuadrilátero convexo ABCD, son diagonales: $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$



En el cuadrilátero no convexo EFGH, son diagonales: $\overline{EG}$ y $\overline{FH}$

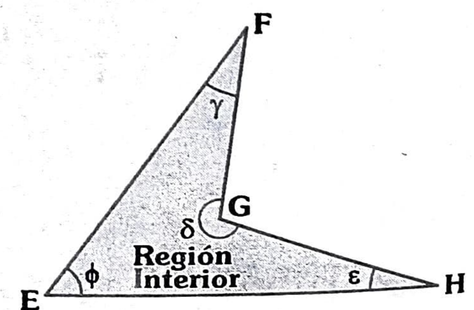
ÁNGULOS INTERIORES EN LOS CUADRILÁTEROS

Son aquellos ángulos determinados por dos lados consecutivos y su medida se realiza en la región interior de dicho cuadrilátero.



Las medidas de los ángulos interiores del ⏢ABCD son: α, β, θ y ω

Se cumple: $\alpha + \beta + \theta + \omega = 360°$

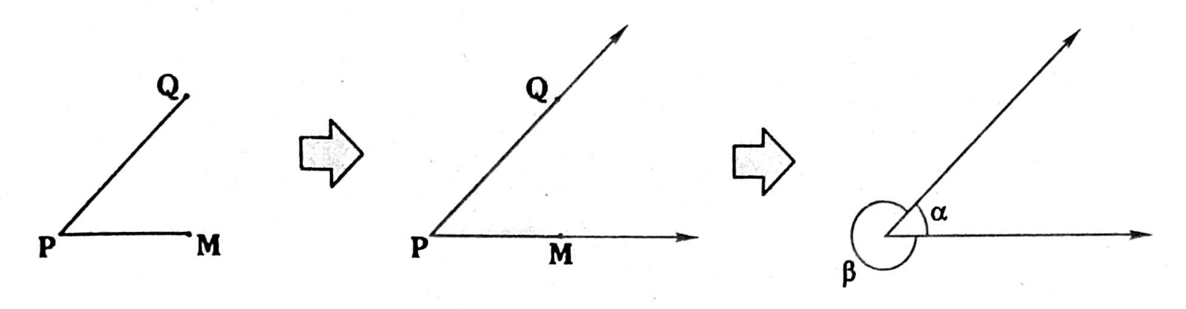


Las medidas de los ángulos interiores del ⏢EFGH son: ϕ, γ, δ y ε

Se cumple: $\phi + \gamma + \delta + \varepsilon = 360°$

Observación

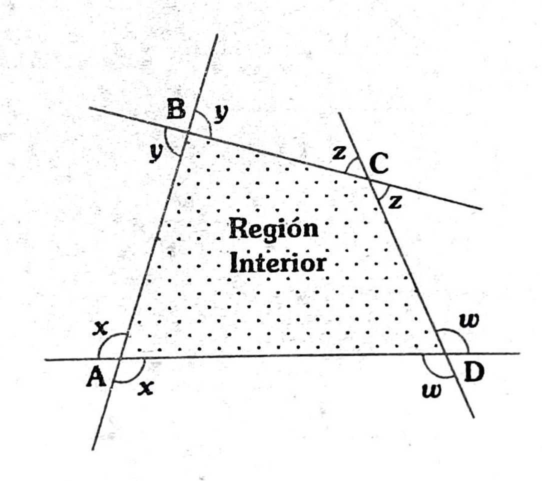
Notar que dos segmentos ubicados de la siguiente forma, determinan un ángulo al cual se le asocian dos medidas:



α y β : medidas asociadas al ángulo
$(\alpha + \beta = 360^\circ)$

ÁNGULOS EXTERIORES EN EL CUADRILÁTERO

No olvidar que los ángulos exteriores se asocian a los polígonos convexos. El cual es el ángulo obtenido como el ángulo suplementario y adyacente al ángulo interno.

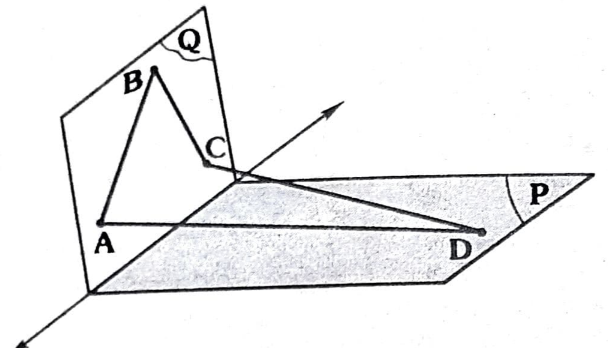


- Las medidas de los ángulos exteriores asociados al ⏢ABCD son: x, y, z y w
- Notar que hay dos ángulos externos por cada vértice.
- Se cumple:

$$x + y + z + w = 360^\circ$$

Observación

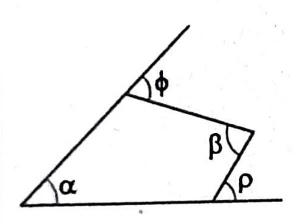
- *En geometría del espacio, se estudia también el denominado "cuadrilátero alabeado".*



El cuadrilátero **ABCD** es alabeado

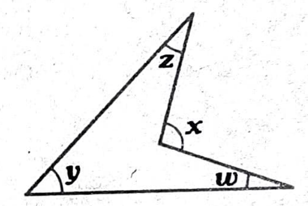
- *En esta publicación trabajaremos solo con cuadriláteros ubicados en un solo plano.*
- *Algunas propiedades relacionadas con cuadrilateros ya demostradas en la publicación de triángulos, las cuales nos servirán en muchos ejercicios.*

Se cumple:



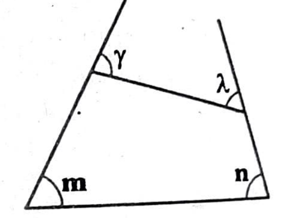
$\alpha+\beta=\phi+\rho$

Se cumple:



$x=z+y+w$

Se cumple:



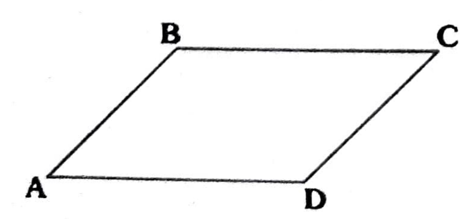
$m+n=\gamma+\lambda$

CLASIFICACIÓN DE LOS CUADRILÁTEROS

Los cuadriláteros se clasifican de acuerdo al paralelismo de sus lados.

PARALELOGRAMO

Es aquel cuadrilátero que tiene sus dos pares de lados opuestos paralelos.

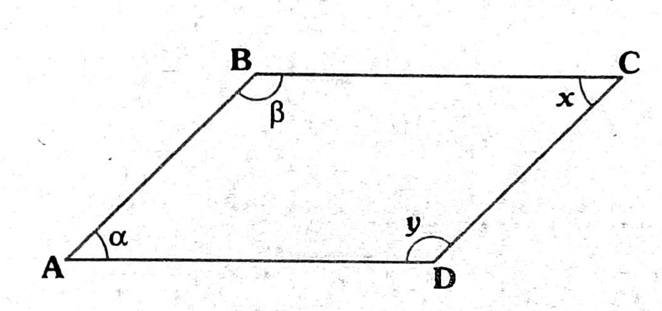


Si ABCD es un paralelogramo $\Rightarrow$ $\overline{AB} // \overline{DC}$ y $\overline{AD} // \overline{BC}$

TEOREMAS

- *En todo paralelogramo los ángulos opuestos son de igual medida.*

Prueba



– ABCD: paralegramo

– Como: $\overline{AD} // \overline{BC} \rightarrow \alpha + \beta = 180°$

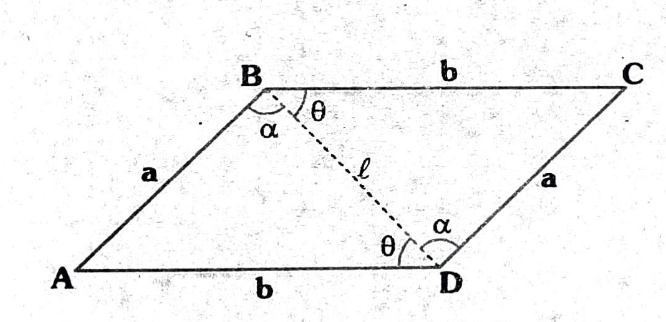
$\overline{AB} // \overline{DC} \rightarrow x + \beta = 180°$

– Luego: $\alpha = x$

– Análogamente: $\beta = y$

- *En todo paralelogramo los lados opuestos tienen igual longitud.*





– ABCD: paralelogramo

– Por ángulos alternos:

m∢ABD = m∢BDC y

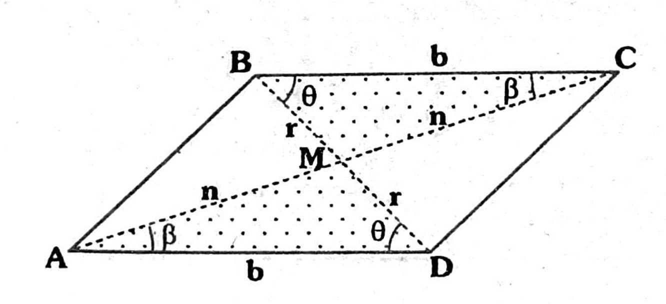
m∢CBD = m∢ADB

$\rightarrow$ ΔBDA ≅ ΔDBC (ALA)

$\therefore$ AB = CD y AD = BC

- *En todo paralelogramo las diagonales se bisecan.*

Prueba



– ABCD: paralelogramo

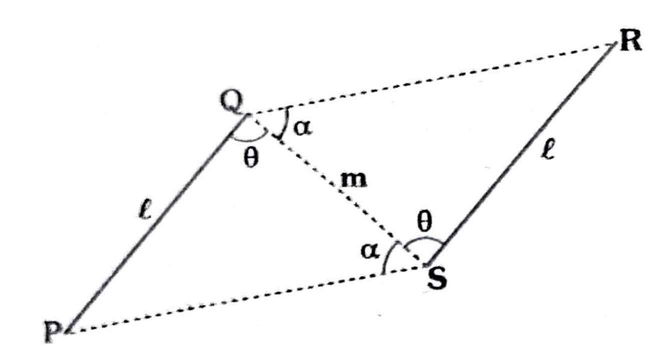
– Como AD=BC, m∢DAC = m∢ACB y

m∢ADB = m∢DBC

$\rightarrow$ ΔADM ≅ ΔCBM (ALA)

$\therefore$ BM=MD y AM=MC

- Si dos segmentos son paralelos y de igual longitud, entonces el cuadrilátero determinado por los extremos de dichos segmentos es un paralelogramo.



Sea $\overline{PQ} // \overline{SR}$ y $PQ = SR$

$\Rightarrow \Delta PQS \cong \Delta RSQ$ (LAL)

$\Rightarrow m\sphericalangle QSP = m\sphericalangle RQS$

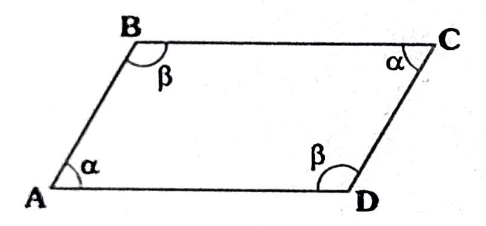
$\Rightarrow \overline{PS} // \overline{QR}$

$\therefore$ PQRS es un paralelogramo.

Observación

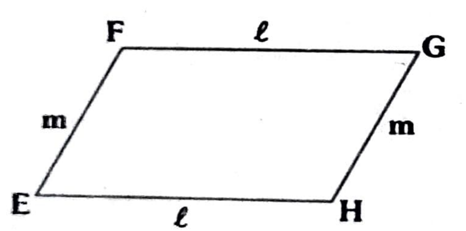
Los recíprocos también son ciertos:

I.



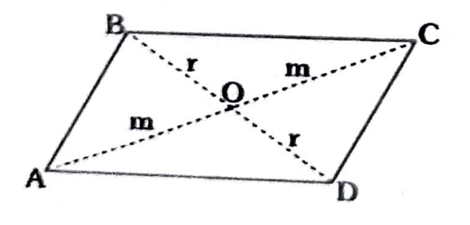
Si los ángulos opuestos de un cuadrilátero son de igual medida, entonces dicho cuadrilátero es una paralelogramo.

II.



Si los dos pares de lados opuesos de un cuadrilátero son de igual longitud, entonces dicho cuadrilátero es un paralelogramo.

III.



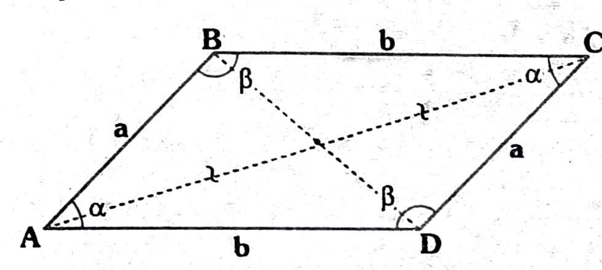
Si las diagonales de un cuadrilátero se bisecan entonces dicho cuadrilátero es un paralelogramo.

TIPOS DE PARALELOGRAMOS

Los paralelogramos se clasifican a su vez, en romboide, rectángulo, rombo y cuadrado.

I) Romboide

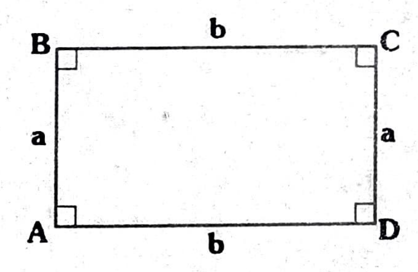
Es el paralelogramo propiamente dicho, es decir es el caso general de un paralelogramo.



ABCD: Romboide

II) Rectángulo

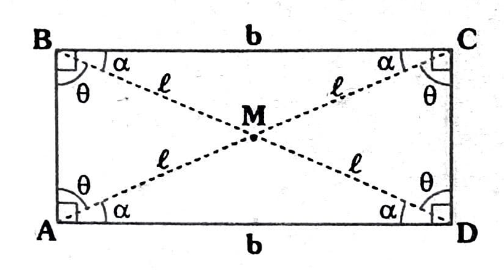
Es el paralelogramo cuyos ángulos internos son rectos (es un cuadrilátero equiángulo)



ABCD: Rectángulo

(*también llamado*: "***cuadrilongo***")

Veamos algunas propiedades del rectángulo que se deducen fácilmente:



– Notemos que $\measuredangle ADC \cong \measuredangle DAB$

$\Rightarrow \; AC=BD$

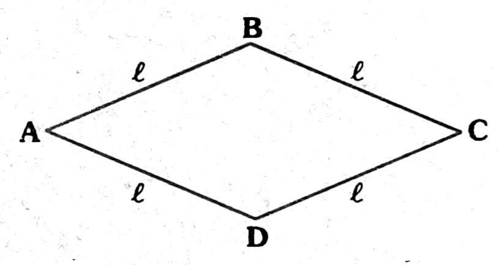
– Luego: $AM=MC=BM=MD$

$\Rightarrow \Delta AMD$, ΔBMC, ΔABM y ΔCDM: Triángulos isósceles

III) Rombo

Es aquel paralalegramo que tiene todos sus lados de igual longitud.

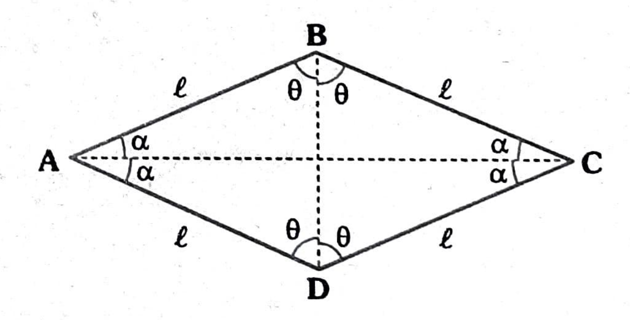
(*Es un cuadrilátero equilátero*).



ABCD: Rombo

(*También llamado*: "***Losange***")

Veamos algunas propiedades:



– Observemos $\Delta ABC \cong \Delta ADC$

$m\measuredangle BAC=m\measuredangle BCA=m\measuredangle CAD=m\measuredangle ACD$

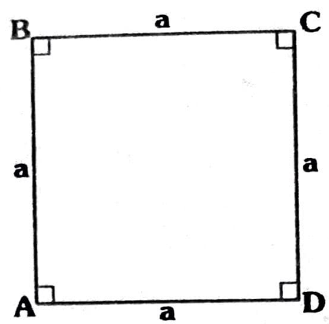
Es decir la diagonal $\overline{AC}$ es bisectriz de los ángulos BAC y BCD.

– Análogamente para la otra diagonal.

– También: $\alpha+\theta=90° \Rightarrow \overline{AC} \perp \overline{BD}$

IV) Cuadrado

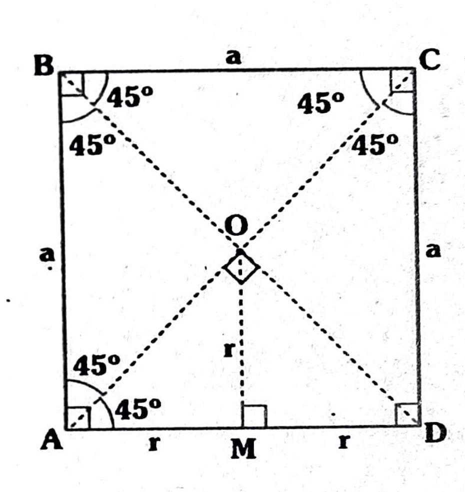
Es aquel paralelogramo cuyos ángulos internos son rectos y todos sus lados son de igual longitud.



ABCD: Cuadrado

(Es equiángulo y equilátero, es decir es cuadrilátero regular)

Algunas propiedades:



- Notemos que: $\triangle ABC$: isósceles

  $\rightarrow$ $m\sphericalangle BAC = m\sphericalangle BCA = 45°$

  Luego las diagonales son bisectrices de los ángulos opuestos.

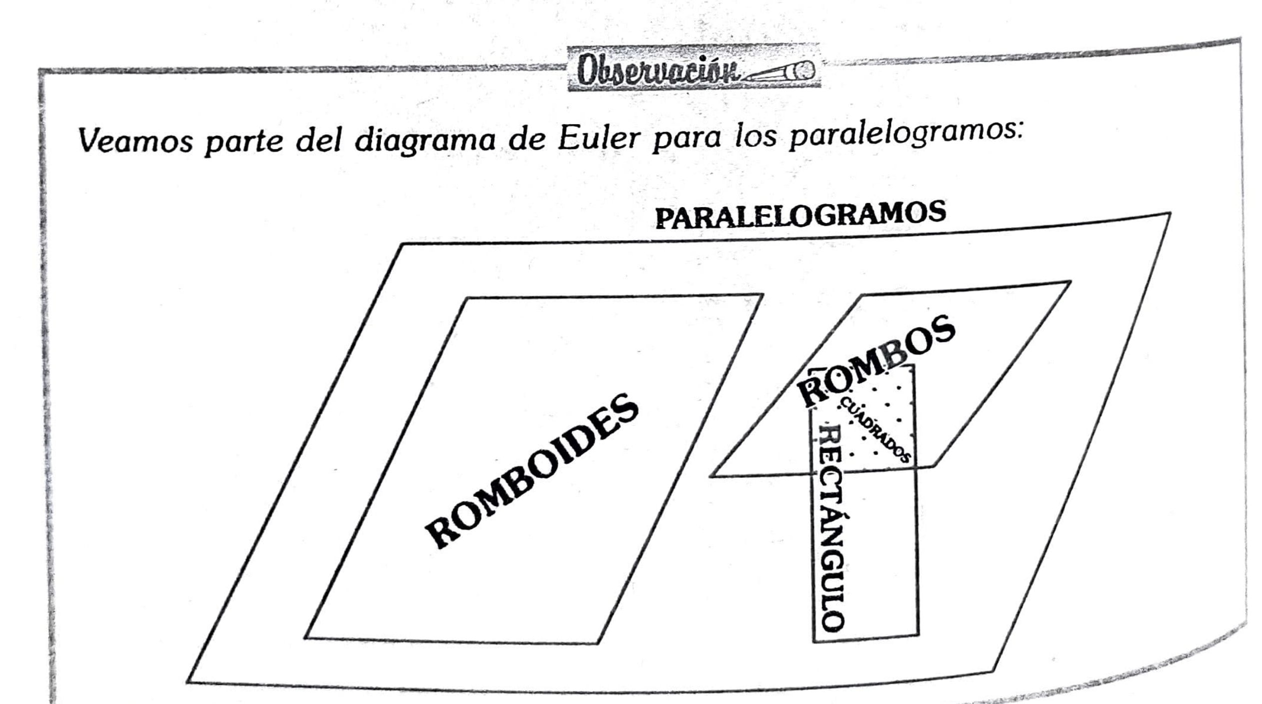
- También:

  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ y $AC = BD = a\sqrt{2}$

- O: centro del cuadrado
- También: AM=MD=OM

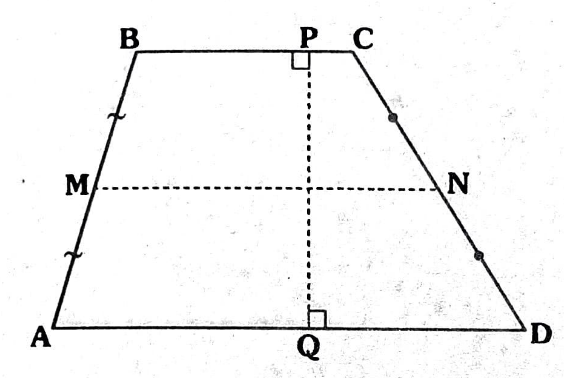
Observación

Veamos parte del diagrama de Euler para los paralelogramos:



TRAPECIO

Es aquel cuadrilátero que tiene solamente un par de lados opuestos paralelos, a los cuales se les denomina: bases y al otro par de lados opuestos se les llama: lados laterales.

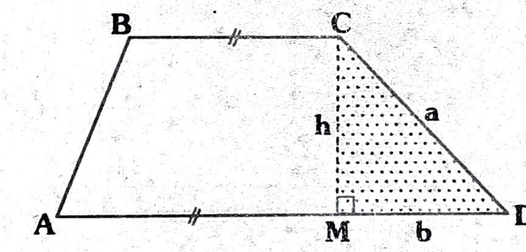


Si $\overline{AD}//\overline{BC}$ $\rightarrow$ ABCD es trapecio

- Bases: $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$
- Lados laterales: $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$
- Altura: $\overline{PQ}$
- Base media: $\overline{MN}$

Observación

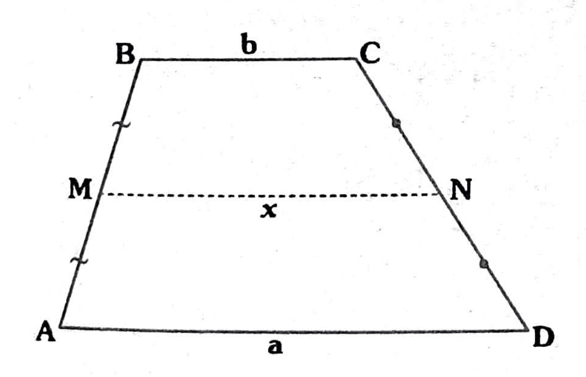
- *La base media es también denominada: "mediana" o "paralela media".*
- *Cuando nos pidan la longitud de la altura es recomendable trazarla de un extremo del lado lateral, pues así tendríamos un triángulo rectángulo.*



En ⊿CMD: $h^2 + b^2 = a^2$

TEOREMAS

La base media de un trapecio es paralela a las bases y tiene por longitud la semisuma de las longitudes de las bases.

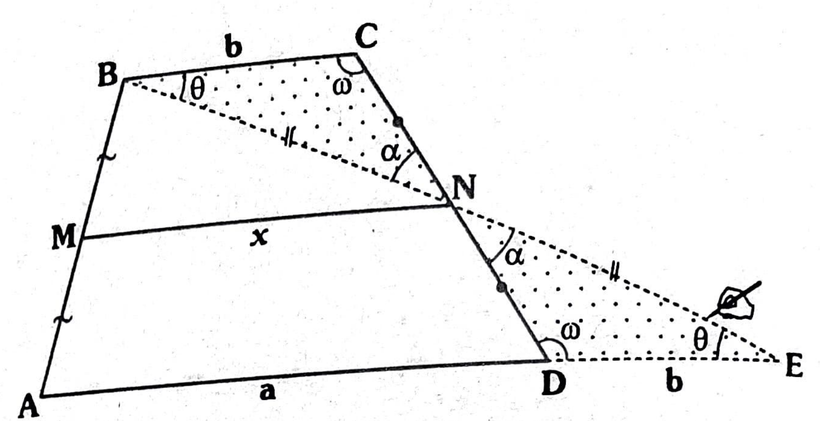


En el gráfico, $\overline{AD}//\overline{BC}$, AM=MB y CN=ND

Se cumple:

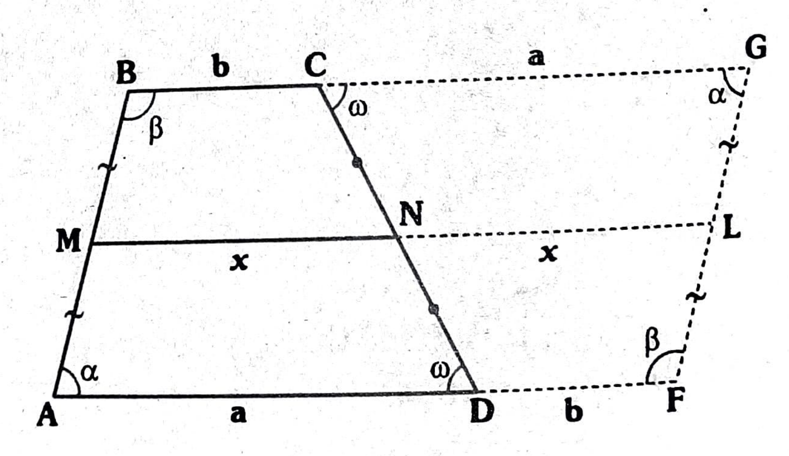
$$\overline{MN}//\overline{AD}//\overline{BC} \quad \text{y} \quad x=\frac{a+b}{2}$$

Prueba



- Se prolonga $\overline{BN}$ el cual corta en E a la prolongación de $\overline{AD}$.
- $\Delta CNB \cong \Delta DNE$ (ALA) $\rightarrow DE = BC = b$ y $BN = NE$
- En ΔABE: $\overline{MN}$ es base media $\Rightarrow$ $x=\dfrac{a+b}{2}$ y $\overline{MN} // \overline{AD}$

Otra forma



Se traza el trapecio DCGF congruente con ABCD. Como AM=LF y $\overline{AM} // \overline{LF} \Rightarrow$ AMLF es paralelogramo, entonces:

$$AF=MN$$

$$\Rightarrow \quad 2x=a+b$$

$$\therefore \quad x=\frac{a+b}{2}$$

Observación

*

Si $\overline{AD} // \overline{BC}$, AP=PB y $\overline{PQ} // \overline{AD}$

$\Rightarrow$ $\overline{PQ}$ es base media del trapecio ABCD.

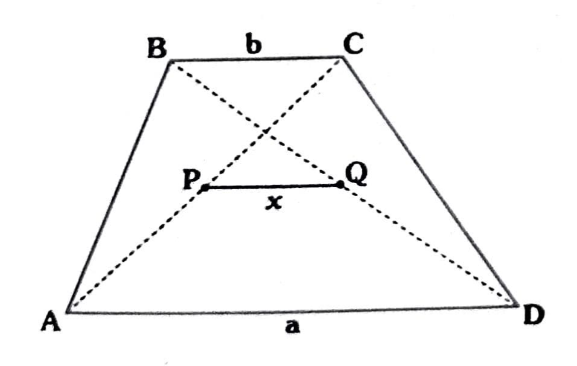
*

Si AP=PB, CQ=QD y $PQ=\dfrac{AD+BC}{2}$

$\Rightarrow$ $\overline{AD} // \overline{BC}$

(la prueba la realizaremos más adelante)

- ***En todo trapecio el segmento que une los puntos medios de las diagonales es paralela a las bases del trapecio y tiene por longitud la semidiferencia de las longitudes de las bases.***



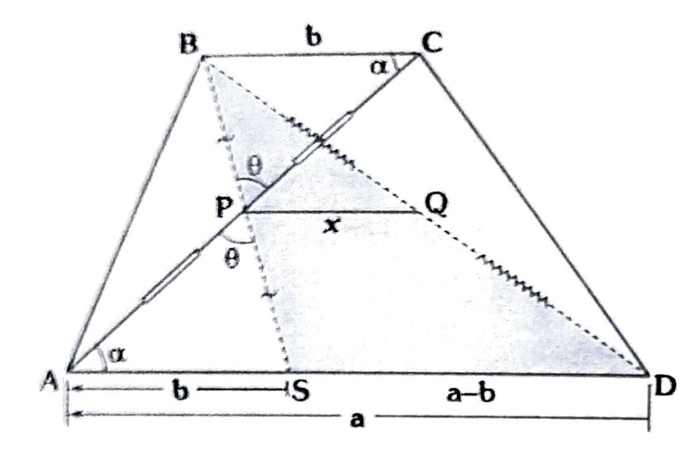
Sea $\overline{AD} // \overline{BC}$ (a>b)

AP=PC y BQ=QD

Se cumple:

$$\overline{PQ} // \overline{AD} // \overline{BC} \quad y \quad x=\frac{a-b}{2}$$

Prueba



Se prolonga $\overline{BP}$ hasta que corte a $\overline{AD}$ en S.

Notemos que: $\Delta APS \cong \Delta CPB$

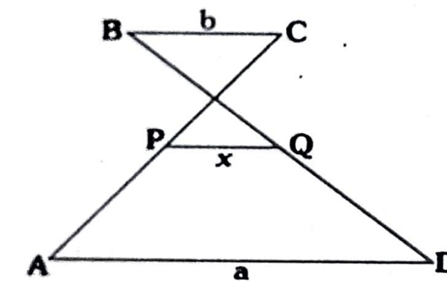
$\rightarrow$ $BP=PS$ y $AS=b$

En el ΔSBD, notamos que $\overline{PQ}$ es su base media:

$$x=\frac{a-b}{2} \quad \text{y} \quad \overline{PQ}//\overline{AD}$$

Observación

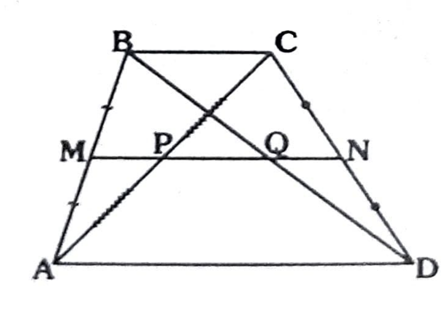
– *Notemos que para el uso de la propiedad anterior no es necesario trazar* $\overline{AB}$ *y* $\overline{CD}$. *Puede quedar así:*



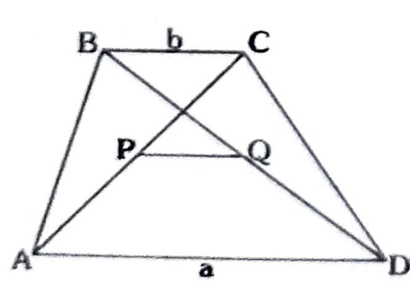
Si $\overline{AD}//\overline{BC}$, $AP=PC$ y $BQ=QD$ $\rightarrow$ $x=\dfrac{a-b}{2}$

y $\overline{PQ}//\overline{AD}$

– *Se cumple que* $\overline{PQ}$ *está contenida en la base media.*



$\overline{PQ} \subset \overline{MN}$



Si $\overline{AD}//\overline{BC}$, $AP = PC$ y $\overline{PQ}//\overline{AD}$

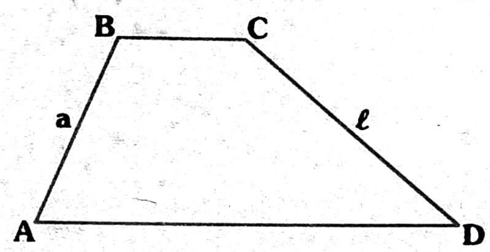
$\Rightarrow$ $PQ=\dfrac{a-b}{2}$ y $BQ=QD$

CLASIFICACIÓN DE LOS TRAPECIOS

La clasificación se da atendiendo a las longitudes de los lados laterales.

TRAPECIO ESCALENO

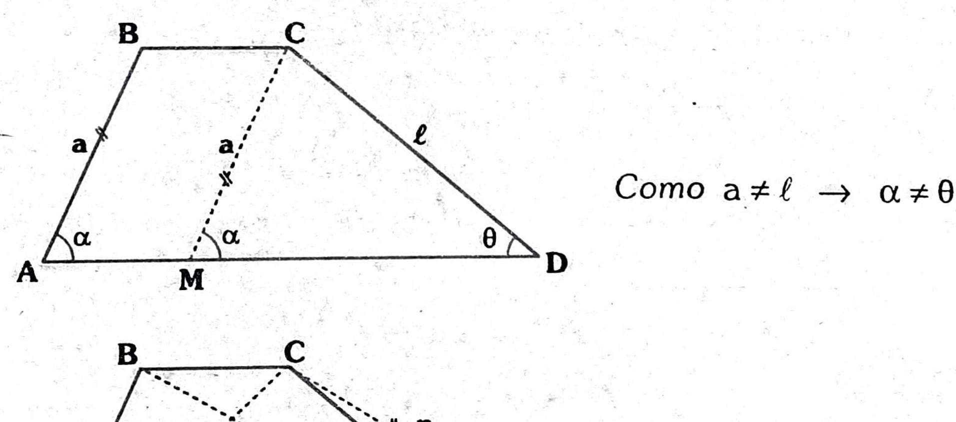
Es aquel trapecio cuyos lados laterales son de diferente longitud.

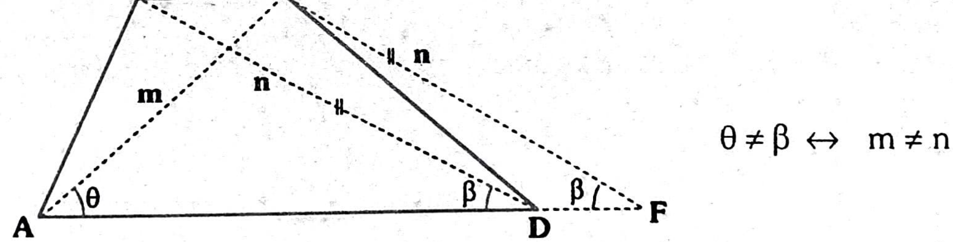


Si $\overline{AD} // \overline{BC}$ y $a \neq \ell$ $\rightarrow$ ABCD es un trapecio escaleno.

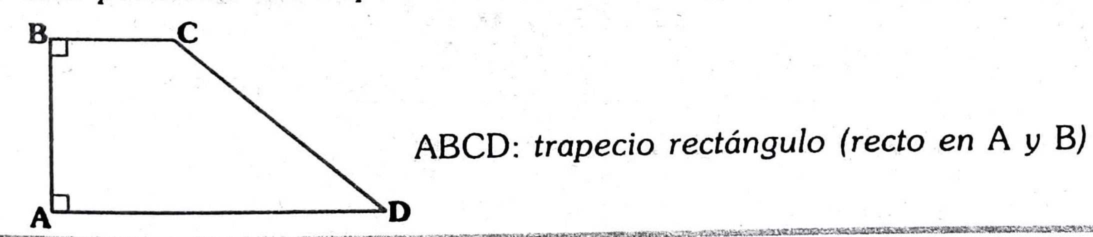
Observación

También se cumple que los ángulos internos son diferentes lo mismo que las diagonales.





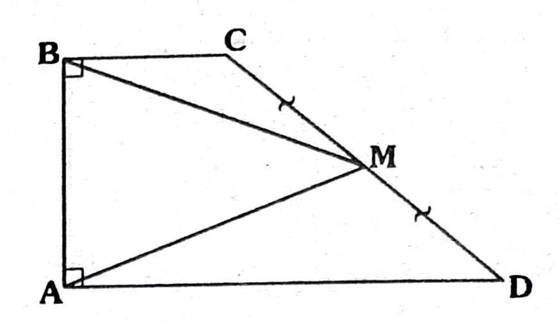
Un caso particular del trapecio escaleno es el trapecio rectángulo.



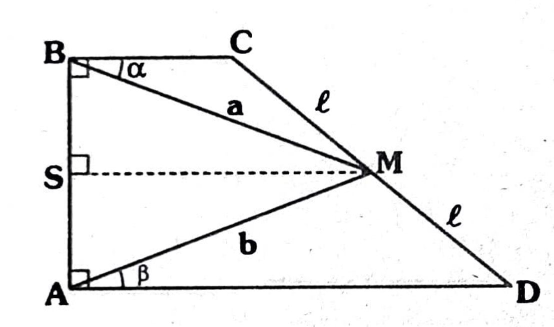
ABCD: *trapecio rectángulo (recto en* A *y* B*)*

PROPIEDAD

- *En el gráfico*, CM=MD . *Se cumple*: BM=MA



Prueba

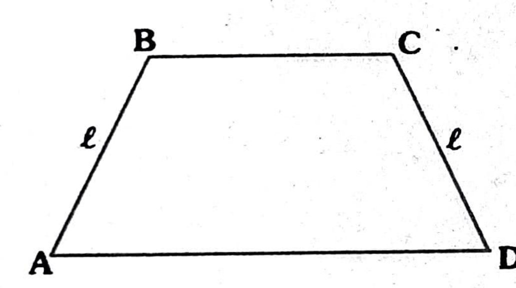


- Se ubica S punto medio de $\overline{AB} \rightarrow \overline{SM}$ es la base media $\rightarrow \overline{SM} // \overline{AD}$
- En ΔAMB : $\overline{MS}$ es altura y mediana entonces es triángulo isósceles

  $\rightarrow$ a=b
- Se deduce también: $\alpha = \beta$

TRAPECIO ISÓSCELES

Es aquel trapecio cuyos lados laterales son de igual longitud.

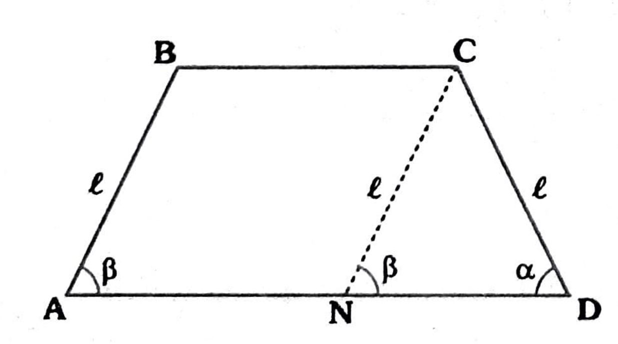


Si $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AB} \not\parallel \overline{CD}$ y AB=CD entonces ABCD es un trapecio isósceles

PROPIEDADES

- ***Los ángulos entre los lados laterales y una base son de igual medida.***





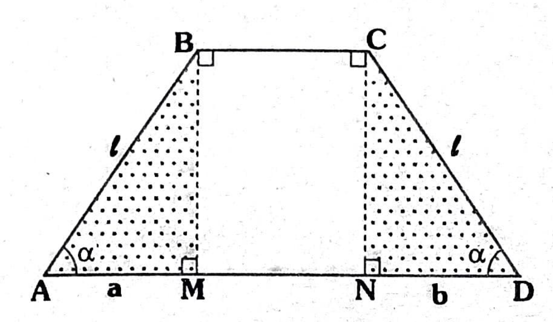
– Sea ABCD el trapecio isósceles de bases $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$.

– Se traza $\overline{CN} // \overline{AB}$ $\rightarrow$ ABCN es paralelogramo $\rightarrow$ CN = AB = ℓ

– ΔNCD : isósceles

$\therefore \alpha = \beta$

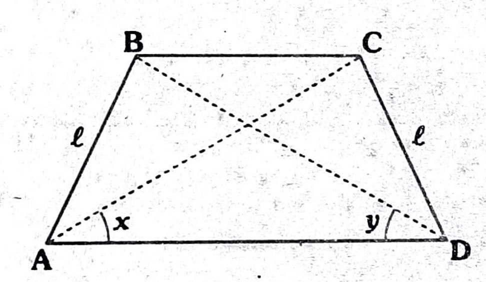
- *Las proyecciones ortogonales de los lados laterales de un trapecio isósceles sobre la base son de igual longitud.*



ABCD: Trapecio isósceles

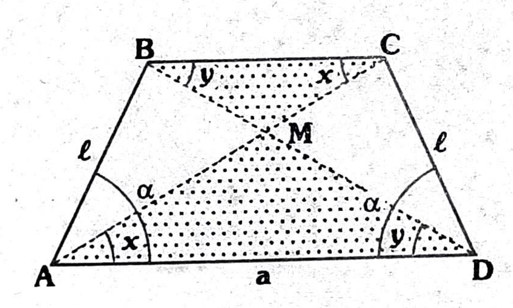
$\triangle AMB \cong \triangle DNC \rightarrow a=b$

- *En el gráfico,* ABCD *es un trapecio isósceles de bases* $\overline{AD}$ *y* $\overline{BC}$.



Se cumple: $AC = BD$, $x = y$

Prueba

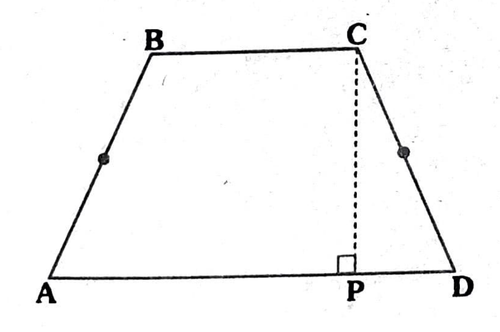


$\Delta BAD \cong \Delta CDA$ (LAL)

$\rightarrow AC=BD$ y $x=y$

- Notemos también: ΔAMD y ΔBMC son isósceles.

- *En el trapecio isósceles* ABCD ($\overline{AD} // \overline{BC}$)



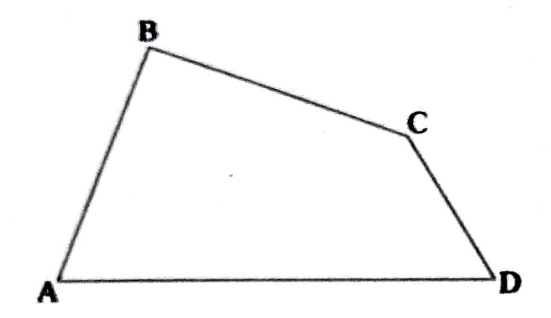
AP: Representa la longitud de la base media.

PD: Representa la distancia entre los puntos medios de las diagonales.

La prueba se deja como ejercicio para el lector.

TRAPEZOIDE

Es aquel cuadrilátero que no tiene sus dos pares de lados opuestos paralelos.



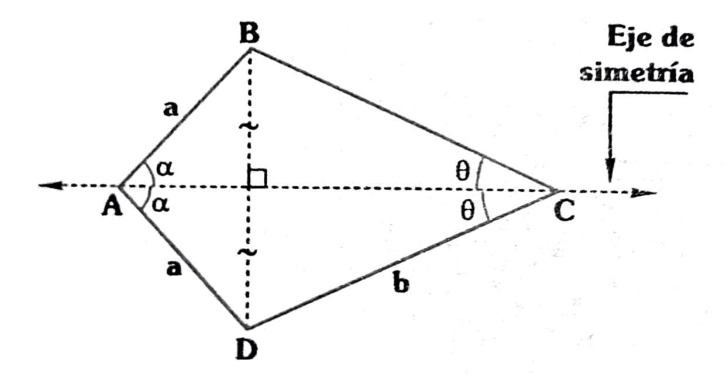
Si $\overline{AD} \not\parallel \overline{BC}$ y $\overline{AB} \not\parallel \overline{DC}$

$\rightarrow$ ABCD es un trapezoide

CLASIFICACIÓN DE LOS TRAPEZOIDES

I) TRAPEZOIDE SIMÉTRICO O BISÓSCELES

Una de las diagonales es parte de la mediatriz de la obra.



⏢ABCD: Trapezoide simétrico

Se cumple: $AB = AD$ y $BC = CD$

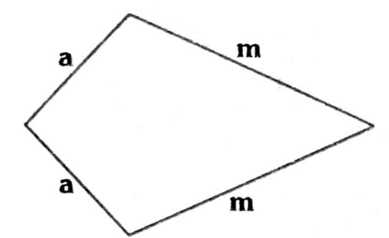
La prueba se realiza mediante el teorema de la mediatriz.

II) TRAPEZOIDE ASIMÉTRICO

Es aquel trapezoide en que ninguna de las diagonales es parte de la mediatriz de la otra.

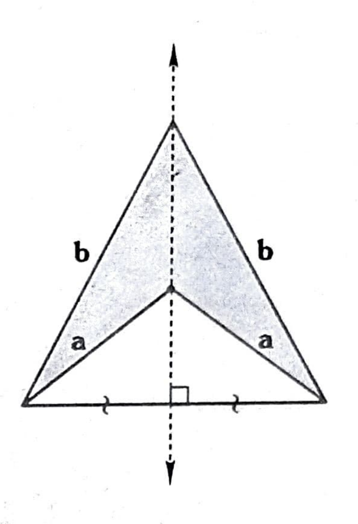
Observación

- *Es usual en los problemas encontrar el siguiente cuadrilátero:*



Al cual lo reconocemos como un trapezoide simétrico y se aprovecha trazando las diagonales y ver que una es parte de la mediatriz de la otra.

- *Hay trapezoides simétricos que son no cónvexos (cóncavos):*

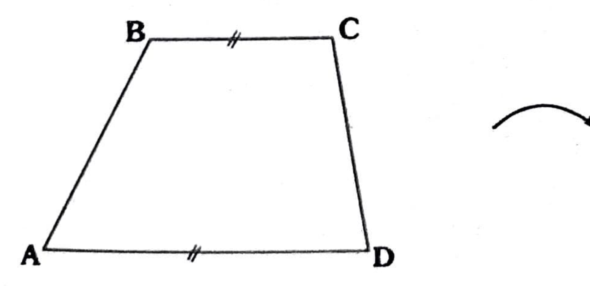


TRAZOS AUXILIARES

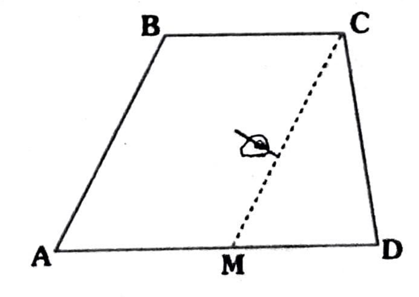
A continuación, a manera de recomendación indicaremos algunos trazos auxiliares, ello sumado a lo expuesto también en la publicación de "triángulos" y "congruencia" y a su vez con los criterios del estudiante, forman una herramienta muy útil en la resolución de problemas.

Si se presenta:

◊

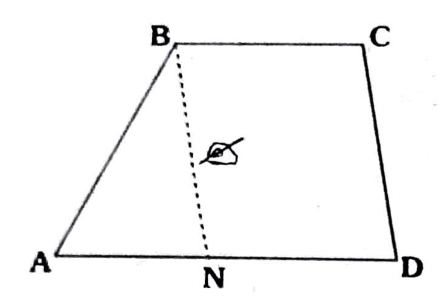


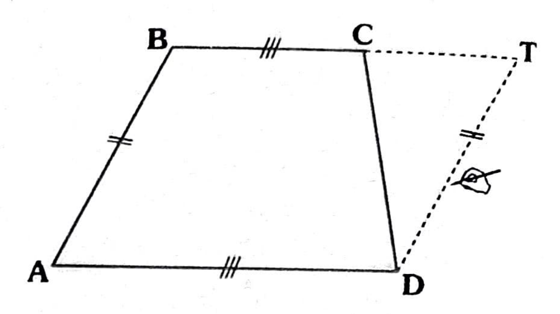
Es frecuente hacer el siguiente trazo (por supuesto depende de las condiciones del problema).



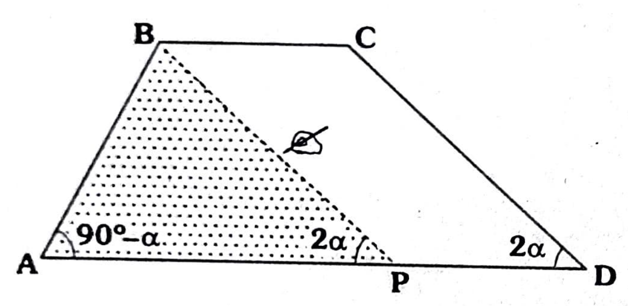
Se forman un paralelogramo y un triángulo.

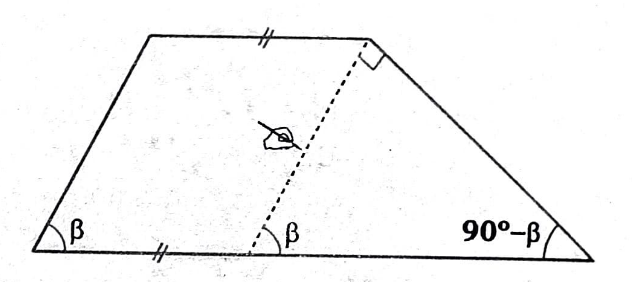
O también así:



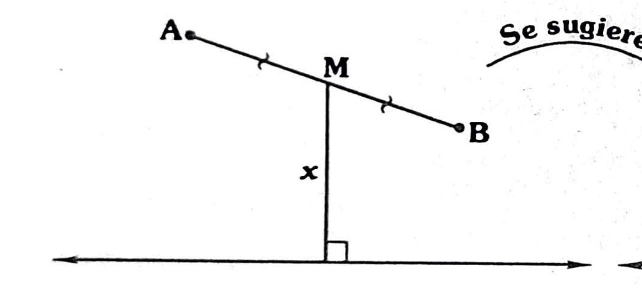


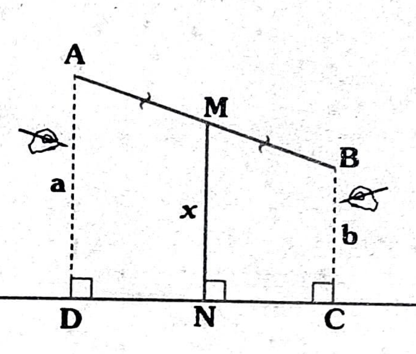
Más aún el trazo anterior se resalta cuando aparece:





◊ Si nos piden la distancia del punto medio hacia una recta.

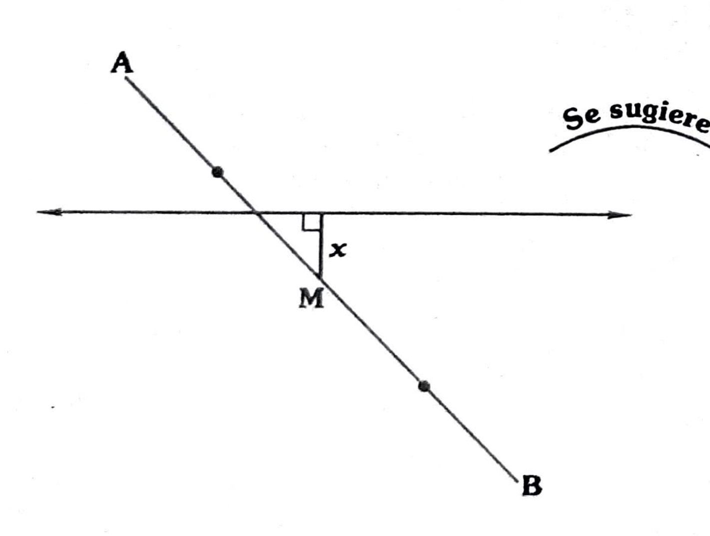


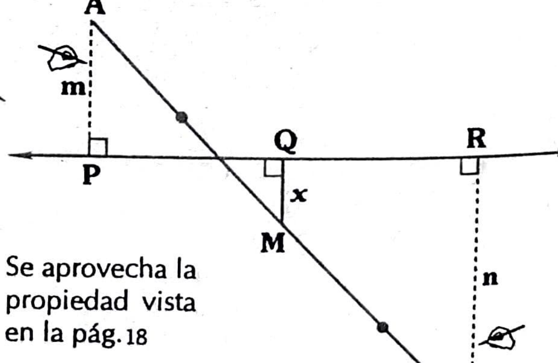


Se aprovecha que en el trapecio formado "x" es la longitud de la base media:

$$x=\frac{a+b}{2}$$

También: DN=NC



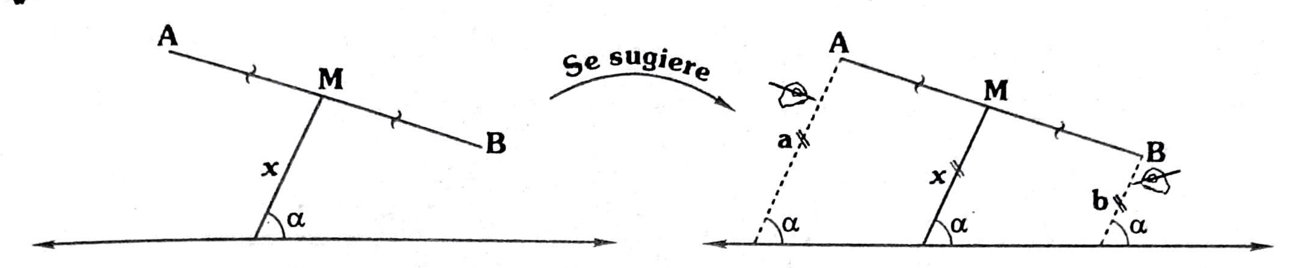


Se aprovecha la propiedad vista en la pág. 18

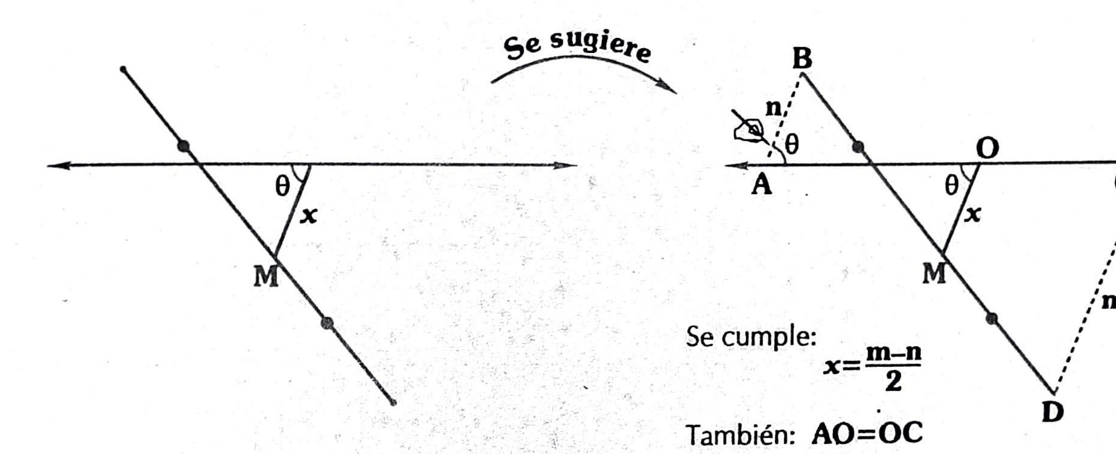
$$\Rightarrow x=\frac{n-m}{2}$$

También: PQ=QR

◊ Caso general de lo anterior:



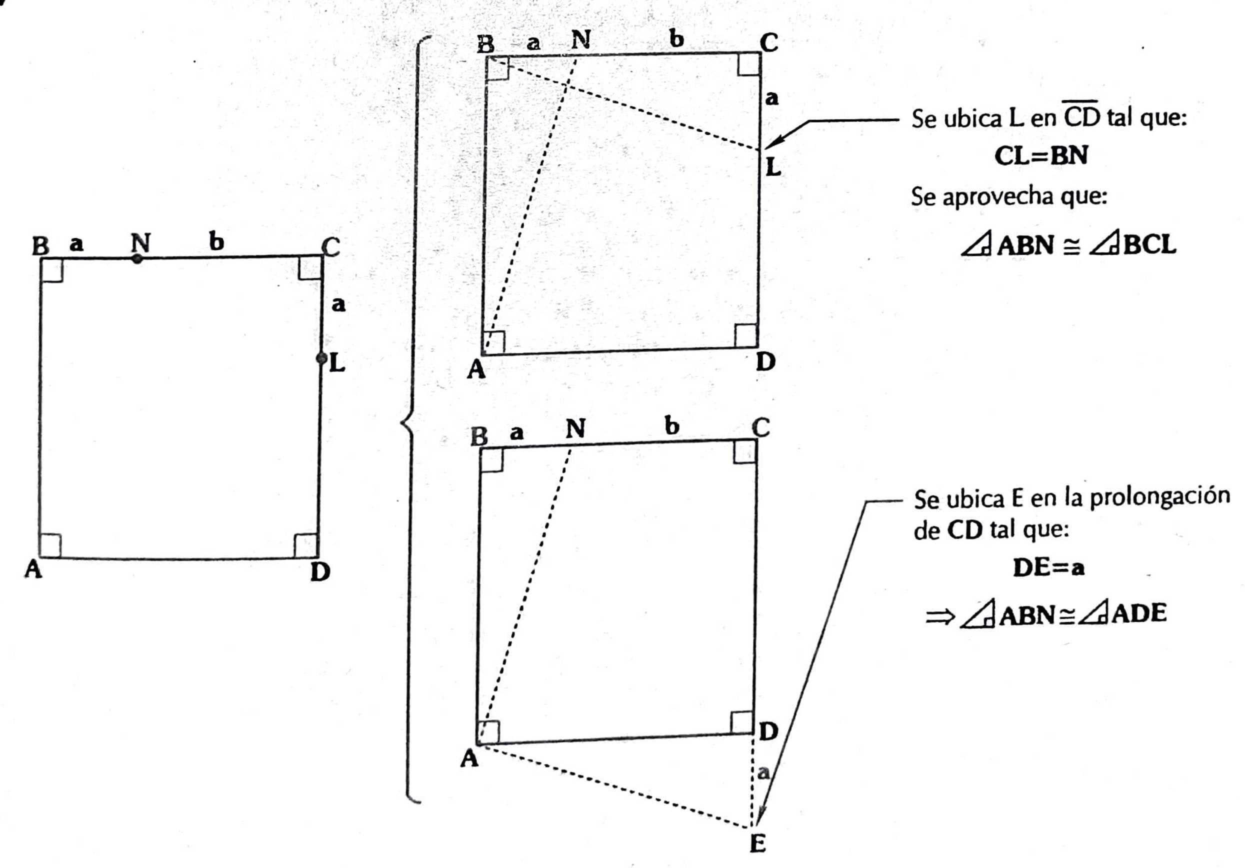
También se cumple: $x=\frac{a+b}{2}$



Se cumple: $x=\frac{m-n}{2}$

También: **AO=OC**

◊ En los cuadrados:



Se ubica L en $\overline{CD}$ tal que:

CL=BN

Se aprovecha que:

⊿**ABN** ≅ ⊿**BCL**

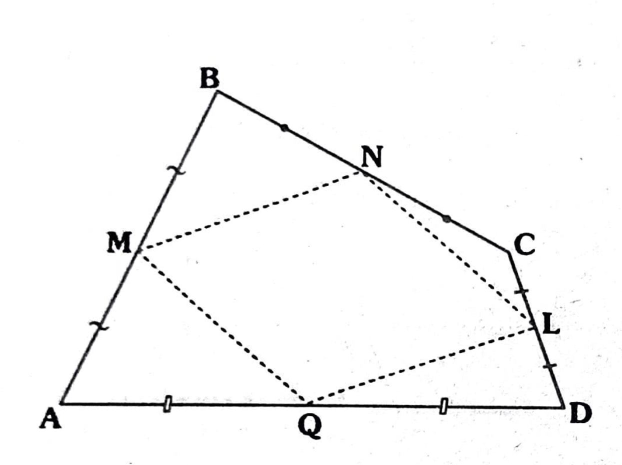
Se ubica E en la prolongación de CD tal que:

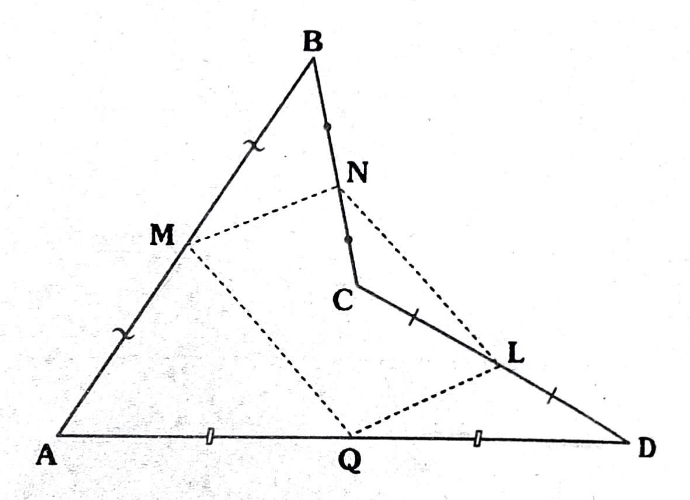
DE=a

⇒ ⊿**ABN** ≅ ⊿**ADE**

TEOREMAS ADICIONALES

◊ Si unimos consecutivamente los puntos medios de los lados de un cuadrilátero cualquiera (convexo, no convexo o alabeado) se obtendrá siempre un paralelogramo.



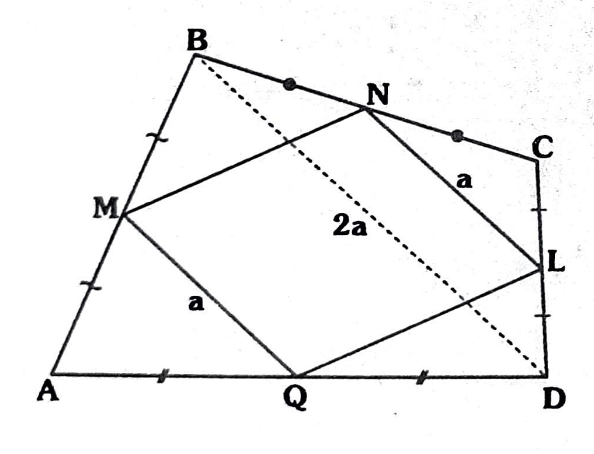


En ambos casos: M, N, L y Q son puntos medios de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ y $\overline{DA}$ respectivamente..

Se cumple:

MNLQ es paralelogramo

Prueba



- Basta trazar $\overline{BD}$ $\Rightarrow$ en el $\Delta ABD : \overline{MQ}$ es base media $\Rightarrow MQ = \dfrac{BD}{2}$ y $\overline{MQ} // \overline{BD}$
- En el ΔBCD, $\overline{NL}$ también es base media
  $\Rightarrow NL = \dfrac{BD}{2}$ y $\overline{NL} // \overline{BD}$
- Finalmente: $\overline{MQ} // \overline{NL}$ y $MQ = NL$
  $\therefore$ MNLQ es un paralelogramo.

Nota

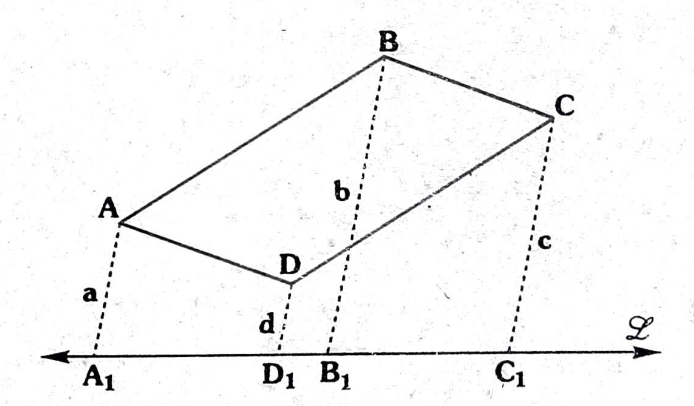
- *También se pudo trazar la otra diagonal.*
- *En el cuadrilátero no convexo se procede en forma análoga.*

Como consecuencia de lo anterior podemos concluir:

Si AC = BD $\Rightarrow$ MNLQ es un rombo;
Si $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ $\Rightarrow$ MNLQ es un rectángulo;
Si AC = BD y $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ $\Rightarrow$ MNLQ es cuadrado

La prueba se deja como ejercicio para el lector.

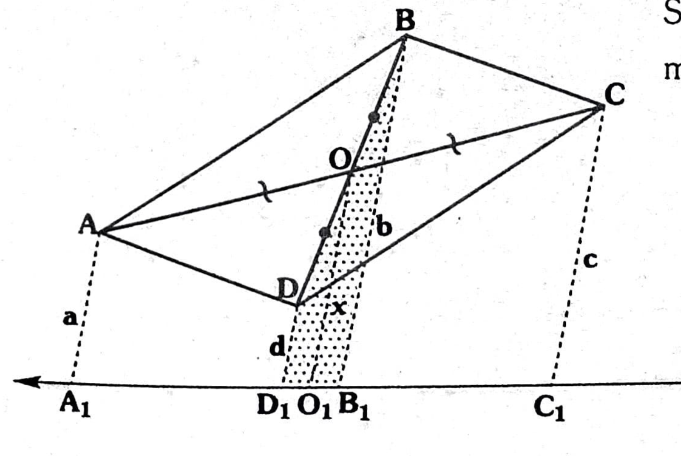
◊ En el gráfico, ABCD es un paralelogramo.



Si $\overline{AA_1} // \overline{BB_1} // \overline{CC_1} // \overline{DD_1}$

$\Rightarrow$ $\boxed{a + c = b + d}$

Prueba

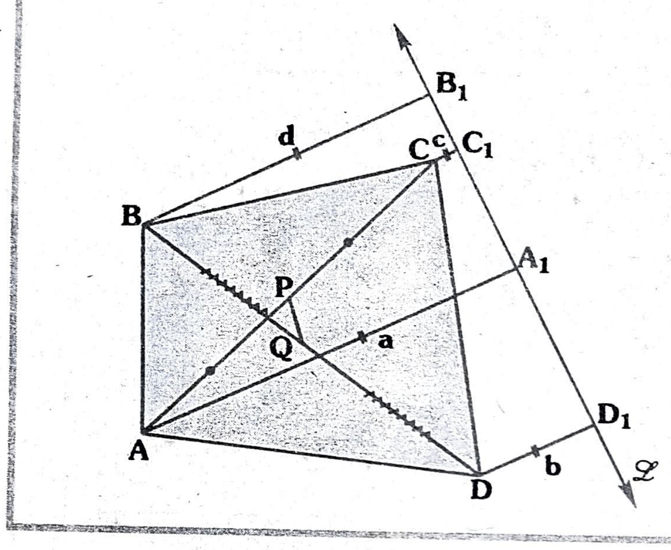


Se traza $\overline{OO_1} // \overline{DD_1}$ entonces, por base media en:

$$\left.\begin{aligned} * \ D_1DBB_1 : x &= \frac{b+d}{2} \\ * \ A_1ACC_1 : x &= \frac{a+c}{2} \end{aligned}\right\} b + d = a + c$$

Observación

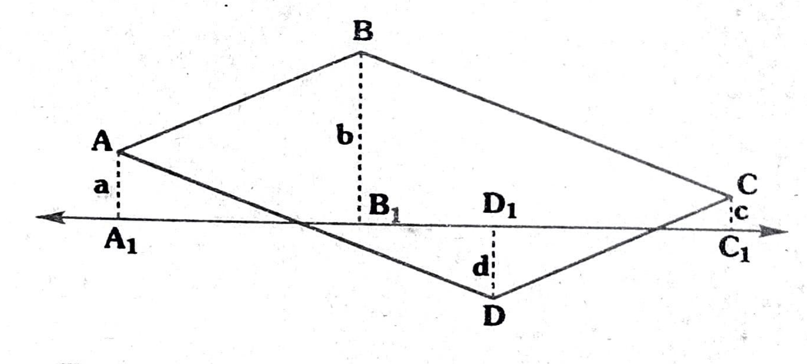
- *El caso partícular que se presenta con frecuencia es cuando:* $\overline{AA_1} \perp \overleftrightarrow{\mathscr{L}}$ *pero hemos analizado el caso general.*
- *En un cuadrilátero (no paralelogramo), para las rectas paralelas al segmento que unen los puntos medios de las diagonales, se cumple:*



Si $\overline{PQ} // \mathscr{L}$ y $\overline{BB_1} // \overline{AA_1} // \overline{CC_1} // \overline{DD_1}$

$\Rightarrow a + c = b + d$

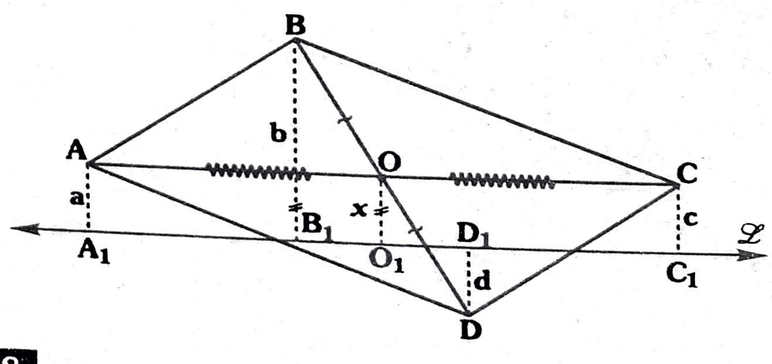
◊ Si ABCD es un paralelogramo.



Si $\overline{BB_1} // \overline{AA_1} // \overline{CC_1} // \overline{DD_1}$

$\Rightarrow a + c = b - d$

Prueba



Se traza $\overline{OO_1} // \overline{BB_1}$

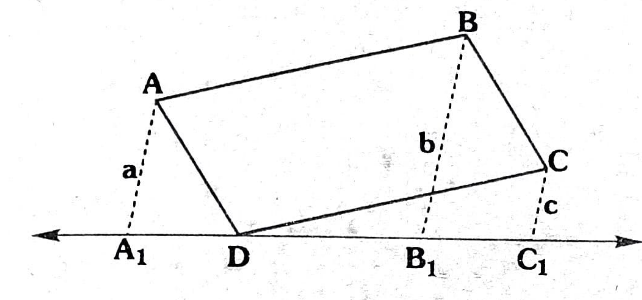
Por propiedad:

$$x = \frac{b-d}{2} \quad \text{y} \quad x = \frac{a+c}{2}$$

$\therefore\ b - d = a + c$

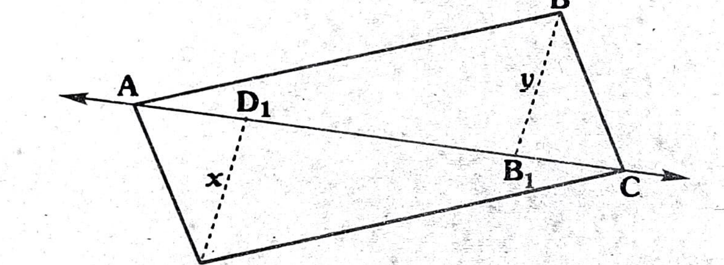
Observación

Un caso especial es cuando la recta pasa por uno o dos vértices:



Si $\overline{AA_1} // \overline{BB_1} // \overline{CC_1}$

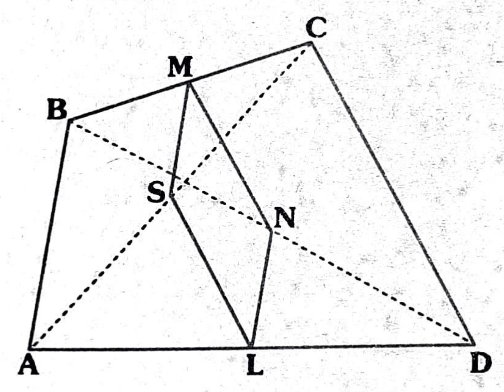
$\Rightarrow$ $\boxed{a+c=b}$



Si $\overline{DD_1} // \overline{BB_1}$

$\Rightarrow$ $\boxed{x=y}$

◊ En el gráfico, BM=MC, DL=LA, BN=ND y AS=SC



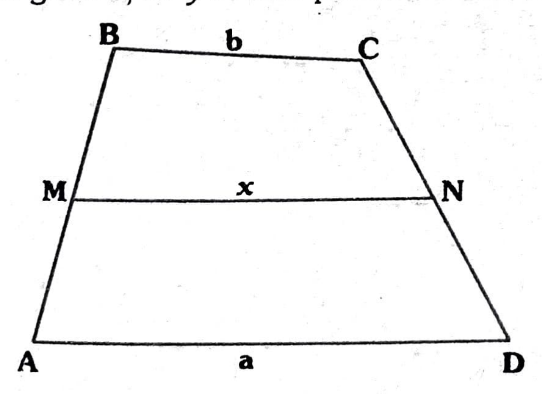
Se cumple:

MNLS es un paralalelogramo

La prueba es análoga a lo anterior.

GENERALIZANDO ALGUNAS PROPIEDADES

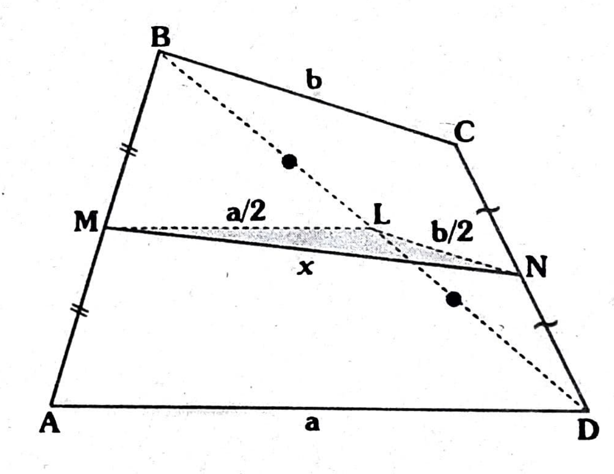
◊ En el gráfico, M y N son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$. Si AD=a, BC=b y MN=x.



Se cumple:

$$\boxed{x \leq \frac{a+b}{2}}$$

Prueba



- Se ubica L, punto medio de $\overline{BD}$, en los triángulos ABD y BCD por base media:

$$ML = \frac{a}{2} \text{ y } LN = \frac{b}{2}$$

- En el ΔMLN:

$$x \leq \frac{a}{2} + \frac{b}{2}$$

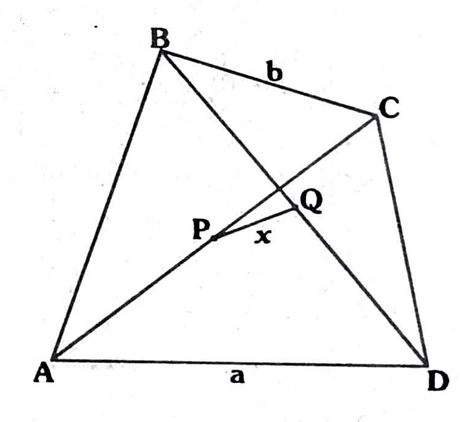
Por existencia:

$$\therefore \ x \leq \frac{a+b}{2}$$

Nota

Si $L \in \overline{MN} \Rightarrow x = \dfrac{a+b}{2}$ *y* ABCD *sería un trapecio con* $\overline{AD} // \overline{BC}$.

◊ En el gráfico, AP=PC, BQ=QD, AD=a, BC=b y a≥b

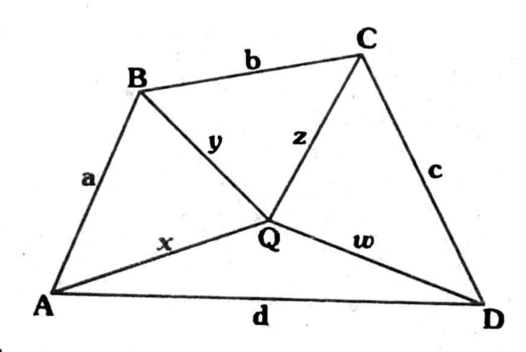


Se cumple:

$$\boxed{x \geq \frac{a-b}{2}}$$

La prueba se deja como ejercicio para el lector.

◊ Si ABCD es un cuadrilátero convexo y Q es interior a dicho cuadrilátero



Sea: $p = \dfrac{a+b+c+d}{2}$

Se cumple:

$$\boxed{p < x + y + z + w < 3p}$$

Prueba

- Por existencia en cada triángulo:

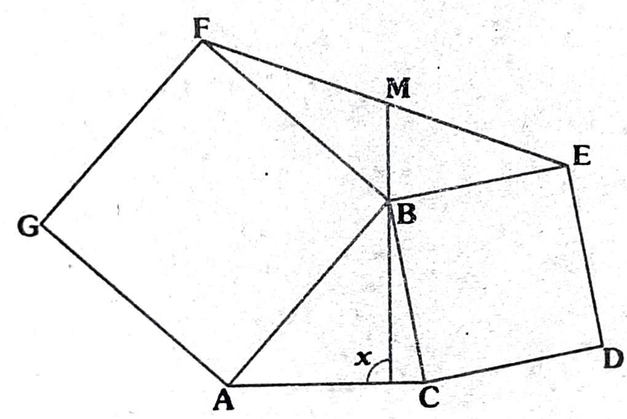
$$\left.\begin{array}{l} a < x + y \\ b < y + z \\ c < z + w \\ d < x + w \end{array}\right\} \begin{array}{l} a + b + c + d < 2(x + y + z + w) \\ \Rightarrow \quad p < x + y + z + w \end{array}$$

- Por teorema de la envuelta y envolvente:

$$\left.\begin{array}{l} x + w < a + b + c \\ x + y < b + c + d \\ y + z < a + d + c \\ z + w < a + b + c \end{array}\right\} \begin{array}{l} 2(x + y + z + w) < 3\underbrace{(a + b + c + d)}_{2p} \\ \Rightarrow x + y + z + w < 3p \end{array}$$

$$\therefore \quad p < x + y + z + w < 3p$$

◊ En el gráfico, ABFG y BCDE son cuadrados.

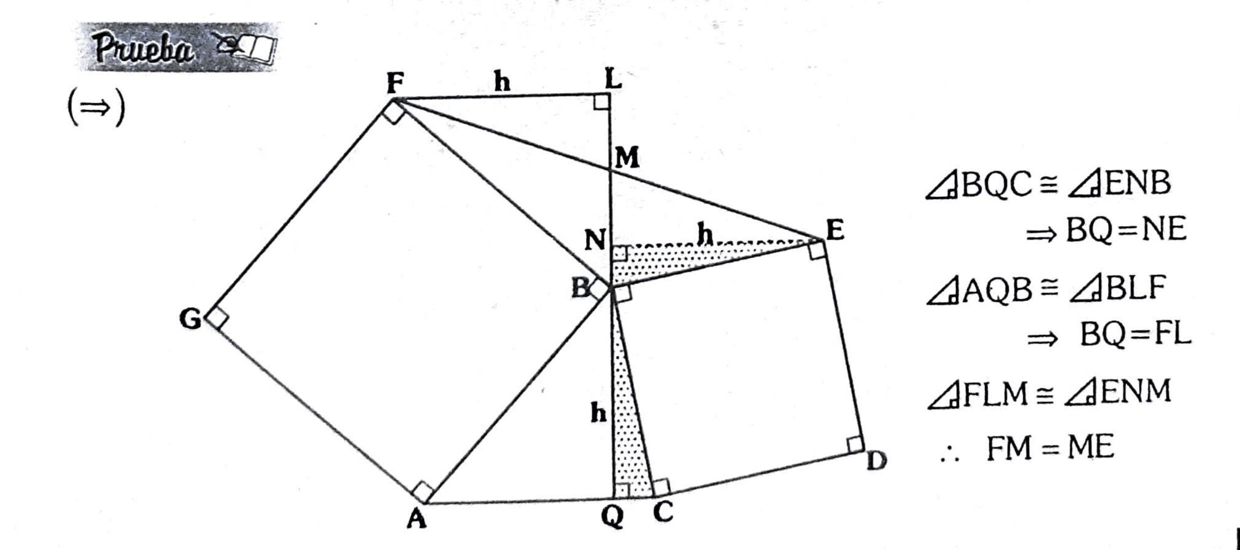


Se cumple:

$x = 90° \Leftrightarrow FM = ME$

Prueba

(⇒)



$\triangle BQC \cong \triangle ENB$

$\Rightarrow BQ = NE$

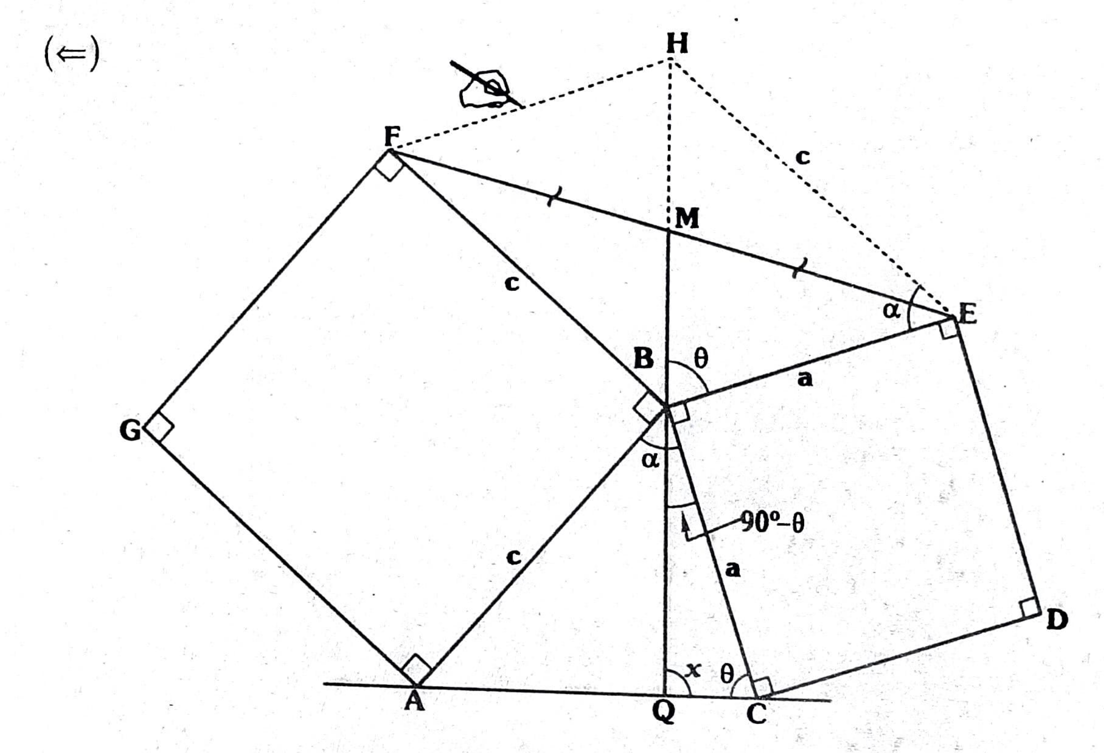
$\triangle AQB \cong \triangle BLF$

$\Rightarrow BQ = FL$

$\triangle FLM \cong \triangle ENM$

$\therefore \; FM = ME$

(⇐)

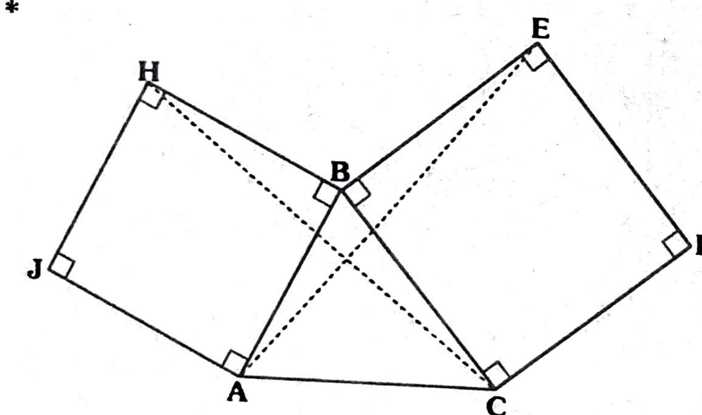


- Se traza el paralelogramo FBEH como M es punto medio de $\overline{EF}$ entonces al prolongar $\overline{BM}$ llega a H.
- Sea $m\measuredangle ABC=\alpha \rightarrow m\measuredangle FBE=180°-\alpha \rightarrow m\measuredangle BEH=\alpha$
- $\Delta ABC \cong \Delta HEB \Rightarrow m\measuredangle ACB = m\measuredangle EBH = \theta$
- Luego : $m\measuredangle CBQ = 90° - \theta$

$$\therefore \; x = 90°$$

◊ Los siguientes teoremas se enunciaran (*sin demostración*):

*



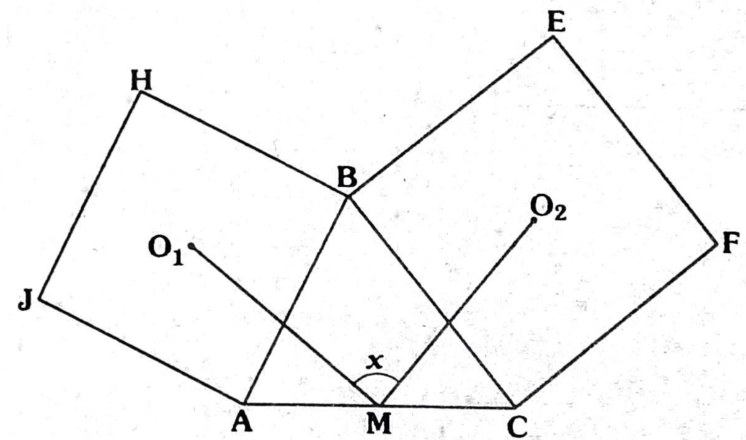
En el gráfico:

ABHJ y BCFE son cuadrados

Se cumple:

AE = HC y
$\overline{AE} \perp \overline{HC}$

**



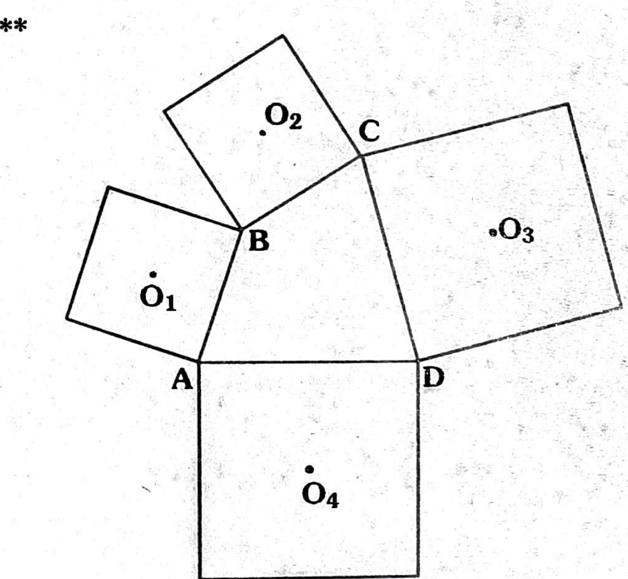
- O_1 y O_2 son centros de los cuadrados ABHJ y BCFE y AM=MC

Se cumple:

$O_1M = MO_2$

$\therefore \; x = 90°$

***



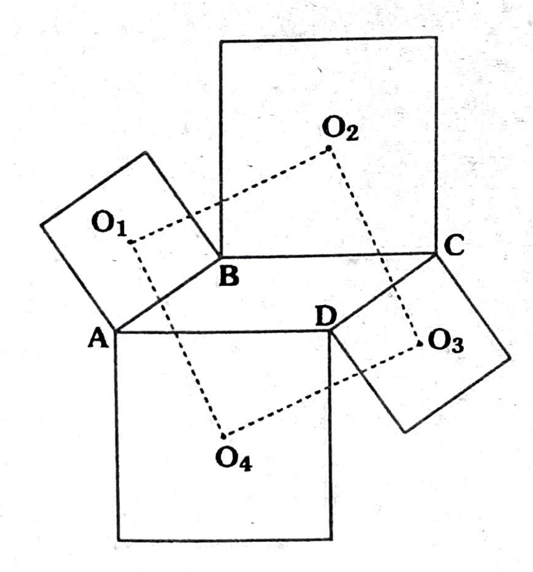
- O_1, O_2, O_3 y O_4 son centros de los cuadrados mostrados.

Se cumple:

$\overline{O_1O_3} \perp \overline{O_2O_4}$ y

$O_1O_3 = O_2O_4$

****



- O_1, O_2, O_3 y O_4 son centros de los cuadrados construidos alrededor del paralelogramo ABCD.

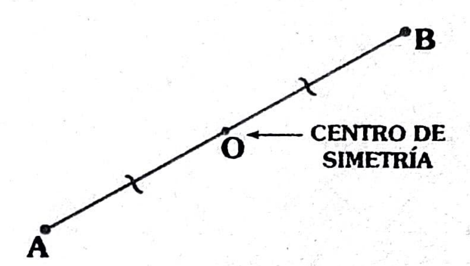
Se cumple:

$O_1O_2O_3O_4$ es un cuadrado

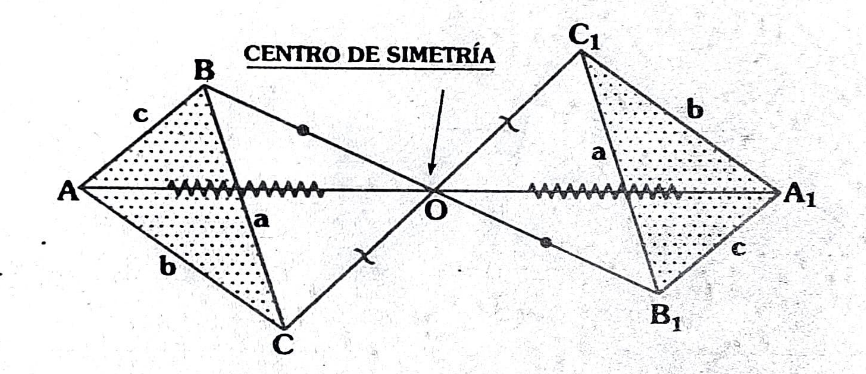
SIMETRÍA

- **SIMETRÍA CENTRAL, PUNTUAL O RESPECTO DE UN PUNTO**

Sea O un punto fijo, A y B son simétricos respecto de O si AO=OB y $O \in \overline{AB}$



También:



ΔABC y $\Delta A_1B_1C_1$ son simétricos respecto de O.

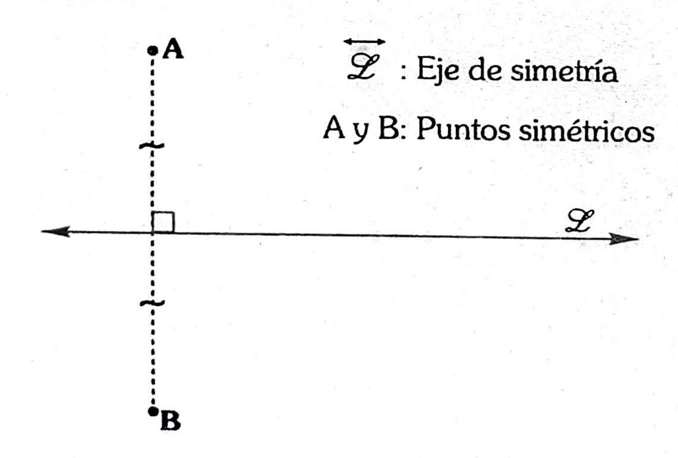
Se cumple: $\Delta ABC \cong \Delta A_1B_1C_1$

En general: dos figuras simétricas son congruentes

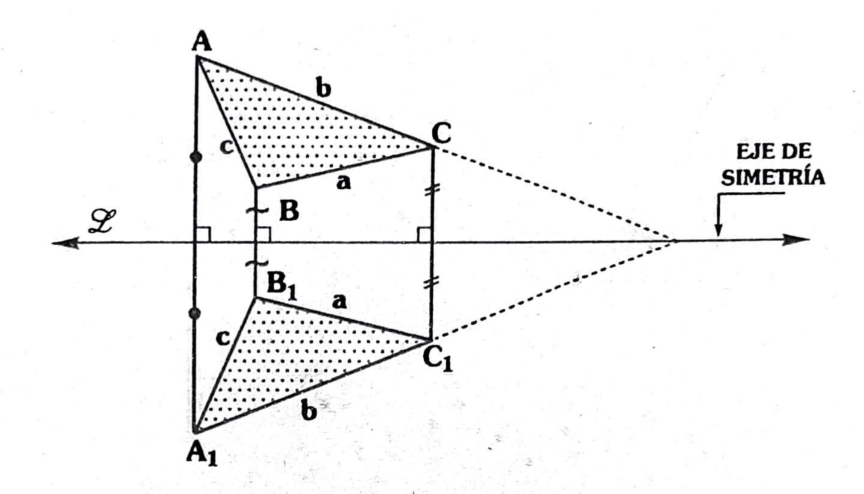
- **SIMETRÍA AXIAL O RESPECTO DE UNA RECTA**

Sea $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$ una recta fija A y B son simétricos.

Si $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$ es mediatriz de $\overline{AB}$.



También:



ΔABC y $\Delta A_1B_1C_1$ son simétricos respecto de $\mathscr{L}$.

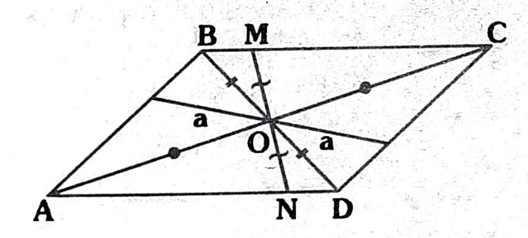
Se cumple: $\Delta ABC \cong \Delta A_1B_1C_1$

En general:

Dos figuras simétricas respecto de una recta son congruentes.

Observación

- *Una figura* F *tiene centro de simetría si cada punto tiene su simétrico respecto de un punto fijo y dicho simétrico pertenece a* F.

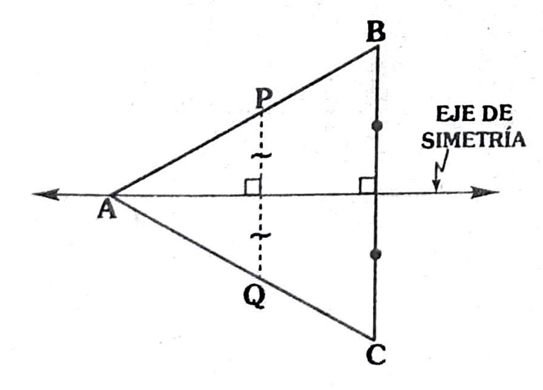


F: *paralelogramo*

O *es centro de simetría*

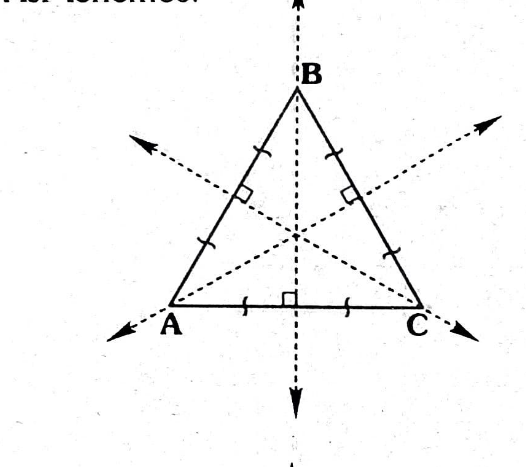
Todo paralelogramo tiene centro de simetría.

- *Una figura tiene eje de simetría si cada punto de la figura tiene su simetríco respecto a una recta fija y dicho simétrico pertenece a la figura.*

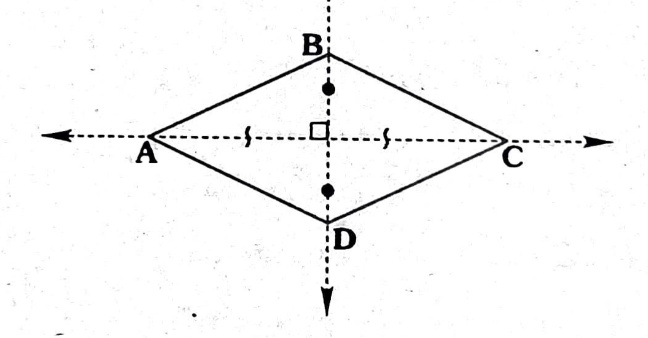


La recta que contiene a la altura relativa a la base de un triángulo isósceles es su eje de simetría.

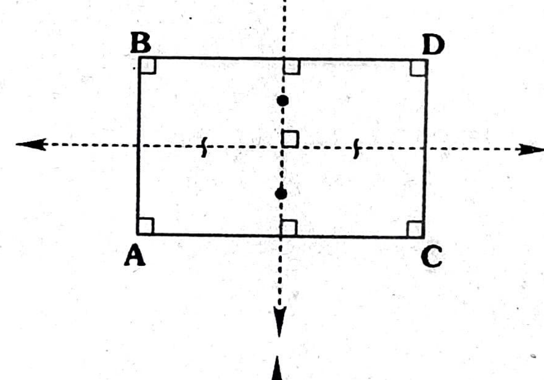
• Así tenemos:



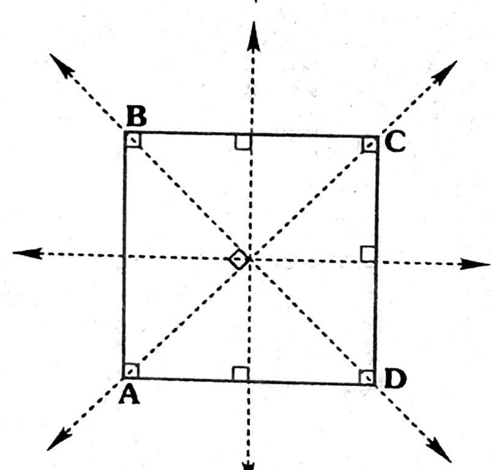
El ΔABC equilátero tiene tres ejes de simetría.



El rombo tiene dos ejes de simetría.



El rectángulo tiene dos ejes de simetría.



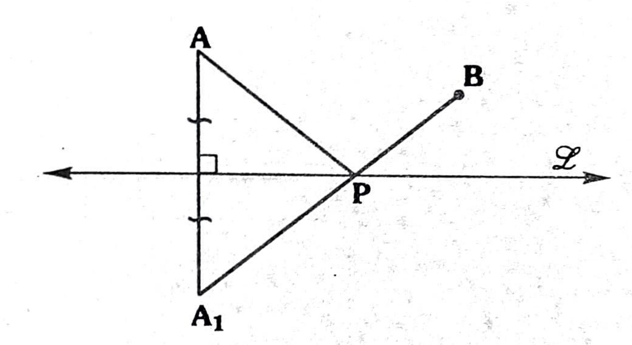
El cuadrado tiene cuatro ejes de simetría.

TEOREMA

Si una figura tiene dos ejes de simetría perpendiculares, entonces tiene centro de simetría.

APLICACIONES

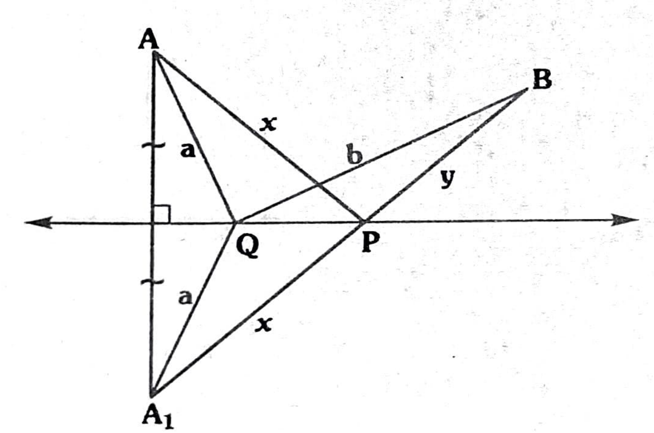
◊ Si A y B están al mismo lado de una recta $\mathscr{L}$ ⇒ el menor recorrido para ir de A hacia B tocando un punto de la recta es **AP+PB**.



A y A_1 : simétricos respecto de $\mathscr{L}$.

Prueba

La prueba consiste en ubicar un punto en $\mathscr{L}$ diferente de $\mathscr{L}$.



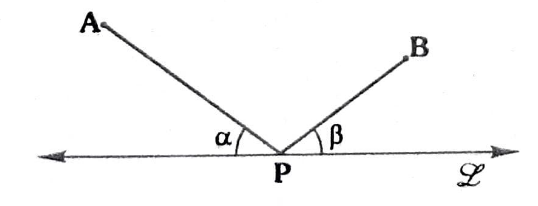
Notemos que en el ΔA_1QB :

$$x + y < a + b$$

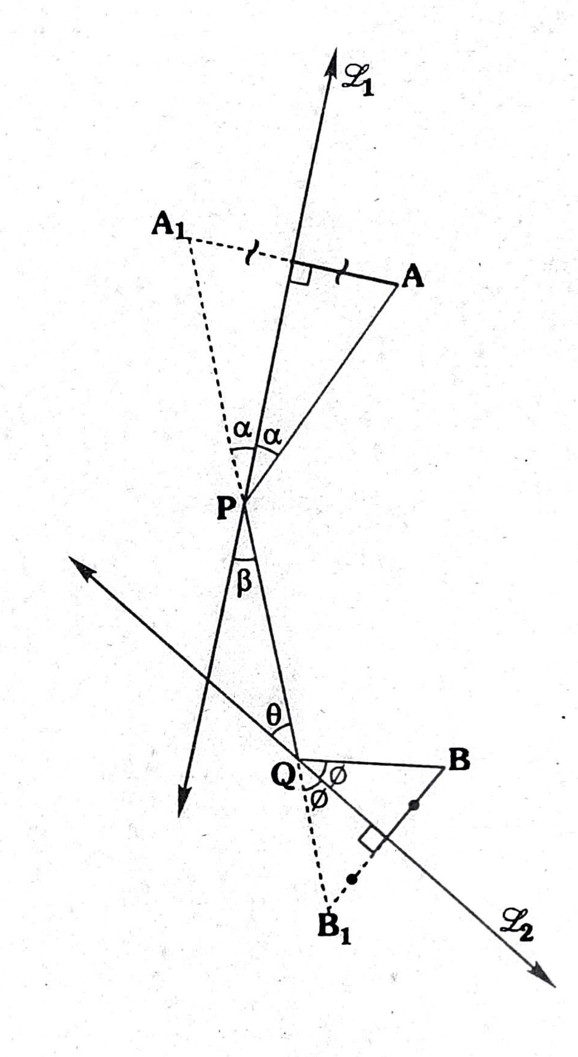
$$\Rightarrow AP + PB < AQ + QB$$

También:

El menor recorrido se da cuando: $\boxed{\alpha = \beta}$



En general



"AP+PQ+QB" es el menor recorrido para ir de A hacia B tocando primero $\mathscr{L}_1$, luego $\mathscr{L}_2$.

También:

$$\alpha = \beta \;\; y \;\; \theta = \phi$$



Geometría

ENUNCIADO DE LOS

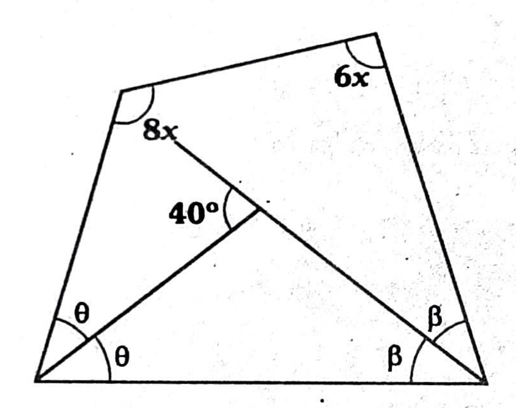
PROBLEMAS RESUELTOS

- ANUAL
- CEPRE UNI
- SEMESTRAL
- SEMESTRAL INTENSIVO
- REPASO

CUADRILÁTEROS 

PROBLEMA Nº 1

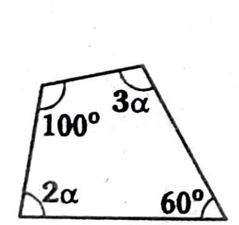
Calcule "x", en:

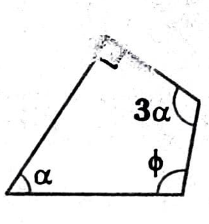


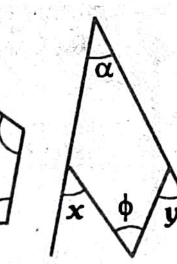
A) 10° B) 12°
C) 15° D) 20°
E) 22,5°

PROBLEMA Nº 2

Calcule $x+y$, en:



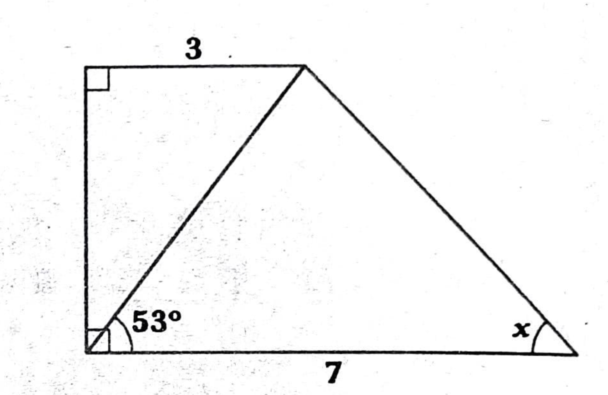




A) 130° B) 140°
C) 120° D) 100°
E) 150°

PROBLEMA Nº 3

En el gráfico, calcule "x".



A) 30° B) 37° C) 53°
D) 45° E) 60°

PROBLEMA Nº 4

En el trapecio ABCD, $\overline{BC}//\overline{AD}$, $m\measuredangle A=53°$, $m\measuredangle D=45°$, AB=10, BC=5. Calcule AD.

A) 22 B) 17 C) 18
D) 21 E) 19

PROBLEMA Nº 5

Sobre el lado $\overline{AD}$ de un rectángulo ABCD, se toma un punto F, de modo que FC=BC, se traza $\overline{BM}$ perpendicular a $\overline{FC}$, si BM=6. Calcule AB.

A) 12 B) 6 C) 8
D) 4 E) 3

PROBLEMA Nº 6

Se tiene el cuadrilátero convexo ABCD, si $m\measuredangle ADC=90°$, BC=CD y

$m\measuredangle BCD = 2(m\measuredangle BAD)$. M es punto medio de $\overline{AD}$, calcule $m\measuredangle AMB$.

A) 60°   B) 120°   C) 90°
D) 135°   E) 150°

PROBLEMA Nº 7

Sobre la diagonal $\overline{BD}$ del cuadrado ABCD se marca un punto F, tal que, $m\measuredangle BCF = 15°$, $FC = 3\sqrt{6}$.
Calcule AB.

A) 9   B) 6   C) $9\sqrt{2}$
D) $12\sqrt{2}$ E) 12

PROBLEMA Nº 8

En el trapecio recto ABCD, $m\measuredangle A = m\measuredangle B = 90°$, sobre el lado $\overline{AB}$ se toma el punto E y además se toma el punto medio F del lado $\overline{CD}$, de modo que, $m\measuredangle FEB = 53°$, $FE = 5$ y AE=2. Halle AB.

A) 15   B) 20   C) 5
D) 10   E) 25

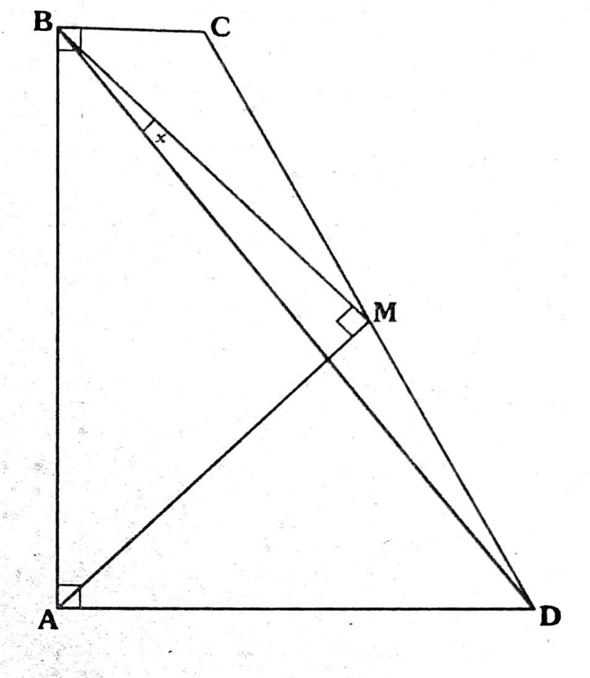
PROBLEMA Nº 9

Sobre el lado $\overline{AB}$ de un rectángulo ABCD se toma un punto E y sobre el lado $\overline{AD}$ se marca su punto medio F, de modo que, $m\measuredangle FEC = m\measuredangle CEB$, $2AE + EB = 18$. Calcule EF.

A) 4,5   B) 18   C) 9
D) 6   E) 3

PROBLEMA Nº 10

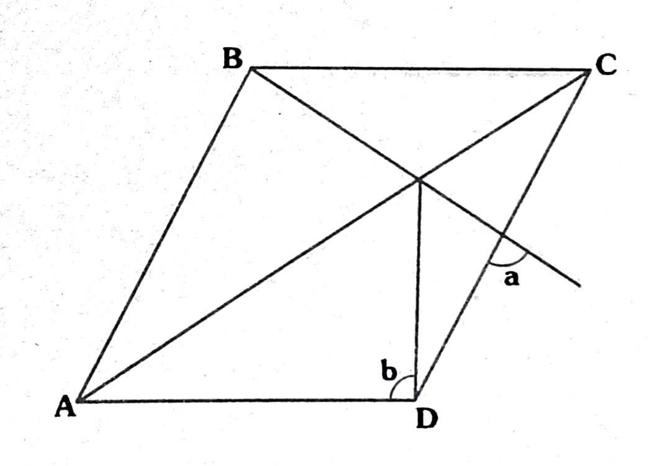
En el gráfico, CM=MD y AD=3(BC).
Calcule "x".



A) 4°   B) 8°   C) 14°
D) 6°   E) 3°

PROBLEMA Nº 11

Según el gráfico, ABCD es un rombo.
Calcule a/b.

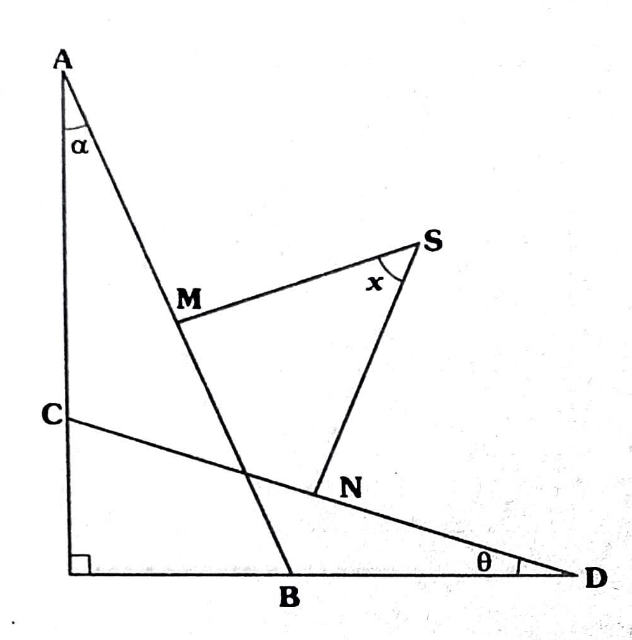


A) 2   B) 3   C) 1
D) 1/2   E) 1/3

PROBLEMA Nº 12

En el gráfico, AM=MB=NS y

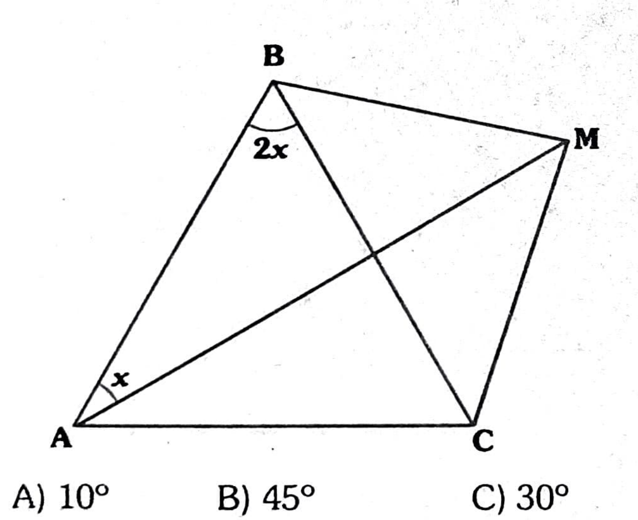
DN=NC=MS Si $\alpha+\theta=40°$.
Calcule x.



A) 40° B) 50° C) 80°
D) 70° E) 35°

PROBLEMA Nº 13

En el gráfico, AB=BC y BM=MC.
Calcule x.



A) 10° B) 45° C) 30°
D) 60° E) 37°

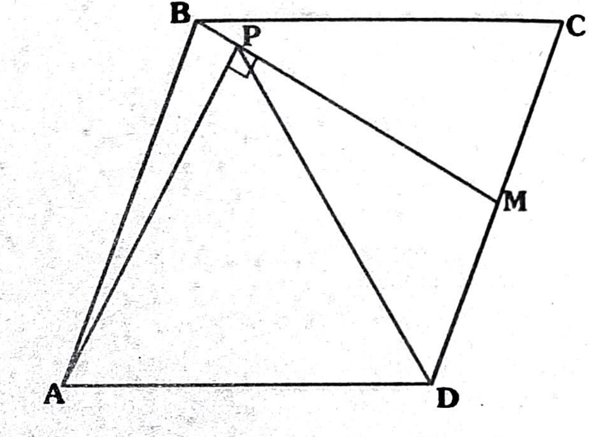
PROBLEMA Nº 14

En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, BC=AB+4. Calcule la distancia del punto medio de $\overline{AC}$ a la bisectriz del ángulo ABC.

A) 1 B) $\sqrt{5}$ C) 2
D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 15

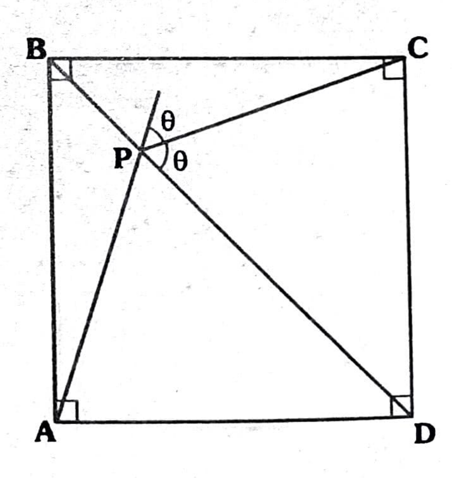
En el gráfico, ABCD es un paralelogramo. Calcule PD/BC, si CM=MD.



A) 1/2 B) 1/3 C) 1/4
D) 1 E) 2

PROBLEMA Nº 16

Si AB=BC y PC=2. Calcule BC.



A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{6}$ C) $\sqrt{7}$
D) $\sqrt{10}$ E) $\sqrt{11}$

PROBLEMA Nº 17

En la diagonal $\overline{AC}$ del rectángulo ABCD se ubica M tal que $m\measuredangle AMD = 2(m\measuredangle CAD)$ y MD=6. Calcule AC.

A) 6 B) 9 C) 12
D) 10 E) 8

PROBLEMA Nº 18

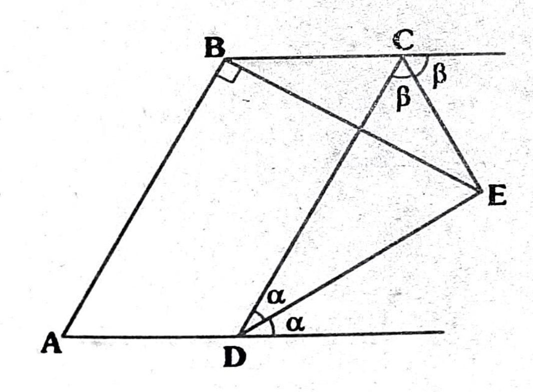
Se tiene el romboide ABCD, M es punto medio de $\overline{CD}$ y P está en $\overline{BM}$ tal que $m\measuredangle ADP = 90°$, BP=5 y PM=3.

Calcule AP.

A) 15 B) 11 C) 16
D) 8 E) 9

PROBLEMA Nº 19

En el gráfico, ABCD es un romboide, AB=6 y BC=2. Calcule BE.



A) 1 B) 2
C) 3 D) 4
E) 5

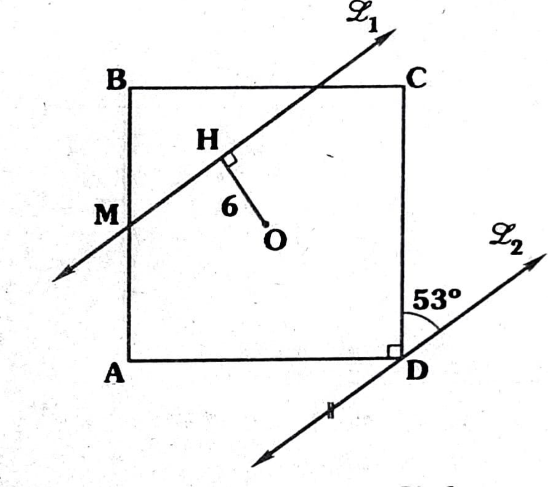
PROBLEMA Nº 20

En un trapezoide ABCD; se cumple AB=BC=CD, $m\measuredangle BCD = 60°$ y $m\measuredangle BAD = 50°$. Calcule $m\measuredangle ABC$.

A) 100° B) 110° C) 130°
D) 140° E) 150°

PROBLEMA Nº 21

Del gráfico $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1} // \overleftrightarrow{\mathscr{L}_2}$ y O es centro del cuadrado ABCD y BM=MA. Calcule la distancia de C a $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1}$.

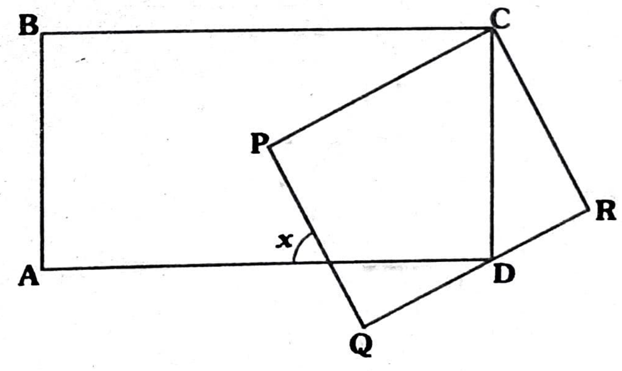


A) 2 B) 5 C) 6
D) 8 E) 4

PROBLEMA Nº 22

En el gráfico, ABCD y PQRC son rectángulos, si $3(DR) = 2(QD)$. P es centro de ABCD.

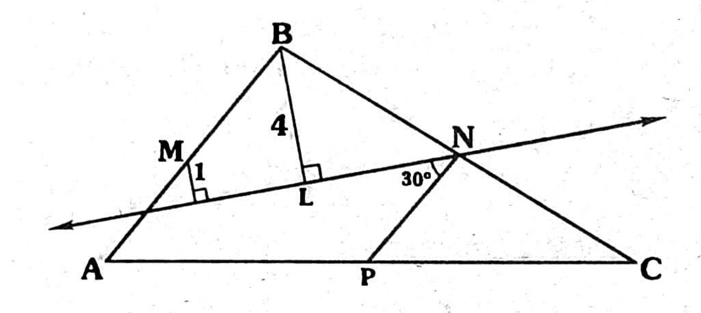
Calcule "x".



A) 143°/2 B) 135°/2
C) 75° D) 127°/2
E) 81°

PROBLEMA Nº 23

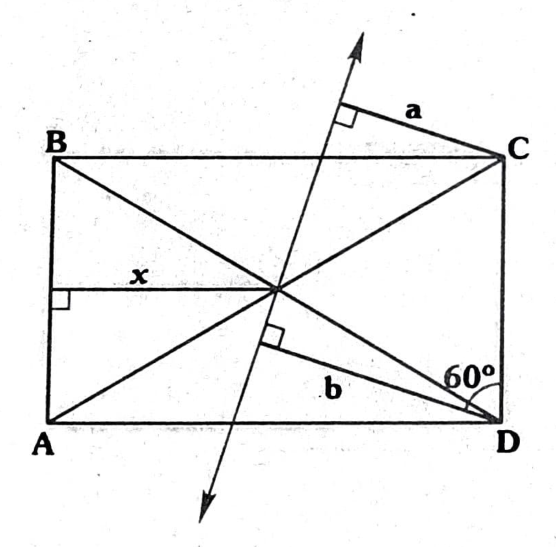
En el gráfico, M, N y P son puntos medios de los lados del triángulo. Calcule NP.



A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

PROBLEMA Nº 24

Del gráfico, calcule x si: $a+b=2\sqrt{3}$ m (ABCD *es un rectángulo*).



A) $\sqrt{2}$ m B) $\sqrt{3}$ m
C) 4 m D) 2 m
E) 1 m

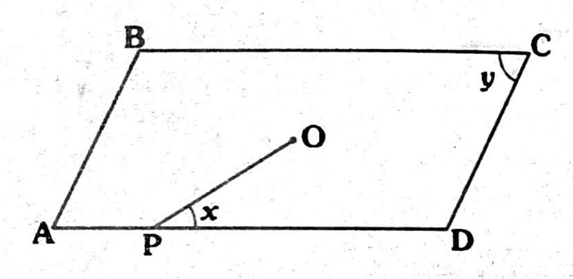
PROBLEMA Nº 25

Se tiene un trapecio ABCD; tal que $m\sphericalangle A + m\sphericalangle D = 90°$. Halle la suma de las longitudes de las diagonales del cuadrilátero que se forma al unir los puntos medios de los lados del trapecio, si la longitud de la base mayor AD es "a".

A) 2a B) a C) $\frac{2a}{3}$
D) $\frac{a}{3}$ E) $\frac{a}{4}$

PROBLEMA Nº 26

En el gráfico, ABCD es un paralelogramo de centro O. Si $3(AB)=2(PD)=6(AP)$. Calcule x/y.



A) 1 B) 1/2
C) 2/3 D) 1/3
E) 1/4

PROBLEMA Nº 27

Se tiene el cuadrado ABCD, se ubica N en $\overline{AC}$ talque la prolongación de $\overline{BN}$ corta a la prolongación $\overline{AD}$ en M.

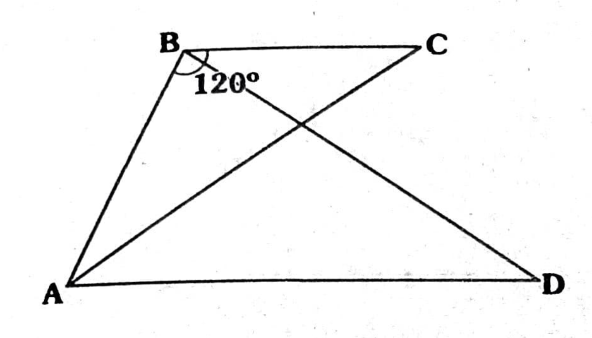
Si $m\sphericalangle AMN = 2(m\sphericalangle DNM)$.

Calcule $m\sphericalangle MND$

A) 18° B) 15° C) 30°
D) 20° E) 36°

PROBLEMA Nº 28

En el gráfico, $\overline{AD} // \overline{BC}$, $AB+BC=AD$ y $AC=2\sqrt{3}$. Calcule BD.



A) 4 B) 3 C) 6
D) $2\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

PROBLEMA Nº 29

Se tiene el trapecio isósceles ABCD $\left(\overline{AD}//\overline{BC}\right)$ se trazan exteriormente los triángulos equiláteros APD y CDQ.

Si $\overline{BP}\cap\overline{AQ}=\{I\}$, AI=3, IQ=7 e IP=6.

Calcule BI.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

PROBLEMA Nº 30

En las siguientes proposiciones indique el valor de verdad:

I. Si en un trapecio las diagonales tienen la misma longitud entonces es isósceles.

II. Si en un cuadrilátero las diagonales se bisecan entonces es un paralelogramo.

III. Si en un cuadrilátero los lados son congruentes entonces es un cuadrado.

A) VFF B) FFV
C) VFV D) VVF
E) FFF

PROBLEMA Nº 31

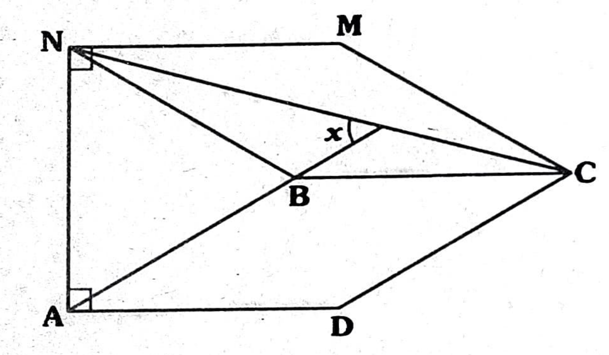
En un trapecio isósceles ABCD $\left(\overline{BC}//\overline{AD}\right)$ se traza $\overline{BH}$ perpendicular a $\overline{AD}$ (H en $\overline{AD}$), tal que HD=2(BC) y $m\measuredangle CDA=45°$.

Calcule $m\measuredangle BCA$

A) 18° B) 15° C) 37°/2
D) 53°/2 E) 30°

PROBLEMA Nº 32

En el gráfico, ABCD y BCMN son rombos y AN=AD. Calcule x.



A) 45° B) 30° C) 36°
D) 53° E) 54°

PROBLEMA Nº 33

Calcule la altura de un trapecio en el cual la distancia entre los puntos medios de sus diagonales es igual a 6 cm y dos de sus ángulos consecutivos miden 75° y 30°.

A) 3 cm B) 6 cm C) 12 cm
D) $3\sqrt{3}$ cm E) $6\sqrt{3}$ cm

PROBLEMA Nº 34

En un paralelogramo ABCD, la mediatriz de $\overline{CD}$ contiene a B. Si $m\measuredangle BAC=45°$, calcule $m\measuredangle CAD$.

A) 18,5° B) 15°
C) 30° D) 26,5°
E) 22,5°

PROBLEMA Nº 35

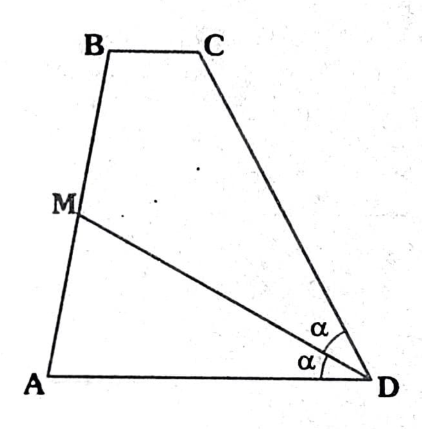
En un trapecio ABCD: $\overline{BC}$ es la base menor, AB=5, $m\sphericalangle A = 60°$ y $m\sphericalangle D = 30°$. Calcular la distancia entre los puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$.

A) 2 B) 3 C) 5
D) 4 E) 1

PROBLEMA Nº 36

En la figura: $\overline{BC} // \overline{AD}$; BC=2; AD=6; AM=MB.

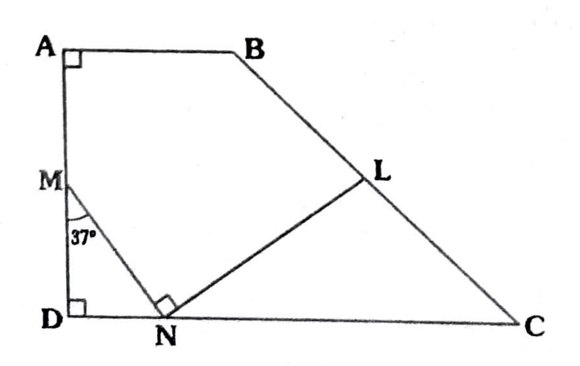
Calcular CD.



A) 4 B) 8 C) 6
D) 7 E) 9

PROBLEMA Nº 37

En la figura: AM=MD, BL=LC; MN=15.
Calcular AB.



A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 15

PROBLEMA Nº 38

Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si un cuadrilátero tiene sus diagonales congruentes entonces es un rectángulo.

II. Una recta que pasa por el centro del cuadrado lo divide siempre en dos figuras congruentes.

III. El cuadrado es un polígono regular.

A) FVV B) FFF C) FVF
D) VVV E) VFV

PROBLEMA Nº 39

Se tiene el cuadrilátero convexo ABCD, donde:

$m\sphericalangle BAC = m\sphericalangle CAD$, $m\sphericalangle ADC = 90°$,
$m\sphericalangle ABC = 150°$ y BC=4.

Calcule CD.

A) 1 B) 2 C) 3
D) $2\sqrt{3}$ E) 4

PROBLEMA Nº 40

De las siguientes proposiciones indicar (V) verdadero o (F) falso:

( ) Si un cuadrilátero tiene sólo 2 lados paralelos entonces es un trapecio.

( ) Un cuadrilátero de diagonales perpendiculares y congruentes es un cuadrado.

( ) Un trapecio rectángulo es un trapecio escaleno.

A) VFV B) FFV
C) VFF D) FVF
E) FFF

PROBLEMA Nº 41

Se tiene un cuadrilátero convexo ABCD. Si $m\sphericalangle BCD - m\sphericalangle BAD = 20^\circ$, calcular el mayor valor del ángulo que forman las bisectrices interiores de los $\sphericalangle B$ y $\sphericalangle D$.

A) 160° B) 135° C) 150°
D) 170° E) 100°

PROBLEMA Nº 42

Se tiene un trapezoide ABCD, tal que AB=CD=12; $m\sphericalangle ABD = 75^\circ$, $m\sphericalangle BDC = 15^\circ$. Calcular la medida del segmento que une los puntos medios de las diagonales.

A) 6 B) 8 C) 4
D) 4,5 E) 9

PROBLEMA Nº 43

En un trapecio ABCD $(\overline{BC} /\!/ \overline{AD})$ en $\overline{AD}$ y en $\overline{CD}$ se ubican los puntos M y N respectivamente tal que CN=ND y $m\sphericalangle NBC = m\sphericalangle NMD$. Si la distancia de B a $\overline{MN}$ es 10, calcular la distancia del punto medio de $\overline{BM}$ a $\overline{BN}$.

A) 6 B) 8 C) 3
D) 4 E) 5

PROBLEMA Nº 44

En un trapecio ABCD $(\overline{BC} /\!/ \overline{AD})$; $m\sphericalangle BAD = 2(m\sphericalangle ADC)$ la mediatriz de $\overline{CD}$ interseca en "P" a la bisectriz exterior del $\sphericalangle A$. Calcular PB, si PD=13.

A) 12 B) 5 C) 15
D) 14 E) 13

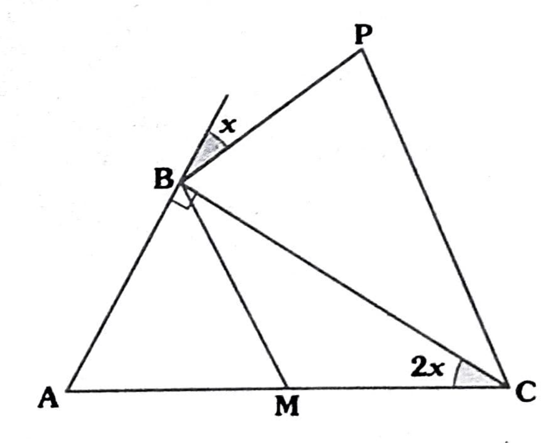
PROBLEMA Nº 45

Una diagonal de un trapecio isósceles mide igual que la suma de las medidas de las bases. Calcular la medida del menor ángulo que forman las diagonales.

A) 30° B) 60°
C) 45° D) 90°
E) 75°

PROBLEMA Nº 46

En la figura, CMBP es un trapecio isósceles de bases BM y PC. Si BM=MC. Calcule x.



A) 18° B) 36° C) 9°
D) 27° E) 21°

PROBLEMA Nº 47

En un cuadrado ABCD de centro O, la mediatriz de OC corta a la prolongación

de AD en M. Calcule $m\measuredangle CMO$.

A) 37° B) 45° C) 30°
D) 15° E) 47°

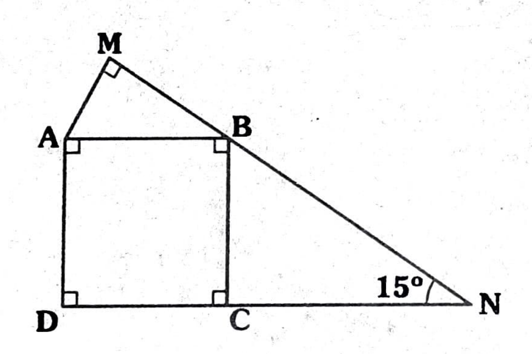
PROBLEMA Nº 48

Se tiene un trapecio ABCD de bases AD y BC, las bisectrices interiores trazadas de A y B se cortan en R. Si AD=8, AB=2 y BC=4. Calcule la distancia de R al punto medio de CD.

A) 5 B) 4 C) 6
D) 3 E) 7

PROBLEMA Nº 49

Según el gráfico, AB=BC. Calcule $\frac{MB}{BN}$.



A) 0,6 B) 0,5
C) 0,25 D) 0,75
E) 0,3

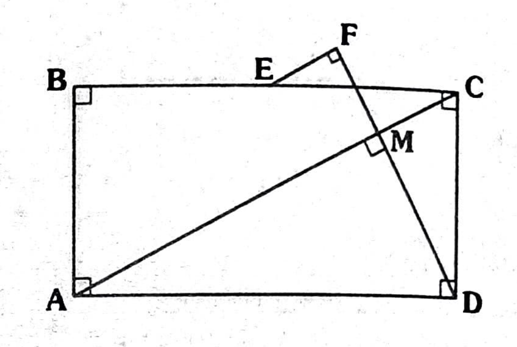
PROBLEMA Nº 50

En un paralelogramo ABCD, $m\measuredangle B = 100°$, las mediatrices de los lados $\overline{AD}$ y $\overline{CD}$ se intersecan en un punto F del lado $\overline{BC}$.
Calcule la medida del ángulo FAD.

A) 20° B) 15° C) 10°
D) 30° E) 25°

PROBLEMA Nº 51

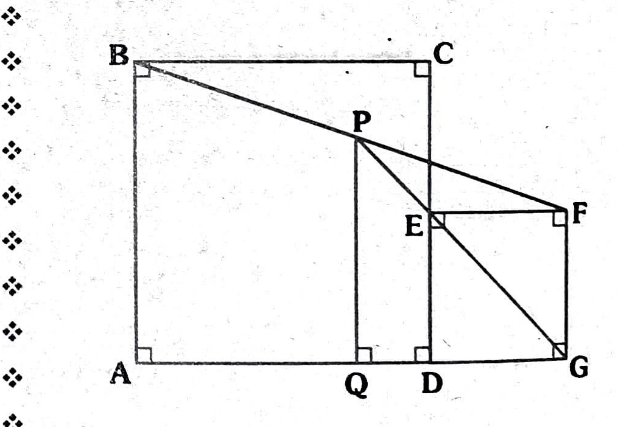
Calcule EF, si BE=EC, MC=3 y AM=9.



A) 1 B) 2 C) 1,5
D) 0,5 E) 1,25

PROBLEMA Nº 52

Sean los cuadrados ABCD y DEFG si AG=12. Calcule PQ.



A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8

PROBLEMA Nº 53

Se tiene el cuadrado ABCD cuyo lado mide 2, se traza interiormente el triángulo equilátero ARD, la prolongación de $\overline{CR}$ corta a $\overline{AB}$ en P. Calcule BP.

A) $\sqrt{3}-1$ B) $4-2\sqrt{3}$
C) $\sqrt{3}+1$ D) $2\sqrt{3}-2$
E) $2-\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 54

Se tiene el rectángulo ABCD. M está en $\overline{BC}$ y N en $\overline{AC}$ talque $m\measuredangle MAC = m\measuredangle CAD$ y $m\measuredangle AMN = 90°$. Si $2(AB) = 3(MN)$, calcule $m\measuredangle MAC$.

A) 22,5° B) 26,5° C) 30°
D) 28° E) 18,5°

PROBLEMA Nº 55

ABCD es un trapecio isósceles de bases $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$, en el cual $\overline{CA}$ es bisectriz del ángulo BCD. Si BC=3 cm y AD=13 cm; calcule la altura del trapecio.

A) 12 cm B) 10 cm
C) $6\sqrt{2}$ cm D) $5\sqrt{3}$ cm
E) 15 cm

PROBLEMA Nº 56

En un paralelogramo ABCD, las bisectrices interiores de A y B se cortan en P. Si AB=6 cm, BC=14 cm y $m\measuredangle PCD = m\measuredangle ABC$. Calcule PC.

A) 14 cm B) 11 cm
C) 12 cm D) 13 cm
E) 14 cm

PROBLEMA Nº 57

En un paralelogramo ABCD: AC=2AB y $m\measuredangle DBC = 45°$. La medida del ángulo BCA es:

A) 18,5° B) 22,5°
C) 26,5° D) 15°
E) 30°

PROBLEMA Nº 58

Dado un paralelogramo ABCD, se ubica el punto P en la prolongación de $\overline{DB}$, tal que $\overline{PA} \perp \overline{AD}$ y PC=PD. Si $m\measuredangle PDA = 45°$, calcule $m\measuredangle DPC$.

A) 18,5° B) 26,5°
C) 30° D) 45°
E) 60°

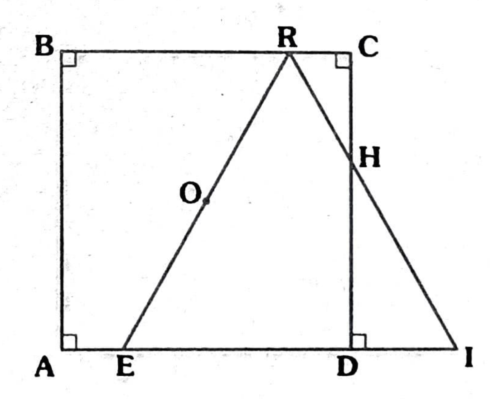
PROBLEMA Nº 59

En un rectángulo ABCD: $m\measuredangle DBC = 15°$. La mediatriz de $\overline{BD}$ corta a $\overline{BC}$ en P. La medida del ángulo BPA es:

A) 15° B) 30°
C) 22,5° D) 18,5°
E) 26,5°

PROBLEMA Nº 60

En el gráfico, O es centro del cuadrado ABCD y AE=2. Calcule DH, si ERI: triángulo equilátero.



A) $2\sqrt{2}$ B) 6
C) $2\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$
E) $5\sqrt{3}$



Problemas Resueltos

Ciclo Cepre-Uni

PROBLEMA Nº 61

En un triángulo ABC:AB=BC, si sobre la bisectriz exterior de B, se ubica un punto D y en la prolongación de $\overline{AC}$ un punto E, de tal manera que DE=AB, entonces ABDE es:

A) Un rectángulo

B) Un rombo

C) Un paralelogramo

D) Un trapecio isósceles

E) C ó D

PROBLEMA Nº 62

En un rectángulo ABCD, se traza $\overline{BH} \perp \overline{AC}$ $\left(H \in \overline{AC}\right)$. Las bisectrices de los ángulos HBC y ACD se intersecan en el punto R. Luego, se traza $\overline{RP} \perp \overline{AD}$ $\left(P \in \overline{AD}\right)$. Si RP=a y CD=b, entonces la longitud de $\overline{CH}$ es:

A) $\dfrac{2a+b}{2}$ B) $\dfrac{a+b}{2}$

C) $2(b-a)$ D) $3(b-a)$

E) $a+b$

PROBLEMA Nº 63

En un cuadrado PQRS; en la prolongación de $\overline{PS}$ se ubica el punto T tal que $\overline{QT}$ interseca a $\overline{PR}$ en el punto E. Si QE=ST, calcule $m\measuredangle QEP$.

A) 30° B) 45° C) 53°

D) 60° E) 75°

PROBLEMA Nº 64

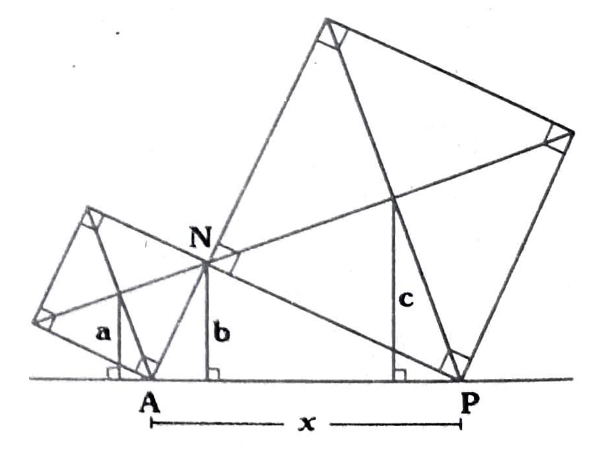
En un trapecio ABCD y $\overline{BC} // \overline{AD}$. Si: M punto medio de $\overline{AB}$, se traza $\overline{CN}$, la cual biseca a $\overline{MD}$ en un punto tal Q. $N \in \overline{AD}$. Halle QN, si QC=6.

A) 2 B) 1 C) 4

D) 7 E) 5

PROBLEMA Nº 65

Sobre los catetos de un triángulo rectángulo ANP, se han dibujado cuadrados, entonces "x" en función de a, b y c.



A) $\dfrac{3}{2}(a+c-b)$ B) $2(a+c-b)$

C) $a+c-b$ D) $\dfrac{a+c-b}{2}$

E) $\dfrac{2}{3}(a+c-b)$

PROBLEMA Nº 66

En un paralelogramo UNIV, por la intersección de sus diagonales se traza una recta L, la distancia de N a $\overleftrightarrow{L}$ es 12 u, halle

la suma de las distancias de los puntos medios de $\overline{NI}$ y $\overline{VI}$ a la recta L.

A) 4u B) 6u C) 8u
D) 10u E) 12u

PROBLEMA Nº 67

En un trapecio ABCD $\left(\overline{AB}//\overline{CD}\right)$, M y N son puntos medios de $\overline{BD}$ y $\overline{AC}$. Si $AB + CD = \ell$, entonces la longitud del segmento que une los puntos medios de $\overline{AM}$ y $\overline{BN}$ es:

A) $\frac{\ell}{2}$ B) $\frac{\ell}{3}$ C) $\frac{\ell}{4}$
D) $\frac{\ell}{5}$ E) $\frac{\ell}{6}$

PROBLEMA Nº 68

En un paralelogramo ABCD, se construyen hacia el interior los triángulos equiláteros ABF y BCE, calcular la m∢FED.

A) 30° B) 45° C) 60°
D) 72° E) 75°

PROBLEMA Nº 69

Exteriormente a un paralelogramo ABCD, se construyen los cuadrados con los lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ cuyos centros son respectivamente O_1, O_2 y O_3, si $O_1O_3 = d$. Halle la distancia de O_2 a $\overline{O_1O_3}$.

A) $\frac{d}{4}$ B) $\frac{d}{3}$ C) $\frac{d}{2}$
D) d E) $\frac{3d}{2}$

PROBLEMA Nº 70

En un trapecio UNIV, UV=2NI, UV//NI, $R \in \overline{IV}$, $\overline{UR} \perp \overline{IV}$, F y S son puntos medios de $\overline{NU}$ y $\overline{UR}$ respectivamente. Si FU=18 halle FS.

A) 9 u B) 18 u C) 22 u
D) 26 u E) 32 u

PROBLEMA Nº 71

En un trapecio las diagonales miden 10 u y 14 u. Calcule el menor valor entero de su mediana.

A) 1 u B) 2 u C) 3 u
D) 4 u E) 5 u

PROBLEMA Nº 72

En un cuadrilátero VRFS la m∢SRF = 12°, la m∢VFS = 90°, m∢RSF = 18°, $H \in \overline{RS}$, $L \in \overline{VS}$, m∢VHL = 15°, HL=2,5 y m∢VHS = 90°. Halle FS.

A) 3 u B) 4 u C) 5 u
D) 6 u E) 7 u

PROBLEMA Nº 73

En un cuadrilátero convexo ABCD, AB=BD, AC=AD, $\frac{m∢CBD}{9} = \frac{m∢BAC}{2} = \frac{m∢CAD}{6}$.

Calcule la m∢ADC.

A) 30° B) 45° C) 60°
D) 72° E) 81°

PROBLEMA Nº 74

En un cuadrilátero FGST, m∢TFS = m∢GSF = m∢FST = 15° y

$m\measuredangle FGT = 90^\circ$; determine la $m\measuredangle GFS$.

A) 15° B) 22,5°
C) 30° D) 35°
E) 45°

PROBLEMA Nº 75

En un trapecio ABCD $\overline{BC} // \overline{AD}$ las bisectrices interiores de los ángulos A y B se inteceptan en P y las bisectrices interiores de los ángulos C y D se interceptan en Q. Determine la longitud del segmento $\overline{PQ}$ si AB=6, BC=4, CD=8, AD=10.

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0
D) 2 E) $\frac{3}{2}$

PROBLEMA Nº 76

En un rombo ABCD, AC=8, BD=6. M, N, P son puntos en las prolongaciones de $\overline{AB}$, $\overline{AD}$ y $\overline{AC}$, la $m\measuredangle MPN = 90$, $C \in \overline{MN}$, $\overline{MN} \perp \overline{AC}$. Halle AP+MN.

A) 18 B) 20 C) 26
D) 28 E) 30

PROBLEMA Nº 77

ABCD es un trapecio, se trazan las diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$. La bisectriz del $\measuredangle CAD$ intersecta a $\overline{BD}$ en el punto E. Si $m\measuredangle BCE = 80^\circ$, $m\measuredangle EBC = 20^\circ$, $\overline{AC} \cong \overline{AD}$ y $BC + CE = 7u$. Calcule la longitud de $\overline{BD}$.

A) 7 u B) 3,5 u C) 4 u
D) 3 u E) 10 u

PROBLEMA Nº 78

En un cuadrilátero convexo ABCD, $\overrightarrow{AC}$ es bisectriz del $\measuredangle BAD$, si:

$$m\measuredangle CAD = \frac{m\measuredangle BDA}{3} = \frac{m\measuredangle BCA}{2} \quad y$$

$m\measuredangle CAD = 90^\circ$, entonces la $m\measuredangle ACD$ es:

A) 45° B) 50° C) 55°
D) 65° E) 75°

PROBLEMA Nº 79

Dado el cuadrado ABCD, en $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$ se ubican los puntos P y Q tal que:

$$m\measuredangle CPQ = 2(m\measuredangle BAP)$$

Calcule $m\measuredangle PAQ$

A) 30° B) 37° C) 45°
D) 53° E) 60°

PROBLEMA Nº 80

Sobre las bases de un paralelogramo ABCD, se dibujan exteriormente los triángulos equiláteros ABP, BCQ, CDR y DAS. Demuestre que el cuadrilátero PQRS es un paralelogramo.

PROBLEMA Nº 81

Se tiene el cuadrado ABCD, se ubica R punto medio de $\overline{AD}$, $\overline{AF}$ es perpendicular a $\overline{BR}$ $F \in \overline{BR}$, calcule la distancia del centro del cuadrado al segmento BR.

A) $\frac{1}{3}AF$ B) $\frac{1}{4}AF$ C) $\frac{2}{3}AF$
D) $\frac{1}{2}AF$ E) $\frac{3}{4}AF$

PROBLEMA Nº 82

En un triángulo rectángulo ABC (AB<BC), se traza la altura $\overline{BH}$, y luego se trazan $\overline{HE}$ y $\overline{HF}$ perpendiculares a los catetos $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ respectivamente $E\in\overline{AB}$, $F\in\overline{BC}$ la recta trazada por B, perpendicular a $\overline{EF}$ interseca a $\overline{HF}$ en Q y a $\overline{AC}$ en R. Si AH=a, HC=b, calcule QR.

A) $\dfrac{a+b}{2}$ B) $\dfrac{a+b}{4}$

C) $b-a$ D) $\dfrac{b-a}{2}$

E) $b-2a$

PROBLEMA Nº 83

¿Es verdad?

I. Si las diagonales de un cuadrilátero convexo se bisecan, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

II. A es el conjunto de rectángulos, B es el conjunto de rombos y C es el conjunto de cuadrados, entonces $C\subset(A\cup B)$.

III. El cuadrilátero que se obtiene al unir los puntos medios de los lados de un cuadrilátero es un paralelogramo.

A) I y II B) II y III

C) I y III D) sólo II

E) I, II y III

PROBLEMA Nº 84

En un paralelogramo ABCD, por el vértice A se traza una recta que interseca a la prolongación del lado $\overline{DC}$ en el punto N. La altura $\overline{DH}$ $\left(H\in\overline{AB}\right)$ del paralelogramo intersecta a $\overline{AN}$ en el punto M. Si $m\measuredangle DAN=2m\measuredangle BAN$ y $BC=18u$, entonces la longitud (en u) de $\overline{MN}$ es:

A) 18 B) 27 C) 36

D) 48 E) 56

PROBLEMA Nº 85

Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si las diagonales de un cuadrilátero convexo son perpendiculares y congruentes, entonces el cuadrilátero es un cuadrado.

II. Si las diagonales de un trapecio son congruentes, entonces el trapecio es isósceles.

III. Si las diagonales de un cuadrilátero son congruentes y se bisecan, entonces el cuadrilátero es un rectángulo.

A) VVV B) VFV

C) FVF D) FVV

E) FFF

PROBLEMA Nº 86

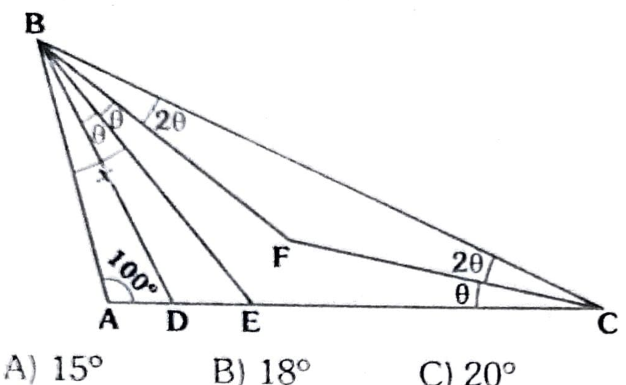
En un trapecio ABCD $\left(\overline{AB}//\overline{CD}\right)$, las bisectrices interiores de los ángulos A y B se intersectan en el punto P y las bisectrices interiores de los ángulos C y D se intersectan en el punto Q. Si $AD+BC=15u$ y $AB+CD=12u$, entonces la longitud (en u) de $\overline{PQ}$ es:

A) 0,5 B) 1 C) 1,5

D) 2 E) 3

PROBLEMA Nº 87

En la figura, BD=BF, hallar $m\measuredangle ABE$.



A) 15° B) 18° C) 20°

D) 22.5° E) 30°

PROBLEMA Nº 88

En un cuadrilátero convexo ABCD, $AB = CD = BC$, además:

$$m\measuredangle ACD - m\measuredangle ACB = 60°$$

hallar $m\measuredangle CAD$.

A) 15° B) 20° C) 25°

D) 30° E) 35°

PROBLEMA Nº 89

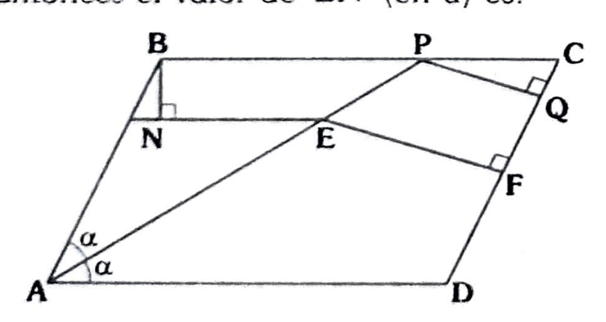
En un trapecio ABCD, $\overline{BC} // \overline{AD}$, BC<AD. Se ubica M punto medio de $\overline{AB}$. Las distancias de B y D a $\overline{CA}$ son 8 y 10. Calcule la distancia del punto medio de $\overline{MD}$ a $\overline{AC}$.

A) 1 B) 2 C) 3

D) 4 E) 7

PROBLEMA Nº 90 **(Seminario)**

En el gráfico (ABCD) es un paralelogramo. $\overline{PQ} = 3$ u, $\overline{NE} // \overline{BC}$ y EF=5 u. Entonces el valor de $\overline{BN}$ (en u) es.



A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2

D) $\frac{5}{2}$ E) 3

PROBLEMA Nº 91

En un paralelogramo ABCD, $m\measuredangle ABC = 5m\measuredangle BCD$, las bisectrices interiores de los $\measuredangle ABC$ y $\measuredangle BCD$ se cortan en F. Halle AD en metros, si la distancia de F a $\overline{CD}$ es igual a 6m.

A) 22 B) 23 C) 24

D) 25 E) 26

PROBLEMA Nº 92

Cada uno de los ángulos de un rectángulo se triseca, la intersección de los pares de trisectores adyacentes al mismo lado se forma siempre:

A) Un cuadrado

B) Un rectángulo

C) Un paralelogramo con lados no congruentes.

D) Un rombo

E) Un trapezoide

PROBLEMA Nº 93

En un cuadrilátero convexo ABCD, $m\measuredangle BAD + m\measuredangle BCD = 130°$, las mediatrices de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ se intersecta en el punto D. Calcule la medida del ángulo ADC.

A) 100° B) 120°

C) 130° D) 140°

E) 150°

PROBLEMA Nº 94

Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si los lados opuestos de un cuadrilátero son congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

II. Si las diagonales de un cuadrilátero son perpendiculares y congruentes, entonces el cuadrilátero es un cuadrado.

III. Un cuadrilátero convexo es un trapezoide simétrico.

A) FFF B) VVV
C) VFF D) FVF
E) VVF

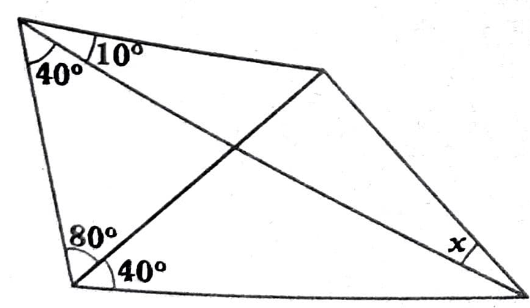
PROBLEMA Nº 95

En un cuadrilátero convexo ABCD, AB=BC=CD y m∢ABC = 60°. Se traza $\overline{BF}$ perpendicular a la prolongación de $\overline{DA}$. Halle la m∢DBF.

A) 60° B) 30° C) 15°
D) 90° E) 45°

PROBLEMA Nº 96

En la figura, hallar "x"



A) 10° B) 15° C) 22,5°
D) 18° E) 16°

PROBLEMA Nº 97

En un cuadrilátero ABCD, se traza la diagonal AC tal que:

$$2(m\sphericalangle BAC)=120^\circ-2(m\sphericalangle ACD),$$
$$m\sphericalangle ADC=2m\sphericalangle ACD \text{ y } AB=AD.$$

Halle m∢ACB.

A) 20° B) 15° C) 30°
D) 37° E) $\frac{53^\circ}{2}$

PROBLEMA Nº 98

En un paralelogramo ABCD, m∢B=110°; las mediatrices de los lados $\overline{AD}$ y $\overline{CD}$ se intersecan en un punto P del lado $\overline{BC}$. Halle m∢PAD.

A) 34° B) 36° C) 38°
D) 40° E) 42°

PROBLEMA Nº 99

En un cuadrado ABCD, en $\overline{CD}$ se ubica un punto E, luego se trazan las perpendiculares $\overline{AP}$ y $\overline{CQ}$ a $\overline{BE}$ (P y Q en $\overline{BE}$). Si CQ=7 cm y AP=11 cm.

La longitud (en cm) de $\overline{PQ}$ es.

A) 2,5 B) 3,0 C) 3,5
D) 4,0 E) 5,0

PROBLEMA Nº 100

En un pentágono convexo ABCD,

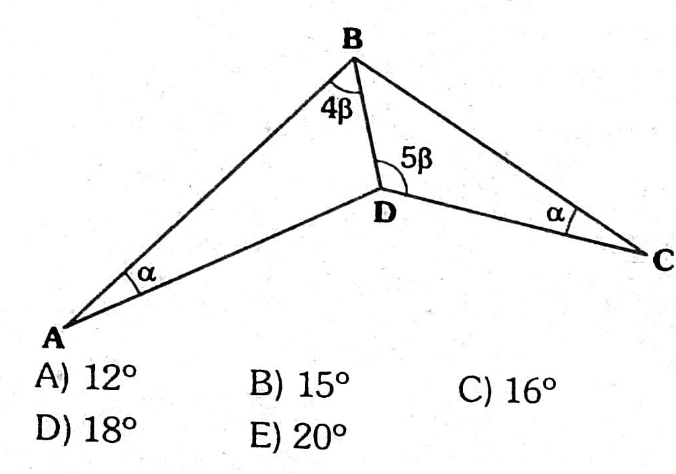
$$m\sphericalangle BAE = m\sphericalangle BCD = 90^\circ \quad \text{y}$$
$$m\sphericalangle ABC = m\sphericalangle AED = m\sphericalangle CDE$$

Entonces, la medida del ángulo ABC es.

A) 72° B) 100° C) 108°
D) 120° E) 150°

PROBLEMA Nº 101

En la figura, AD=BC. Halle β.



A) 12° B) 15° C) 16°
D) 18° E) 20°

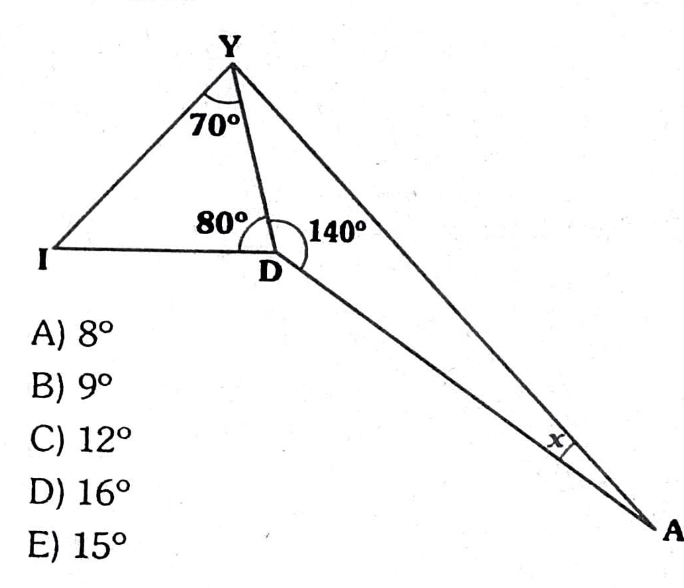
PROBLEMA Nº 102

$\mathscr{L}$ es una recta exterior al rectángulo ABCD. Si las distancias desde los vértices A; C y D a dicha recta son 10 cm, 6 cm y 4 cm respectivamente, entonces la distancia (en cm) del vértice B a la recta $\mathscr{L}$ es.

A) 8 B) 10 C) 12
D) 14 E) 16

PROBLEMA Nº 103

En la figura mostrada: DI+DY=DA
Calcule x.



A) 8°
B) 9°
C) 12°
D) 16°
E) 15°

PROBLEMA Nº 104

Un cuadrado ABCD está inscrito en un triángulo PQT, de modo que $B\in\overline{PT}$, $C\in\overline{QT}$, $A\in\overline{PQ}$ y $D\in\overline{PQ}$. Calcule la medida del ángulo DTQ si PQ=QT y $m\measuredangle TPQ=\theta$.

A) $3\theta-90°$ B) $\theta-45°$
C) $2\theta-90°$ D) $\theta-30°$
E) $\theta+15°$

PROBLEMA Nº 105

Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si en un cuadrilátero convexo las bisectrices de los ángulos opuestos son paralelas entonces, el cuadrilátero es un paralelogramo.

II. En un trapecio una diagonal puede bisecar a la otra diagonal.

III. Si en un polígono regular todas sus diagonales son congruentes, entonces el polígono es un cuadrado.

IV. Las diagonales del rombo son bisectrices de sus ángulos.

A) FFFV B) VVVV
C) VFFV D) VFVF
E) FFVF

PROBLEMA Nº 106

Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si las diagonales de un cuadrilátero convexo son perpendiculares y congruentes, entonces el cuadrilátero es un cuadrado.

II. Si las diagonales de un trapecio son congruentes, entonces el trapecio es isósceles.

III. Si las diagonales de un cuadrilátero se bisecan, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

IV. Todo paralelogramo equilátero es un cuadrado.

A) VVVF B) VFVV C) FVFV

D) FVVF E) FFFF

PROBLEMA Nº 107

En un cuadrilátero convexo ABCD, AB=BC.

Si $4m\sphericalangle DAC = 2m\sphericalangle CBD = m\sphericalangle ABD = 20°$, entonces la $m\sphericalangle ACD$ es.

A) 8° B) 10° C) 12°

D) 15° E) 20°

PROBLEMA Nº 108

En el cuadrilátero convexo ABCD, $m\sphericalangle ABC = 90°$, $AB = BC$, $m\sphericalangle CAD = 30°$ y la mediatriz de $\overline{BC}$ contiene a D.

Calcular $m\sphericalangle ACD$.

A) 10° B) 12° C) 15°

D) 17° E) 18°

PROBLEMA Nº 109

En un rectángulo ABCD, AB=40 cm y BC=20 cm. En el lado $\overline{CD}$ se ubica el punto M, ¿a qué distancia (en cm) del vértice D debe estar el punto M para que la diagonal $\overline{AC}$ sea la bisectriz del $\sphericalangle BAM$?

A) 10 B) 15 C) 20

D) 25 E) 30

PROBLEMA Nº 110

En un cuadrilátero convexo ABCD, la mediatriz de $\overline{AD}$ contiene a B si $m\sphericalangle BCA=30°$, $m\sphericalangle CAD=20°$ y $m\sphericalangle ADC=80°$ entonces $m\sphericalangle BAC$ es:

A) 10° B) 15° C) 18°

D) 20° E) 24°

PROBLEMA Nº 111

En un cuadrilátero convexo ABCD, $m\sphericalangle BAC=m\sphericalangle CAD=21°$, $m\sphericalangle BCA=24°$, $m\sphericalangle ACD=39°$. Si BC=a, entonces CD es:

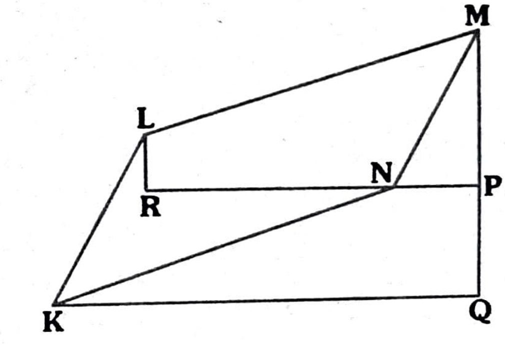
A) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ B) $\frac{a\sqrt{6}}{6}$

C) $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ D) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

E) $\frac{a\sqrt{3}}{6}$

PROBLEMA Nº 112

En el gráfico KLMN es un romboide, $m\sphericalangle LRP = m\sphericalangle MPN = m\sphericalangle MQK = 90°$. Si $KQ = a$, $RN = b$. Calcule NP.



A) $a-b$ B) $\frac{a-b}{2}$ C) $\frac{a-b}{3}$

D) $\frac{a-b}{4}$ E) $\frac{a-b}{5}$

PROBLEMA Nº 113

En un cuadrilátero convexo ABCD se cumple: $\overline{BC} \cong \overline{CD}$, $m\sphericalangle BCA = 25°$, $m\sphericalangle ACD = 75°$ y $m\sphericalangle ADB = 30°$.

Halle $m\sphericalangle BAC$.

A) 15° B) 30° C) 25°
D) 35° E) 45°

PROBLEMA Nº 114

En un cuadrado ABCD se trazan las perpendiculares $\overline{DD'}$, $\overline{CC'}$, $\overline{BB'}$ a una recta L que pasa por su centro. Si la $CC' = 10u$. Calcule la proyección de $\overline{DB}$ sobre $\overleftrightarrow{L}$.

A) 10 u B) 15 u C) 20 u
D) 25 u E) 30 u

PROBLEMA Nº 115

En un cuadrado ABCD se ubica el punto interior E de manera que la $m\sphericalangle EAD = 55°$, se construye el cuadrado DEFG de manera que $\overline{FG} \cap \overline{CD} = \phi$.

Calcular la $m\sphericalangle DCG$.

A) 40° B) 45° C) 50°
D) 55° E) 35°

PROBLEMA Nº 116

En un trapecio rectángular ABCD (ángulo recto en A y B), BC=5 u, CD=25 u, AD=22 u y las bisectrices de los ángulos C y D se interceptan en M. Si $\overline{MN}$ es perpendicular a $\overline{AB}$ $\left(N \in \overline{AB}\right)$.

Calcule MN (en u).

A) 1 B) 0,5 C) 1,5
D) 0,8 E) 1,2

PROBLEMA Nº 117

El cuadrilátero ABCD, la $m\sphericalangle BAC = 60°$, la $m\sphericalangle DAC = 40°$, la $m\sphericalangle BCA = 20°$, la $m\sphericalangle ACD = 10°$, entonces la medida del ángulo que determinan las diagonales AC y BD es:

A) 45° B) 90° C) 75°
D) 60° E) 30°

PROBLEMA Nº 118

En un cuadrilátero ABCD: AB=BC=CD; $m\sphericalangle A = 6x$; $m\sphericalangle C = 12x$; $m\sphericalangle D = 4x$.

Halle "x".

A) 8° B) 9° C) 10°
D) 11° E) 12°

PROBLEMA Nº 119

En un cuadrilátero convexo ABCD: $m\sphericalangle A = 2m\sphericalangle BDA$, $m\sphericalangle DBC + m\sphericalangle ADB = 60°$ y AB=CD.

Halle: $m\sphericalangle CBD$.

A) 20° B) 25° C) 30°
D) 15° E) 45°

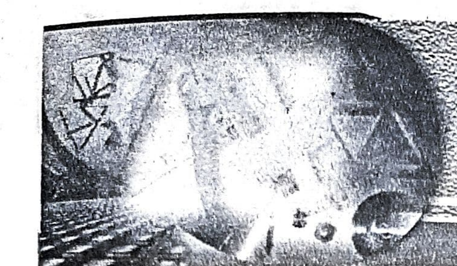
PROBLEMA Nº 120

En un cuadrilátero convexo ABCD, AD=DC,

$m\sphericalangle BCD = m\sphericalangle BAC = 2m\sphericalangle CAD = 20°$.

Calcular $m\sphericalangle BDC$.

A) 90° B) 100°
C) 120° D) 125°
E) 135°



Problemas Resueltos

Ciclo Semestral

PROBLEMA Nº 121

Se tiene un cuadrilátero ABCD tal que AB=3, AD=4, DC=5, $m\sphericalangle BAD = 150°$ y $m\sphericalangle ADC = 83°$. Calcule BC.

A) 4 B) $4\sqrt{2}$

C) $4\sqrt{3}$ D) 8

E) $4\sqrt{5}$

PROBLEMA Nº 122

En un cuadrilátero ABCD se cumple $m\sphericalangle BAD + m\sphericalangle CDA = 90°$ y AB=CD, se traza exteriormente el triángulo rectángulo isósceles BPC de base $\overline{BC}$. Si AP=5. Calcule AD.

A) $5\sqrt{2}$ B) $5\sqrt{3}$ C) 5

D) 10 E) 15

PROBLEMA Nº 123

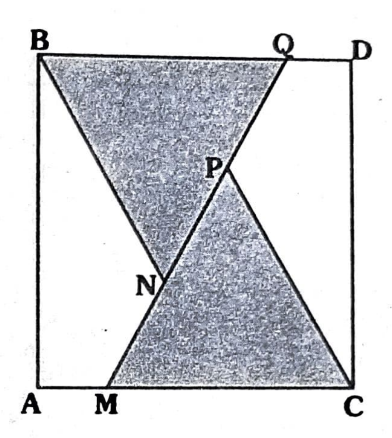
Se tiene el trapecio ABCD $\left(\overline{AD} // \overline{BC}\right)$, $m\sphericalangle A = 8x$, $m\sphericalangle CBD = 2x$, $m\sphericalangle BDC = x$ y AB=BC. Calcule "x".

A) 30° B) 15° C) 20°

D) 10° E) 12

PROBLEMA Nº 124

En el gráfico se muestra un cuadrado ABCD y dos triágulos equiláteros congruentes cuyo interior está sombreado, si NP=6. Calcule MN.



A) 3 B) $3\sqrt{3}$

C) $2\sqrt{3}$ D) 4

E) $3\left(\sqrt{3}-1\right)$

PROBLEMA Nº 125

Se tiene el rectángulo ABCD de centro O, se ubican M y N en $\overline{AD}$ y en su prolongación respectivamente.

Si: $m\sphericalangle MON = 90°$, AM=2(MO) y $m\sphericalangle CNO = 2(m\sphericalangle ONM)$.

Calcule $m\sphericalangle MNO$

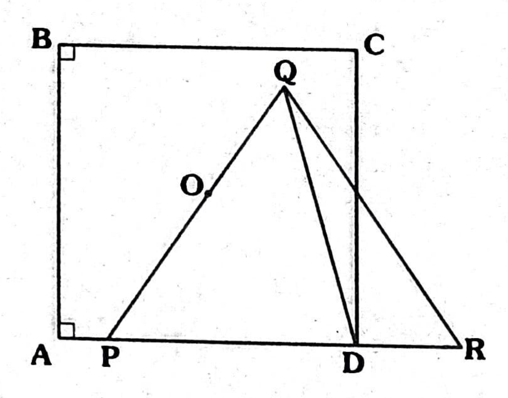
A) 10° B) 12,5°

C) 18,5° D) 12°

E) 8°

PROBLEMA Nº 126

En la figura se muestra un cuadrado ABCD de centro O y un triángulo equilátero PQR, si AB=PR. Calcule $m\sphericalangle QDC$.



A) 8°　　B) 10°　　C) 15°

D) 18,5°　　E) 26,5°

PROBLEMA Nº 127

Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- Si dos cuadriláteros tienen sus ángulos correspondientes iguales, entonces son congruentes.
- Si dos cuadriláteros tienen sus lados correspondientes iguales, entonces son congruentes.
- Si dos cuadriláteros tienen sus lados correspondientes iguales y uno de sus ángulos correspondientes iguales entonces son congruentes.

A) FFF　　B) FVV　　C) FVF

D) FFV　　E) VVV

PROBLEMA Nº 128

Se tiene el trapecio ABCD $(m\sphericalangle C = m\sphericalangle D = 90°)$, se ubica P en $\overline{CD}$ y Q en $\overline{AD}$ tal que $m\sphericalangle BPQ = 90°$, $BP = PQ$ y $AD = 2(BC) + CP$. Calcule $m\sphericalangle BAD$.

A) 30°　　B) 45°　　C) 53°

D) $\frac{53°}{2}$　　E) $\frac{37°}{2}$

PROBLEMA Nº 129

Se tiene el cuadrilátero convexo ABCD, con $BC = 2(CD)$, $m\sphericalangle BAC = 90°$; $m\sphericalangle ABC = 50°$ y $m\sphericalangle ACD = 60°$. Calcule $m\sphericalangle CAD$.

A) 30°　　B) 20°　　C) 40°

D) 50°　　E) 60°

PROBLEMA Nº 130

Se tiene el paralelogramo ABCD se ubica P en $\overline{AD}$, R en $\overline{AB}$ y Q en $\overline{PC}$ tal que $m\sphericalangle PCD = m\sphericalangle BCP$, $m\sphericalangle ARP = m\sphericalangle QDC = 90°$, $AR = 2$, $RB = 5$ y $PR = QD$. Calcule BC.

A) 10　　B) 12　　C) 15

D) 9　　E) 11

PROBLEMA Nº 131

Se tiene el paralelogramo ABCD y el cuadrado PQRS, donde P es punto medio de $\overline{CD}$, Q está en $\overline{BC}$, R en $\overline{AC}$ y S en $\overline{AD}$. Si $BC = 10\sqrt{2}$, calcule RQ.

A) $5\sqrt{2}$　　B) 5　　C) 10

D) 7,5　　E) $2{,}5\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 132

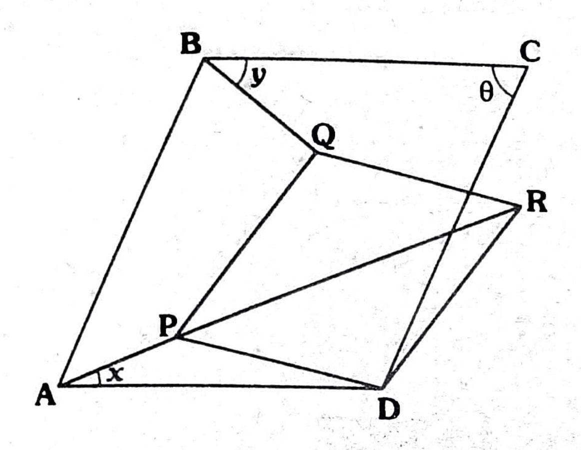
Sea el paralelogramo ABCD y el cuadrado DEPC, $\overline{PE}$ interseca a $\overline{BC}$ en Q. Si $m\sphericalangle ADE = 2(m\sphericalangle BCE) = 2(m\sphericalangle APE)$ y $EC = 4(\sqrt{3}-1)$. Calcule AP.

A) 2　　B) 3　　C) 4

D) $4\sqrt{3}$　　E) $2\sqrt{3}$

PROBLEMA Nº 133

En el gráfico se muestran los rombos ABCD y DPQR. Calcule $x + y$ en términos de θ.



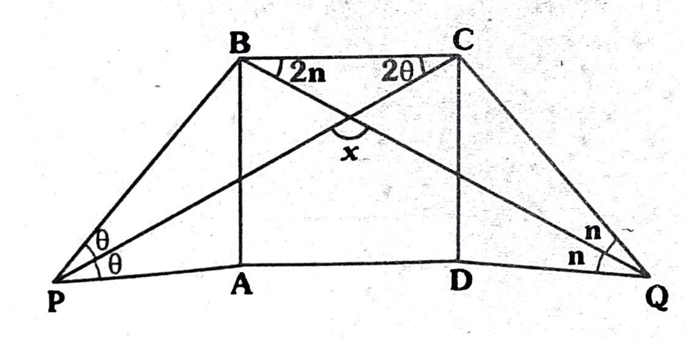
A) $45°-\frac{\theta}{4}$ B) $90°-\frac{\theta}{2}$

C) $45°+\frac{\theta}{4}$ D) $180°-2\theta$

E) $90°-\frac{\theta}{4}$

PROBLEMA Nº 134

Si ABCD es un cuadrado, calcule "x".



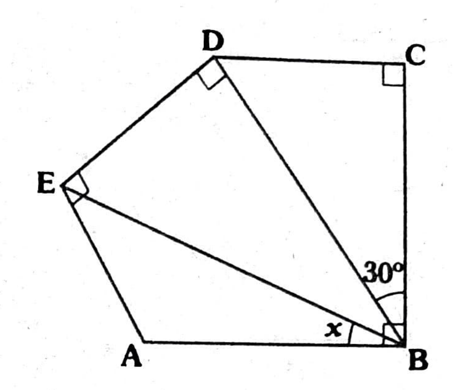
A) 110° B) 120°

C) 135° D) 112°30'

E) 150°

PROBLEMA Nº 135

Calcule "x", si AB=BC.



A) 27° B) 20° C) 23°
D) 17° E) 18°

PROBLEMA Nº 136

Se tiene el trapecio ABCD $(\overline{BC}//\overline{AD})$, M y N son puntos medios de $\overline{BC}$ y $\overline{BD}$ respectivamente.

Si $m\measuredangle NAD + m\measuredangle BCD = 180°$.

Calcule $m\measuredangle BMA$

A) 60° B) 90° C) 120°
D) 75° E) 105°

PROBLEMA Nº 137

Se tiene el cuadrilátero convexo ABCD, talque AB=BC=AD, $m\measuredangle ABC = 90°$, $m\measuredangle BAD = 45°+x$ y $m\measuredangle BCD = 90°-x$.

Calcule "x".

A) 30° B) 10° C) 20°
D) 12° E) 15°

PROBLEMA Nº 138

En el rombo ABCD, la mediatriz de $\overline{BC}$ interseca a $\overline{AC}$ en P y $m\measuredangle ABP = 90°$.

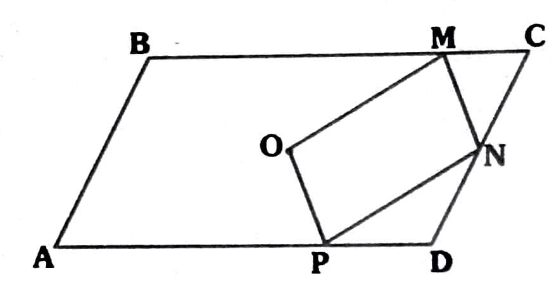
Calcule $m\measuredangle CPD$.

A) 130° B) 150° C) 135°
D) 120° E) 143°

PROBLEMA Nº 139

ABCD y OMNP son romboides, O es centro de ABCD. Si MC=2 y PD=5.

Calcule AP.



A) 7 B) 8 C) 9
D) 12 E) 14

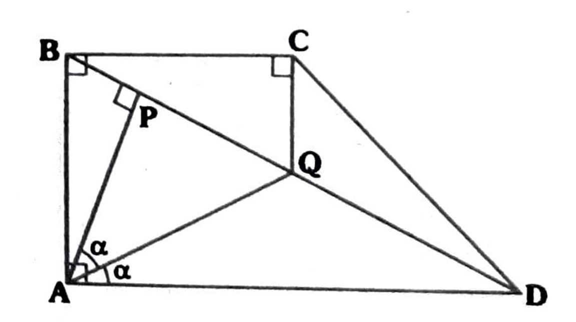
PROBLEMA Nº 140

En un trapecio ABCD recto en A y B, AB=4, el segmento que une los puntos medios de las bases mide "5". Calcule la longitud del segmento que une los puntos medios de sus diagonales.

A) 1 B) 3 C) 1,5
D) 3,5 E) 2,5

PROBLEMA Nº 141

De la figura calcular CQ, si BP=6.



A) 2 B) 3
C) $2\sqrt{2}$ D) 6
E) $3\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 142

Se tiene el trapecio rectángulo ABCD (recto en A y B), se traza $\overline{DH} \perp \overline{AC}$ (H en $\overline{AC}$). Si $m\sphericalangle HBC = 2(m\sphericalangle HDA)$, AD=10 y BC=8. Calcule AB.

A) 12 B) 13 C) 14
D) 18 E) 9

PROBLEMA Nº 143

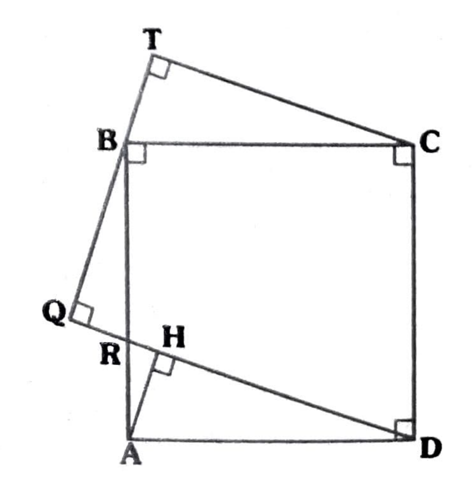
Se tiene el cuadrado ABCD, P está en $\overline{BC}$. S está en $\overline{PD}$ talque $\overline{AS} \perp \overline{PD}$ y CP=CS.

Calcule $m\sphericalangle SCD$

A) $\frac{37°}{2}$ B) $\frac{53°}{2}$ C) 15°
D) 30° E) 14°

PROBLEMA Nº 144

En la figura, ABCD es un cuadrado, si AH=2, BQ=4. Calcule CT − QH.



A) 3 B) 4 C) 2
D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

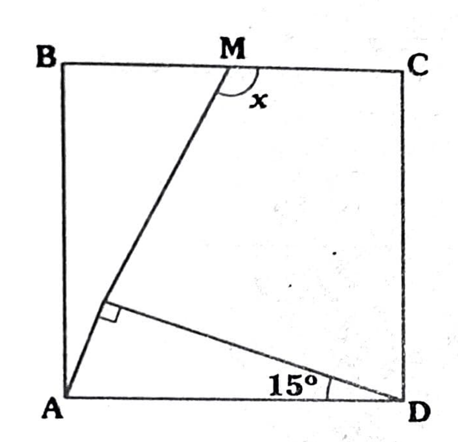
PROBLEMA Nº 145

En el lado $\overline{BC}$ de un cuadrado ABCD se ubica el punto P, si $\overline{BD} \cap \overline{AP} = Q$, calcule $m\sphericalangle BAP$, si además: PC=PQ.

A) 37º/2 B) 53º/2 C) 14º
D) 18º E) 30º

PROBLEMA Nº 146

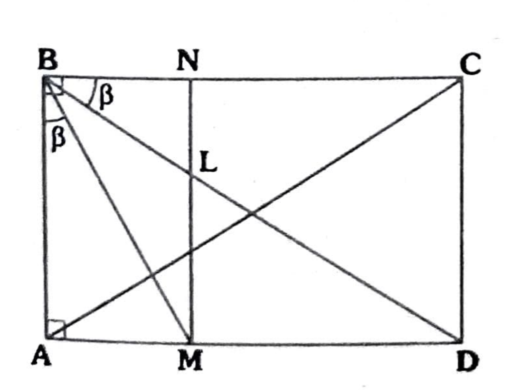
En el gráfico, ABCD es un cuadrado y BM=MC. Calcule "x".



A) 150º B) 120º C) 135º
D) 127º E) 143º

PROBLEMA Nº 147

En el gráfico, MNCD es un cuadrado y LN=6. ¿Cuánto distan los puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{ML}$.



A) 3 B) 6
C) $3\sqrt{2}$ D) $6\sqrt{2}$
E) $\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 148

En un romboide ABCD se traza $\overline{BH} \perp \overline{AC}$; CH=2AH, BH=3; $m\sphericalangle ABH = 2m\sphericalangle DHC$, calcule DH.

A) 3 B) 2
C) $3\sqrt{3}$ D) 6
E) $2\sqrt{3}$

PROBLEMA Nº 149

En un cuadrilátero ABCD, BC=AB+AD, $m\sphericalangle ADB = 30º$; Calcular la medida del ángulo formado por sus diagonales, $m\sphericalangle ABD = m\sphericalangle DBC = 40º$.

A) 55º B) 40º C) 70º
D) 35º E) 65º

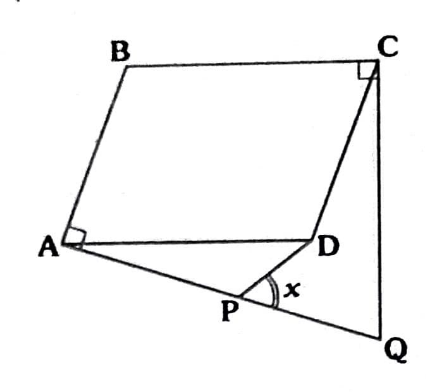
PROBLEMA Nº 150

En un triángulo rectángulo ABC recto en B, se traza el cuadrado BMNQ (siendo M punto medio de $\overline{AC}$) de centro O, si AB=4, BC=8; calcule la distancia de "O" a $\overline{BC}$.

A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) 1
D) $\sqrt{2}/2$ E) 2

PROBLEMA Nº 151

De la figura calcule "x", si ABCD es un romboide. Si: AP=CD y BC=CQ.



A) 75°　B) 45°　C) 60°

D) 67,5°　E) 74°

PROBLEMA Nº 152

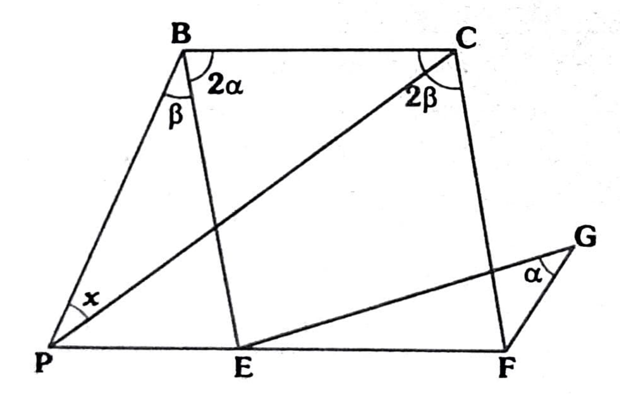
En un romboide ABCD la mediatriz de $\overline{BC}$ intercepta a $\overline{AC}$ en F, la prolongación de $\overline{DF}$ intercepta a $\overline{BC}$ en Q, si $m\measuredangle FQC = 2m\measuredangle BCA$, calcule $m\measuredangle ACD$.

A) 30°　B) 45°　C) 22,5°

D) 18,5°　E) 26,5°

PROBLEMA Nº 153

En el gráfico, EBCF es un paralelogramo $\overline{PC} // \overline{FG}$ y EB=EG. Calcule "x".



A) 37°　B) $\frac{53°}{2}$　C) 30°

D) 45°　E) $\frac{45°}{2}$

PROBLEMA Nº 154

Dado el cuadrado ABCD, se ubica en $\overline{AB}$, $\overline{AD}$ y en la región interior los puntos P, R y Q respectivamente.

Si APQR es un rectángulo, PR=AB y $m\measuredangle BQC = 90°$. Calcule $m\measuredangle QCD$.

A) 18°30'　B) 16°

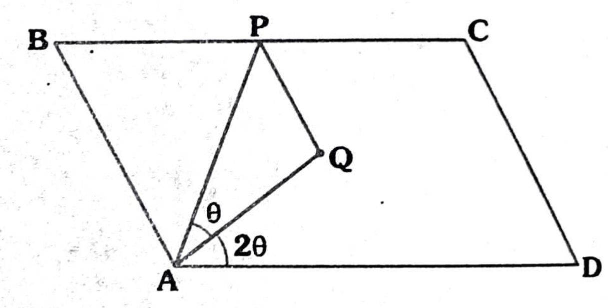
C) 37°　D) 26°30'

E) 14°

PROBLEMA Nº 155

Q es centro del paralelogramo ABCD y BPQA es un trapecio isósceles.

Calcule "θ".



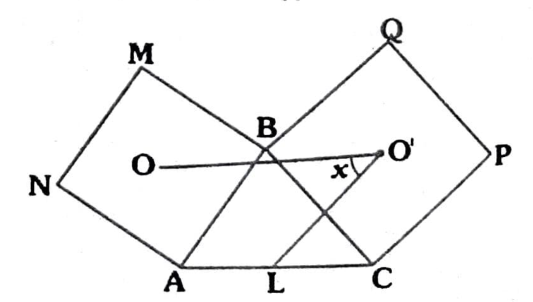
A) 15°　B) 30°　C) $\frac{37°}{2}$

D) $\frac{45°}{2}$　E) 24°

PROBLEMA Nº 156

En el gráfico, ABMN y CBQP son cuadrados de centros O y O'.

Si AL=LC, calcule "x".



A) 30°   B) 37°
C) 53°   D) 60°
E) 45°

PROBLEMA Nº 157

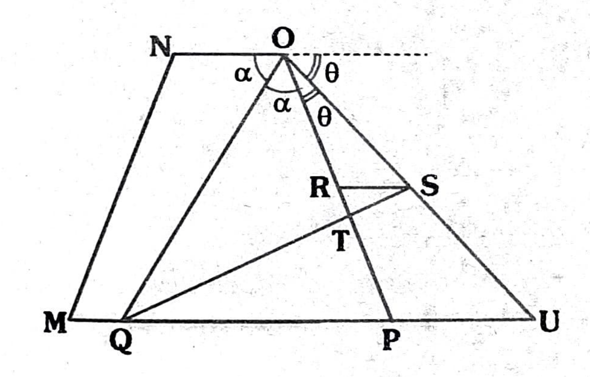
Se tiene el rectángulo ABCD, P está en $\overline{BC}$ tal que $BP+AD=AC$.

Si $m\sphericalangle ACD=50^\circ$, calcule $m\sphericalangle BAP$.

A) 20°   B) 40°   C) 30°
D) 35°   E) 25°

PROBLEMA Nº 158

En el gráfico mostrado, MNOP es un trapecio de bases $\overline{MU}$ y $\overline{NO}$ si: S es punto medio de $\overline{OU}$ y $\overline{RS}//\overline{QU}$. Siendo: QU=12 m, calcule TR.



A) 1 m   B) 1,5 m
C) 2 m   D) 3 m
E) 4 m

PROBLEMA Nº 159

En el interior del trapezoide ABCD se ubica el punto "P" tal que AP=PB y PC=PD. Si BC=a, AD=b y "P" es el punto de intersección de las bisectrices interiores de A y D, calcular el perímetro del trapezoide.

A) $2(a+b)$ B) $2a+b$
C) $a+3b$ D) $2b-a$
E) $3a+b$

PROBLEMA Nº 160

Sea el cuadrado ABCD, P está en $\overline{AD}$ y Q en $\overline{AB}$, luego se traza el rombo DPQR, la prolongación de $\overline{PR}$ corta a $\overline{BC}$ en H. Si QB=3 y BM=4. Calcule HC.

A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{17}-3$
C) $\dfrac{\sqrt{34}-4}{2}$ D) $\dfrac{\sqrt{17}-2}{2}$
E) $\dfrac{\sqrt{34}-2}{2}$

PROBLEMA Nº 161

En el trapecio isósceles ABCD $\left(\overline{BC}//\overline{AD}\right)$, la distancia desde C a la diagonal $\overline{BD}$ es igual a la distancia entre los puntos medios de las diagonales. Si la $m\sphericalangle BAC=20$, calcule la $m\sphericalangle CAD$.

A) 30°   B) 35°
C) 40°   D) 50°
E) 55°

PROBLEMA Nº 162

En el romboide ABCD, M es el punto medio de $\overline{AB}$ y E es punto medio de $\overline{CM}\cdot\overline{MN}$ y $\overline{EF}$ son perpendiculares a $\overline{AD}$ (N y F en $\overline{AD}$). Si MN=6, calcule EF.

A) 8   B) 7   C) 12
D) 9   E) 10

PROBLEMA Nº 163

En un trapezoide ABCD:

$m\sphericalangle B = m\sphericalangle D = 90°$ y

$m\sphericalangle A = 60°$

Si las distancias de A y C a $\overline{BD}$ son 7 y 3 respectivamente, calcular "BD".

A) $2\sqrt{3}$ B) 3
C) $4\sqrt{3}$ D) 4
E) 5

PROBLEMA Nº 164

Se tiene un trapecio isósceles ABCD, $\overline{BC}//\overline{AD}$; las diagonales se intersecan en "O" tal que la $m\sphericalangle AOD = 60°$. Si P, Q y R son puntos medios de $\overline{BO}$, $\overline{CD}$ y $\overline{AO}$ respectivamente, calcular la $m\sphericalangle PQR$.

A) 60° B) 75° C) 53°
D) 120° E) 90°

PROBLEMA Nº 165

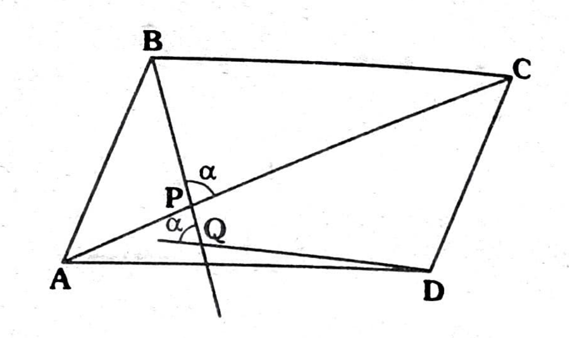
Se tiene el cuadrilátero convexo ABCD, donde AB=BC, $m\sphericalangle ABC = 240°-4\theta$, $m\sphericalangle BCD = 2\theta$ y $m\sphericalangle BDC = \theta$.

Calcule $m\sphericalangle ADB$.

A) 10° B) 20°
C) 30° D) 15°
E) 40°

PROBLEMA Nº 166

En el gráfico, ABCD es romboide AP=3, QD=4. Calcule PC.



A) 7 B) 5
C) $5\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{3}$
E) 10

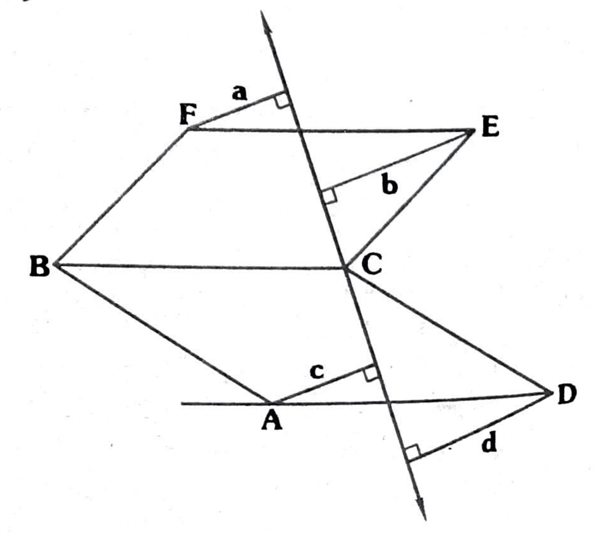
PROBLEMA Nº 167

En un cuadrilátero ABCD, $\overline{AC}$ es bisectriz del ángulo BAD. Si $m\sphericalangle BAC = 22°$, $m\sphericalangle BCA = 8°$, $m\sphericalangle ACD = 23°$ y BC=2u, entonces la longitud (en u) de $\overline{CD}$ es.

A) $4\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) 4
D) 2 E) $2\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 168

Según el gráfico ABCD, BCEF son romboides. ¿Qué relación existe entre a, b, c y d?



A) $a+b=c+d$ B) $b-a=d+c$

C) $b+c=a+d$ D) $a+d=b+c$

E) $b-c=d+a$

PROBLEMA Nº 169

Se tiene el cuadrado HBMN, se ubica A en la prolongación de $\overline{NH}$ y C en la prolongación de $\overline{HN}$. Si $m\sphericalangle ABC=90^\circ$ y $m\sphericalangle ACB=37^\circ/2$. $\overline{BC}\cap\overline{MN}=\{P\}$

Si AB=a, calcule HP

A) $\frac{a\sqrt{10}}{2}$ B) $\frac{a\sqrt{130}}{10}$

C) $\frac{a\sqrt{10}}{3}$ D) $\frac{a\sqrt{10}}{5}$

E) $\frac{a\sqrt{30}}{5}$

PROBLEMA Nº 170

En un cuadrado ABCD, en la prolongación de $\overline{AD}$ se ubica el punto P, tal que PO=PC, O es centro del cuadrado, $AB=10\sqrt{5}$. Calcule la distancia entre D y $\overline{OP}$.

A) 5 B) 6

C) $2\sqrt{10}$ D) $3\sqrt{5}$

E) 8

PROBLEMA Nº 171

Se tiene un cuadrado ABCD y un paralelogramo AFCE que tienen el mismo centro O, si $AD=2\sqrt{10}$ y BF=FO. Calcule el mínimo perímetro de la región AFCE.

A) 29 B) 20 C) 49

D) 27 E) 37

PROBLEMA Nº 172

En un trapecio ABCD, $\overline{BC}//\overline{AD}$, en $\overline{BD}$ se ubica el punto P, tal que:

$m\sphericalangle CPD=m\sphericalangle BAD$,

$m\sphericalangle PCB=2(m\sphericalangle PCD)$ y AB=PD

Calcule $m\sphericalangle PCD$.

A) 50° B) 45°

C) 30° D) 60°

E) 25°

PROBLEMA Nº 173

En un triángulo ABC, M y N son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$, luego se traza $\overline{MH}\perp\overline{AC}$ (H perpendicular a $\overline{AC}$). Si L es punto medio de $\overline{MH}$ y la mediatriz de $\overline{BC}$ es bisectriz del ángulo MNL, AH=4 y HC=8. Calcule LN.

A) 7 B) 6 C) 5

D) 4 E) 8

PROBLEMA Nº 174

En el trapecio rectángulo ABCD (recto en C y D), sobre $\overline{CD}$ se ubica P tal que $m\sphericalangle BPC=m\sphericalangle APD=\theta$. M es punto medio de $\overline{AB}$, calcule $m\sphericalangle CMD$.

A) $90^\circ-\theta$ B) 90°

C) $180^\circ-2\theta$ D) $150^\circ-\theta$

E) $180^\circ-4\theta$

PROBLEMA Nº 175

Dado un cuadrado ABCD, en la prolongación del lado $\overline{AD}$ se ubica el punto F y en $\overline{CD}$ se ubica el punto Z luego se traza el cuadrado DZMF, la prolongación de $\overline{BZ}$ interseca a $\overline{DM}$ en Q y a $\overline{AC}$ en P. Si AP=14 y PC=2. Calcule AQ.

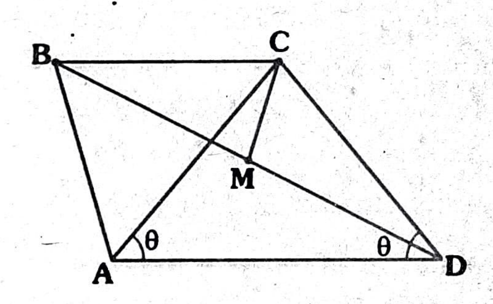
A) $4\sqrt{29}$ B) $2\sqrt{29}$

C) $3\sqrt{29}$ D) $\sqrt{29}$

E) $5\sqrt{29}$

PROBLEMA Nº 176

En la figura $\overline{BC}//\overline{AD}$. BM=MD y AB=8. Calcular CM.

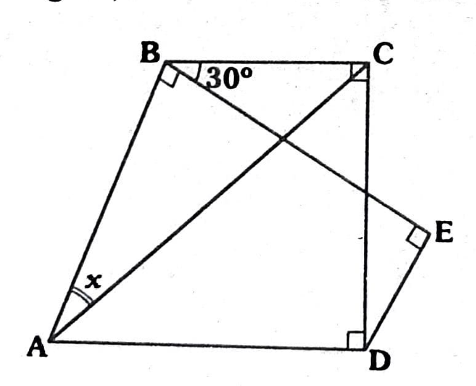


A) 2 B) 8 C) 6

D) 4 E) 1

PROBLEMA Nº 177

En la figura, AB=BE. Calcule "x".



A) 37° B) 45°

C) 23° D) 18°

E) 33°

PROBLEMA Nº 178

Dado el rombo ABCD, E es un punto en el exterior relativo a $\overline{AD}$, talque:

$$m\measuredangle BCA = m\measuredangle ADE \quad y \quad \overline{AC} \cap \overline{BE} = \{F\}$$

Si DE=a, calcule FC−AF

A) 2a B) $a\sqrt{2}$

C) $a\sqrt{3}$ D) a

E) $\frac{3}{2}a$

PROBLEMA Nº 179

En un rectángulo ABCD, en la diagonal $\overline{BD}$ se ubica el punto P, en la prolongación de $\overline{CP}$ se ubica N, M es la proyecciòn de N sobre $\overline{AD}$, CP=PN y las prolongaciones de $\overline{MP}$ y $\overline{BC}$ se intersecan en Q. Si MQ=8.

Calcule BD.

A) 2 B) 3 C) 4

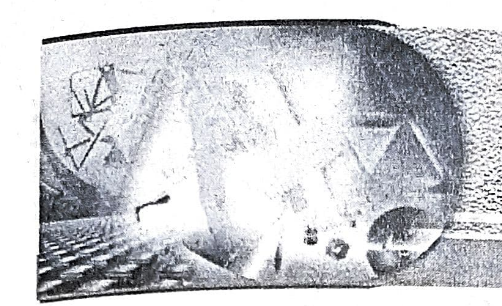
D) 5 E) 8

PROBLEMA Nº 180

En un paralelogramo ABCD las bisectrices interiores en A y D se cortan en el punto "P" que pertenece a $\overline{BC}$, luego se traza $\overline{PH} \perp \overline{AD}$ si: $BP = 2(PH)$; calcule $m\measuredangle BCD$.

A) 15° B) 30° C) 37°

D) 45° E) 60°



Problemas Resueltos

PROBLEMA Nº 181

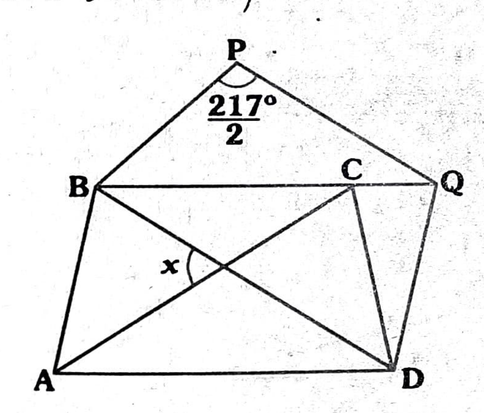
Se tiene el triángulo isósceles ABC, se ubica D en la prolongación de $\overline{BA}$ tal que AC=BD y $m\measuredangle ABC = 100°$.

Calcule $m\measuredangle ACD$.

A) 25° B) 30° C) 15°
D) 20° E) 10°

PROBLEMA Nº 182

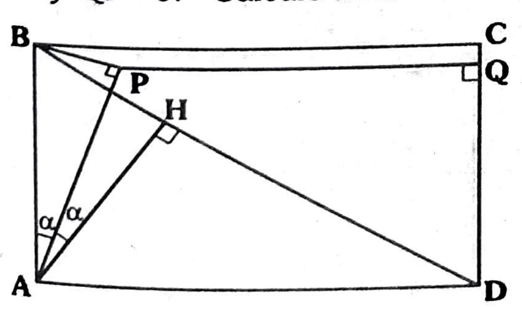
En el gráfico, los trapecios isósceles ABCD y BPQD son congruentes. Halle "x".
$(\overline{BC} // \overline{AD}$ y $\overline{PQ} // \overline{BD})$



A) 28° B) 30° C) 45°
D) 74° E) 53°

PROBLEMA Nº 183

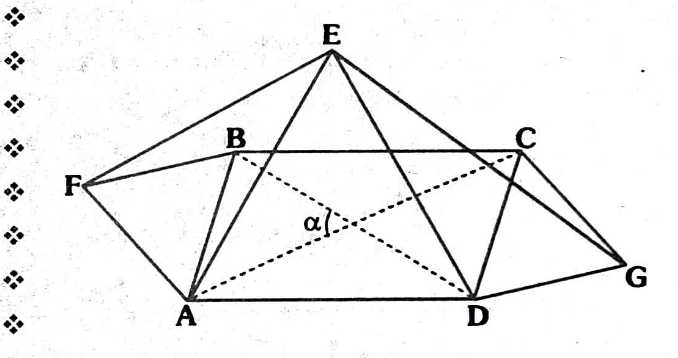
En el gráfico, ABCD es un rectángulo, AD=a y QP=b. Calcule BH.



A) a+b B) 2(a−b)
C) 2a−b D) 2a+b
E) a+2b

PROBLEMA Nº 184

Se tiene el romboide ABCD; ABF; DCG y AED son triángulos equiláteros. Calcule $m\measuredangle FEG$ en función de α.

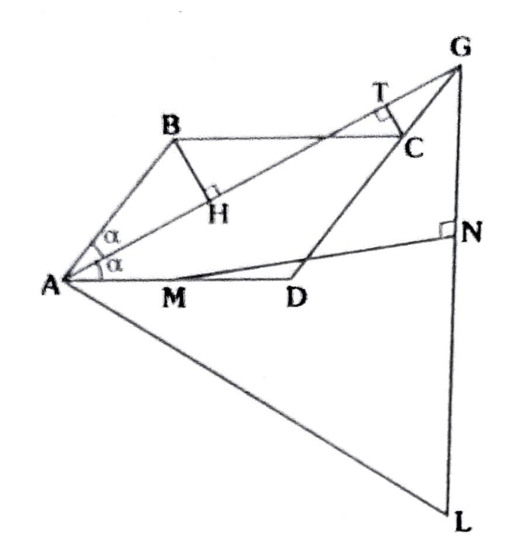


A) 60°+α B) 60°−α
C) 30°+α D) 120°−α
E) 90°+α

PROBLEMA Nº 185

ABCD: paralelogramo $BH + CT = 6\sqrt{3}$, M es punto medio de $\overline{AD}$ y el triángulo ALG es equilátero de lado 16.

Calcule MN.

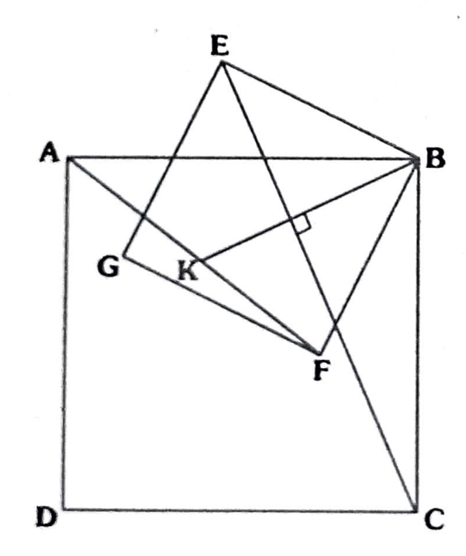


A) $4{,}5\sqrt{3}$ B) $12\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{3}$

D) $10\sqrt{3}$ E) $7\sqrt{3}$

PROBLEMA Nº 186

En la figura ABCD y EBFG son cuadrados, si BK=a, calcule EC.



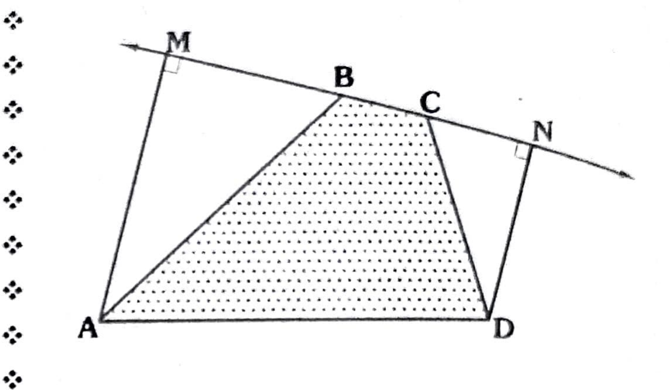
A) $2a$ B) $a\sqrt{3}$

C) $a\sqrt{2}$ D) a

E) $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

PROBLEMA Nº 187

El cuadrilátero AMCD tienen perímetro mínimo. Si AM=AD=a y BC=ND=b. Calcule AB/CD.

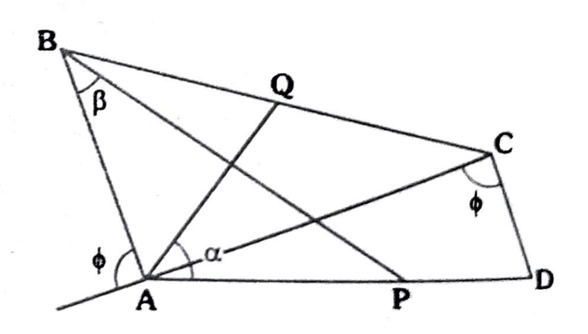


A) $\dfrac{a+b}{a-b}$ B) $\dfrac{a}{b}$ C) $\dfrac{b}{a}$

D) $2ab^2$ E) $\dfrac{a^2b}{a-b}$

PROBLEMA Nº 188

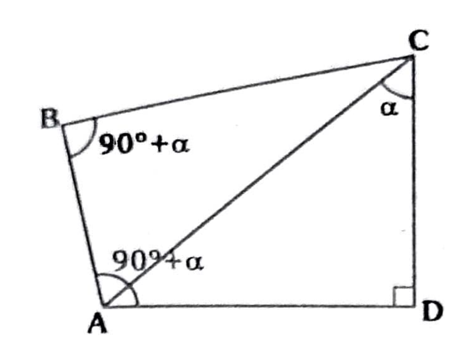
En el gráfico, AP=AB=BQ, QC=CD=PD. Calcule $2\beta+\alpha$



A) 120° B) 60° C) 150°
D) 135° E) 90°

PROBLEMA Nº 189

En el gráfico, calcule $\dfrac{BC}{AD}$.



A) 1 B) 2 C) $\sqrt{2}$

D) $\sqrt{3}$ E) F.D.

PROBLEMA Nº 190

Se tiene el trapecio rectángulo ABCD (recto en A y B), talque AD=2a y AB=BC=a. Se divide dicho trapecio en cuatro regiones congruentes. Calcule el perímetro de una de estas regiones.

A) $2a+\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B) $a+\frac{a\sqrt{2}}{4}$

C) $a+\frac{a\sqrt{2}}{8}$ D) $2a+a\sqrt{2}$

E) $a+a\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 191

Se tiene el cuadrilátero ABCD de diagonales perpendiculares, tal que $m\sphericalangle CAB=30°$, $m\sphericalangle ADB=4x$, $m\sphericalangle DBC=2x$ y $m\sphericalangle ACD=x$. Calcule "x".

A) 23°30' B) 22°30' C) 20°

D) 26° E) 18°30'

PROBLEMA Nº 192

Dado el rectángulo ABCD: AB=6 y AD=4 $F\in \overline{CD}$ y P es punto interior a él. Calcular la suma mínima: PA+PB+PF

A) $2\sqrt{3}$ B) $1+3\sqrt{3}$

C) $4+3\sqrt{3}$ D) $5\sqrt{3}$

E) $2+5\sqrt{3}$

PROBLEMA Nº 193

Se tiene el triángulo rectángulo ABC (recto en B), se traza la altura BH y en ella se ubica M, la prolongación de $\overline{AM}$ corta en L a $\overline{BC}$. Si $m\sphericalangle MAC=m\sphericalangle MCL$, $MC=\frac{AB}{2}+BL$ y $AM=ML$.

Calcule $m\sphericalangle ACB$.

A) 18,5° B) 22,5° C) 31,75°

D) 30° E) 35,75°

PROBLEMA Nº 194

Se tiene un cuadrado ABCD, en $\overline{AC}$, $\overleftrightarrow{AB}$ y $\overleftrightarrow{BC}$ se ubican los puntos O, P y Q respectivamente de modo que POQD sea un rombo. Si AB=1, calcular el perímetro de la región rombal POQD.

A) 4,8 B) 4,2 C) 4,6

D) $2\sqrt{5}$ E) 6

PROBLEMA Nº 195

En la región exterior y relativa al lado $\overline{BC}$ un triángulo rectángulo ABC recto en B, se ubican los puntos N y P; de manera que CPNM sea un cuadrado (M es punto medio de $\overline{AC}$. Si $BC-AB=4\sqrt{3}$); calcular la distancia de centro del cuadrado hacia $\overline{BC}$.

A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) 2

D) $2\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

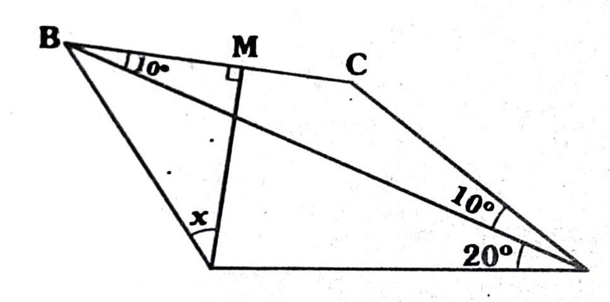
PROBLEMA Nº 196

En el interior de un cuadrado ABCD se ubica el punto P tal que $3(m\measuredangle PBC)=2(m\measuredangle PCD)$; luego en $\overline{BP}$ se ubica el punto H de modo que PH es igual al doble de la distancia de H a $\overline{AB}$ y $2(m\measuredangle BAH)=m\measuredangle PBC$. Calcular la razón de las distancias de P hacia $\overline{AD}$ y a $\overline{AH}$.

A) 1 B) 2 C) $2\sqrt{2}$
D) $\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{5}$

PROBLEMA Nº 197

Si BM=MC, calcule "x".



A) 30° B) 20° C) 40°
D) 25° E) 50°

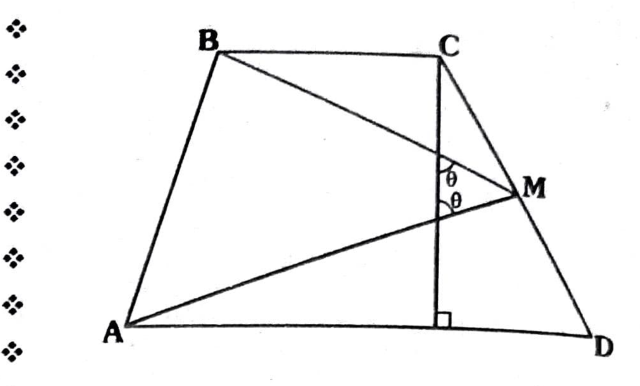
PROBLEMA Nº 198

Se tiene el cuadrilátero convexo ABCD, con $m\measuredangle BAC=m\measuredangle CAD=m\measuredangle ACD=20°$ y $m\measuredangle ACB=10°$. Calcule $m\measuredangle DBC$.

A) 40° B) 50° C) 30°
D) 60° E) 45°

PROBLEMA Nº 199

En el gráfico, ABCD es un trapecio de bases $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$, si AB toma su mayor valor entero y CM=MD=5. Calcule la distancia entre los puntos medios de las diagonales.



A) 2 B) 3 C) $\frac{\sqrt{17}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{19}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{21}}{2}$

PROBLEMA Nº 200

Se tiene el cuadrilátero convexo ABCD talque $m\measuredangle BAC=m\measuredangle DBC=30°$, $m\measuredangle DAC=20°$ y $m\measuredangle ABD=50°$. Calcule $m\measuredangle ACD$.

A) 30° B) 40° C) 45°
D) 37° E) 60°

PROBLEMA Nº 201

Se tiene el cuadrilátero convexo ABCD, con $m\measuredangle BAC=10°$; $m\measuredangle DAC=20°$ y $m\measuredangle DCA=m\measuredangle ADB=40°$. Calcule $m\measuredangle ACB$.

A) 10° B) 20° C) 15°
D) 30° E) 18°

PROBLEMA Nº 202

Se tiene el pentágono convexo ABCDE, cuyos lados miden 4, 5, 6, 7 y 8 (aunque no necesariamente en ese orden), F, M, N, L, P y Q son puntos medios de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{FN}$ y $\overline{ML}$ respectivamente. Si PQ es entero, halle la suma de valores de

todos los posibles valores de AE.

A) 12 B) 15 C) 30
D) 18 E) 22

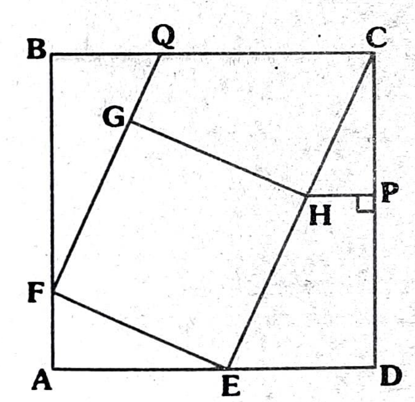
PROBLEMA Nº 203

Se tiene el triángulo rectángulo ABC (recto en B), se ubica P en $\overline{AB}$ y Q en $\overline{BC}$ tal que AP=BQ y QC=AB. Calcule la medida del ángulo entre $\overline{AQ}$ y $\overline{PC}$.

A) 30° B) 45° C) 60°
D) 75° E) 37°

PROBLEMA Nº 204

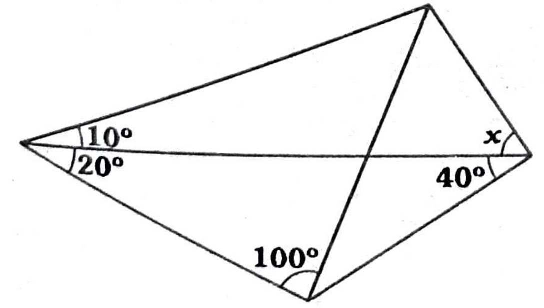
En la figura: ABCD y FGHE son cuadrados. Calcule EF, si HP=2 y $GQ=\sqrt{5}$.



A) $\sqrt{10}$ B) $2\sqrt{10}$ C) $\sqrt{15}$
D) $2\sqrt{5}$ E) $\frac{4}{3}\sqrt{5}$

PROBLEMA Nº 205

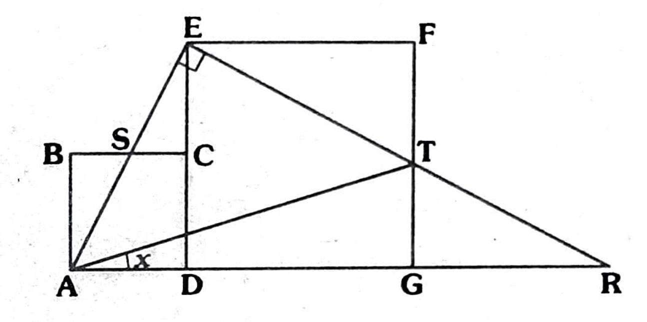
Del gráfico, calcule x



A) 40° B) 60° C) 70°
D) 80° E) 45°

PROBLEMA Nº 206

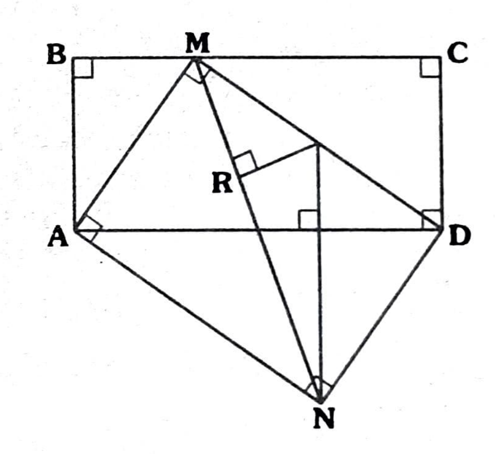
En la figura ABCD y DEFG son cuadrados y RT=2 (ES). Calcule x.



A) 10° B) 15° C) 18,5°
D) 22,5° E) 30°

PROBLEMA Nº 207

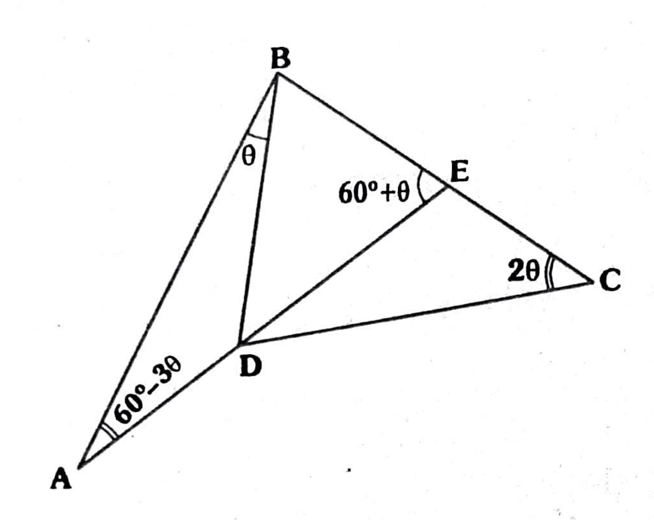
Según el gráfico, BC=6 y CD=2.
Calcule MR.



A) 2 B) $\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$
D) $\sqrt{6}$ E) $2\sqrt{5}$

PROBLEMA Nº 208

Si: AB=CD. Calcule "θ".



A) 10° B) 15° C) 20°
D) 25° E) 30°

PROBLEMA Nº 209

Sean A, B y C tres puntos no colineales y E (diferente de B) un punto cualquiera que no pertenece a la recta AC. Se construyen los paralelogramos ABCD y AECF.

Demuestre que $\overline{BE}//\overline{DF}$.

PROBLEMA Nº 210

Demostrar que los simétricos de un punto exterior respecto a los puntos medios de cualquier cuadrilátero son vértices de un paralelogramo.

PROBLEMA Nº 211

Sean A; B; C y D cuatro puntos distintos sobre una recta l, de tal modo que AB=BC=CD. En uno de los semiplanos determinados por la recta l, se eligen los puntos P y Q de tal manera que el triángulo CPQ es equilátero con sus vértices nombrados en sentido horario. Sean M y N dos puntos del plano tales que los triángulos MAP y NQD son equiláteros (los vértices también están nombrados en sentido horario). Halle el ángulo $\measuredangle MBN$.

A) 60° B) 30° C) 90°
D) 45° E) 72°

PROBLEMA Nº 212

Se trazan los cuadrados ABCD y DEFG; A, D y G son colineales, $E \in \overline{CD}$, BE=EG y $\overline{BD} \cap \overline{FG} = \{P\}$. Calcule $m\measuredangle CBE$.

A) 30° B) 15° C) 18°30'
D) 22°30' E) 26°30'

PROBLEMA Nº 213

Se tiene el cuadrado ABCD, Q es un punto interior tal que:

$$\frac{QC}{\sqrt{10}} = \frac{QA}{2\sqrt{2}} = QB$$

Calcule $m\measuredangle BQC$.

A) 90° B) 108,5° C) 103,5°
D) 116° E) 8°

PROBLEMA Nº 214

Se tiene un paralelogramo ABCD y se traza $\overline{BH} \perp \overline{AD}$ ("H" $\in \overline{AD}$). $\overline{BH} \cap \overline{AC} = \{M\}$, $m\measuredangle BAC = 2m\measuredangle CAD$.

Calcule $m\measuredangle CDA$, si: AM=3 y MC=10.

A) 122°30' B) 125°30'
C) 112°30' D) 126°30'
E) 124°30'

PROBLEMA Nº 215

En un paralelogramo ABCD, $\overline{BD}$ y $\overline{AC}$ se intersectan en el punto M, las bisectrices de los ángulos CBD y CAD se intersectan en P, $\overline{BD} \cap \overline{AP} = \{R\}$, $\overline{AC} \cap \overline{BP} = \{S\}$,

$m\measuredangle BPA = 2(m\measuredangle QMD) = 2(m\measuredangle AMQ)$, $Q \in \overline{AR}$. Si $RD = n$ y $CS = m$. Calcule AD.

A) $n+m$ B) $\sqrt{n^2+m^2}$

C) $2(n+m)$ D) $2n+m$

E) $2m+n$

PROBLEMA Nº 216

Se tiene un cuadrado ABCD, en $\overline{AD}$ y en su prolongación se ubican los puntos E y F tal que $m\measuredangle DCF = 2m\measuredangle ACE$ y $EF = BC\sqrt{2}$. Calcule $m\measuredangle DCF$.

A) 30° B) 45° C) 37°
D) 53° E) 60°

PROBLEMA Nº 217

En un trapecio ABCD $(\overline{BC} // \overline{AD})$ se traza $\overline{BH} \perp \overline{AC}$ $(H \in \overline{AC})$.

Calcular "BH", si BC=5 m, AD=9 m y

$$m\measuredangle BAC = \frac{m\measuredangle HBC}{2} = \frac{m\measuredangle ACD}{3}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 2,5° E) 4,5

PROBLEMA Nº 218

Se tiene el trapecio ABCD (recto en A y B), la mediatriz de $\overline{CD}$ pasa por A y $m\measuredangle BDA = 26°30'$. Calcule $m\measuredangle BDC$.

A) 45° B) 53° C) 48,5°
D) 46,5° E) 60°

PROBLEMA Nº 219

Se tiene un cuadrado ABCD, en $\overline{BC}$ y en la prolongación de $\overline{AD}$ se ubican los puntos F y E respectivamente, tal que AFCE es un trapecio isósceles, $\overline{FE} \cap \overline{CD} = \{M\}$.

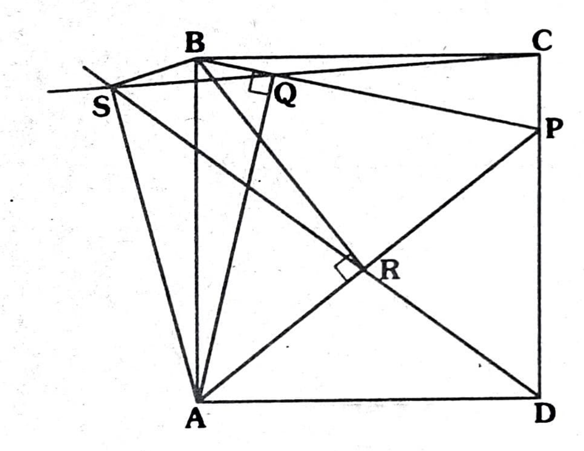
Calcule $m\measuredangle AFM$ si: FM=MA.

A) 30° B) 37° C) 53°
D) 45° E) 60°

PROBLEMA Nº 220 (Olímp. cono Sur 2012) Perù

En el gráfico ABCD es un cuadrado.

Demuestre que $m\measuredangle ASB = 90°$.



PROBLEMA Nº 221

Se tiene el cuadrado ABCD de centro O se ubica M y E en $\overline{BC}$ y L en $\overline{AD}$, si $O \in \overline{LE}$, AMEL es un trapecio isòsceles y BM=2(ME). Calcule $m\measuredangle EOC$.

A) 60° B) 51° C) 53°
D) 59° E) 63°

PROBLEMA Nº 222

En el trapecio rectángulo ABCD (recto en A y B). Si C dista de $\overline{BD}$ 4u y $m\measuredangle ABD = 2(m\measuredangle BDC)$. ¿Cuánto distan

los puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$?

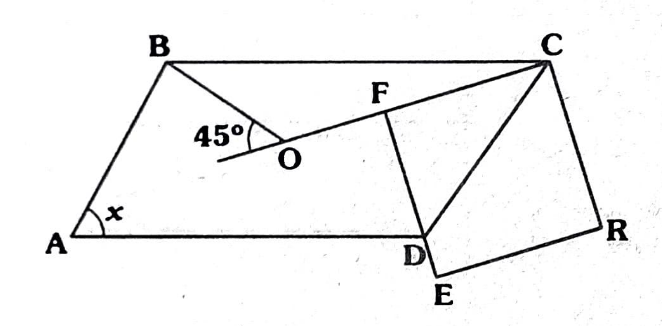
A) 1 B) 2 C) 3

D) 2,5 E) 3,5°

PROBLEMA Nº 223

En el gráfico, ABCD y EFCR son un paralelogramo y un cuadrado, $BO=\sqrt{2}u$, DE=1u.

(O: intersección de las diagonales del paralelogramo). Calcule x



A) 59° B) 60° C) 37°

D) 53° E) 40,5°

PROBLEMA Nº 224

En un cuadrilátero ABCD, AB=AD; $m\measuredangle BAC=66°$, $m\measuredangle BCA=2(m\measuredangle ACD)=16°$. Calcular la $m\measuredangle ADC$.

A) 120° B) 135°

C) 150° D) 127°

E) 75°

PROBLEMA Nº 225

En un paralelogramo ABCD se ubican los puntos P, Q, R y S en $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ y $\overline{DA}$ respectivamente, tal que PQRS es un rectángulo. Calcular PQ, si $m\measuredangle RSD=16°$, PR=10 y las distancias de P y R a $\overline{AD}$ suman 8.

A) 8 B) 5 C) 3

D) 4 E) 6

PROBLEMA Nº 226

En un rectángulo ABCD se ubican los puntos "P" y "Q" en $\overline{BC}$ (Q en $\overline{PC}$), de modo que AP=5, $m\measuredangle BAP=37°$ y $m\measuredangle QDC=45°$. Calcular la longitud del segmento que une los puntos medios de $\overline{AQ}$ y $\overline{PQ}$.

A) 2,5 B) 2 C) 3,5

D) 4 E) 3

PROBLEMA Nº 227

En un romboide ABCD, $\overline{BD}\perp\overline{AB}$ y $3(AC)=4(BC)$. Si $m\measuredangle BAC=\theta$, calcule $m\measuredangle CAD$.

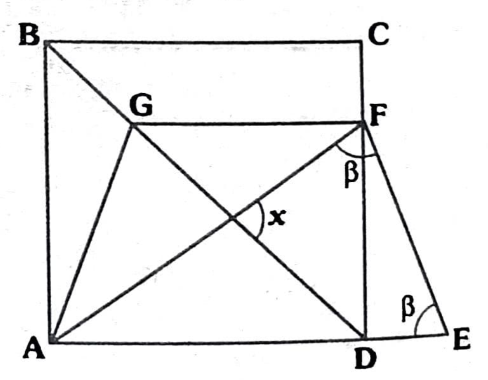
A) θ B) $45°-\theta$

C) $90°-\theta$ D) $180°-2\theta$

E) $180°-4\theta$

PROBLEMA Nº 228

Si ABCD es un cuadrado AGFE y trapecio isósceles. Calcule x.



A) 41° B) 82° C) 45°

D) 90° E) 98°

PROBLEMA Nº 229

Se tiene un trapecio rectángulo ABCD, recto en A y B, se ubica el punto medio M de $\overline{CD}$, tal que ABCM es un trapezoide simétrico, en el exterior de dicho trapecio se ubica el punto N, tal que ABNM es un paralelogramo; calcule DN, si: $MN = 4\sqrt{3}$.

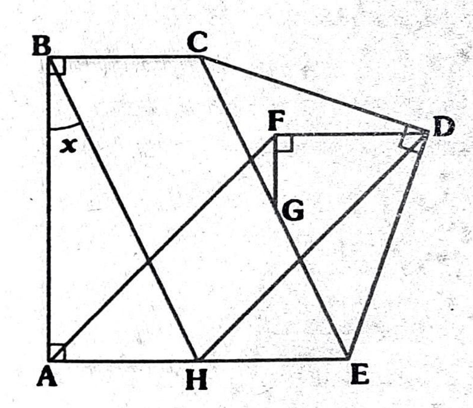
A) $4\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{2}$

C) $4\sqrt{7}$ D) 6

E) 8

PROBLEMA Nº 230

En el gráfico, CD=DE, CG=GE y AFDH es un paralelogramo. Calcule x



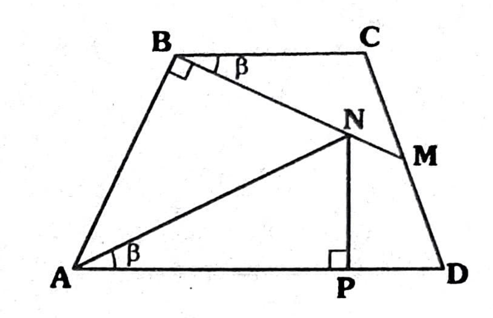
A) $\frac{37°}{2}$ B) $\frac{45°}{2}$

C) $\frac{53°}{2}$ D) 15°

E) 14°

PROBLEMA Nº 231

Calcular MP, si BN=3, NM=1, CM=MD, $\overline{BC} // \overline{AD}$.



A) 1 B) 3 C) 2

D) 2,5 E) 3,5

PROBLEMA Nº 232

En un trapecio ABCD de bases $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$ la base media $\overline{MN}$ intersecta a las diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ en P y Q respectivamente tal que las prolongaciones de $\overline{BP}$ y $\overline{CQ}$ intersectan a $\overline{AD}$ en R y S. Calcule la longitud de la base media del trapecio RMNS, si PQ=4 cm.

A) 2 cm B) 3 cm

C) 4 cm D) 5 cm

E) 6 cm

PROBLEMA Nº 233

Por el vértice "C" de un rectángulo ABCD se traza una recta $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$ exterior paralela a $\overline{BD}$, trazándose luego su simétrico con respecto a $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$ obteniéndose A'BCD'. $\overline{AA'}$ intersecta a $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$ en M. Calcule la $m\sphericalangle PMQ$, si P y Q son puntos medios de $\overline{AD}$ y $\overline{A'D'}$ respectivamente, además: $m\sphericalangle ABD = 60°$.

A) 74° B) 60°

C) 90° D) 120°

E) 150°

PROBLEMA Nº 234

En un triángulo ABC se traza la ceviana $\overline{AN}$ y en su prolongación se ubica al punto "E" de tal forma que $m\sphericalangle BAE = 20°$ y $AE=BC$, luego en $\overline{AB}$ y exterior y relativo a $\overline{AC}$ se ubican los puntos Q y P respectivamente de tal manera que PQEC es un cuadrado y $AP=QB$. Calcule la $m\sphericalangle EAP$.

A) 50° B) 20° C) 40°
D) 70° E) 60°

PROBLEMA Nº 235

Exteriormente a un rombo ABCD se trazan los triángulos equiláteros ABE y DCP, siendo M y N puntos medios de $\overline{EB}$ y $\overline{DP}$. Calcule la medida del ángulo que forma $\overline{MN}$ y $\overline{BD}$.

A) 45° B) 30° C) 37°
D) 53° E) 60°

PROBLEMA Nº 236

En un rombo ABCD, $AC=4$ y $BD=20$. Se trazan las perpendiculares $\overline{BE}$ y $\overline{BF}$ a los lados $\overline{BC}$ y $\overline{BA}$ respectivamente. $BE = BF = AB$. Calcule la longitud del segmento que une los puntos medios de $\overline{AF}$ y $\overline{CE}$. (F $\wedge$ E se encuentran relativos a los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ respectivamente).

A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 18

PROBLEMA Nº 237

En un rectángulo ABCD se ubican los puntos medios N y R de $\overline{BC}$ y $\overline{MD}$ respectivamente. (M es punto medio de $\overline{NC}$).

Calcule $m\sphericalangle MNR$ si $m\sphericalangle MAB = 40°$.

A) 10° B) 25° C) 35°
D) 40° E) 50°

PROBLEMA Nº 238

Se tiene el cuadrado ABCD, se ubica P en $\overline{AD}$, Q en $\overline{DC}$, R en $\overline{BC}$ y S en $\overline{AB}$. Si $AP=1$ y $PD=2$. Calcule el mínimo valor $PQ+QR+RS+SP$.

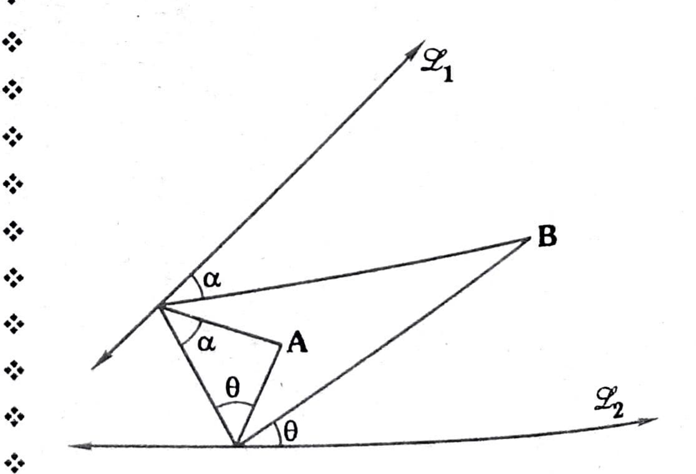
A) 6 B) 8 C) 12
D) $6\sqrt{2}$ E) $12\sqrt{2}$

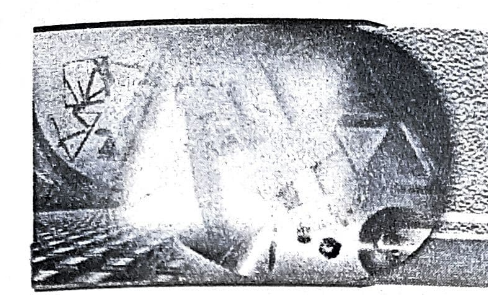
PROBLEMA Nº 239

En un triángulo isósceles ABC(AB=BC) se cumple que el $\sphericalangle ABC$ es agudo. Se ubica F en la región exterior relativa a BC, tal que los segmentos $\overline{AC}$ y $\overline{FC}$ son perpendiculares, se traza luego el paralelogramo AFEB, demostrar que la recta CF biseca al segmento BE.

PROBLEMA Nº 240

En el gráfico, demostrar que los mínimos recorrido para ir de A hacia B tocando las rectas $\mathscr{L}_1$ y $\mathscr{L}_2$ son iguales.



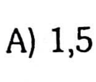


Problemas Resueltos

Ciclo Repaso

PROBLEMA Nº 241

Según el gráfico, ABCD y ACQP son paralelogramos. Si AM=1 y MC=5, calcule DQ.



A) 1,5

B) 2,5

C) 3,5

D) 2

E) 3

PROBLEMA Nº 242

Se tiene el trapecio ABCD $\left(\overline{AD}//\overline{BC}\right)$, si $m\measuredangle ABD = m\measuredangle DBC$ y $m\measuredangle BCA = m\measuredangle ACD$, AD=5 y BC=3. Calcule la longitud de la altura de dicho trapecio.

A) 3 B) 4 C) $2\sqrt{7}$

D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{6}$

PROBLEMA Nº 243

Si ABCD es un cuadrado, BP=a y QD=b. Calcule AQ.

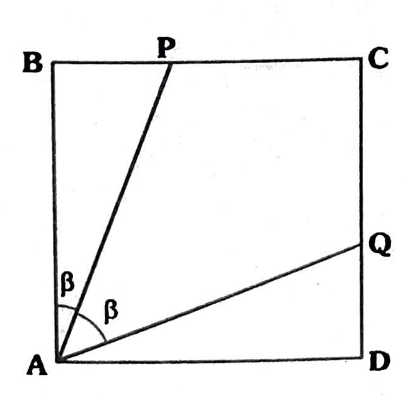
A) $\sqrt{a^2+b^2}$

B) a+b

C) $\sqrt{ab}$

D) $a+2b$

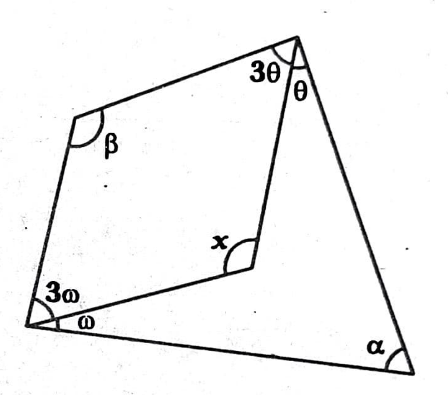
E) $b+2a$





PROBLEMA Nº 244

En el gráfico, halle "x"; si $3\alpha-\beta=60°$



A) 100° B) 150° C) 105°

D) 110° E) 120°

PROBLEMA Nº 245

Decir la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

I. Un cuadrilátero equilátero siempre es convexo.

II. Un cuadrilátero regular es un cuadrado.

III. La suma de las medidas de los ángulos exteriores de un cuadrilátero convexo es 360°.

IV. En todo cuadrilátero la suma de las medidas de un par de ángulos opuestos es la misma que la suma de los suplementos de los otros dos.

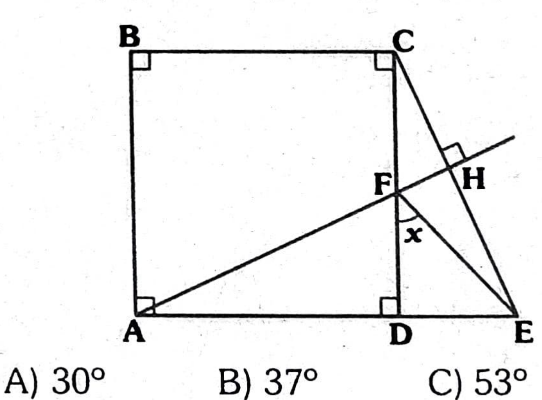
A) FVFV B) VVVF

C) VVFV D) VVVV

E) FVVV

PROBLEMA Nº 246

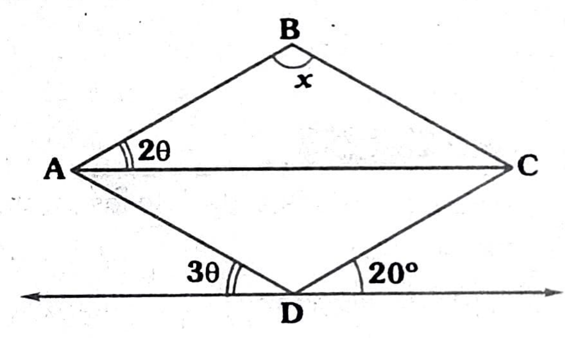
En el gráfico se muestra un cuadrado ABCD, halle "x"; si: DF=3(FC).



A) 30° B) 37° C) 53°
D) 60° E) 45°

PROBLEMA Nº 247

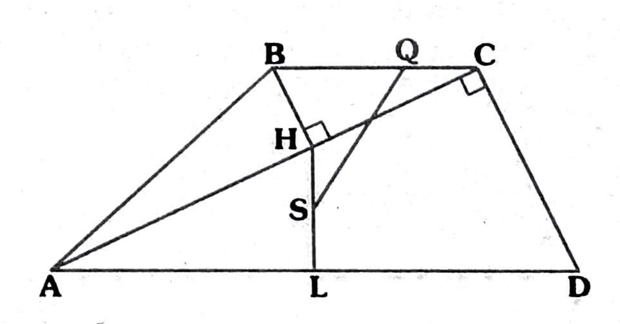
En el gráfico se muestra un rombo. Calcule "x".



A) 80° B) 100° C) 140°
D) 130° E) 150°

PROBLEMA Nº 248

Del gráfico $\overline{BC} // \overline{AD}$, AL=LD=6, BQ=3, QC=1 y HS=SL, calcule QS.



A) 4 B) 6 C) 5
D) 3 E) 3,5

PROBLEMA Nº 249

Se tiene un trapecio ABCD, se ubica el punto medio "M" de la diagonal $\overline{BD}$. Halle AM si CD=10m, además AB=AC, $\overline{BC} // \overline{AD}$.

A) 5 m B) 10 m
C) $5\sqrt{3}$ m D) $5\sqrt{2}$ m
E) 4m

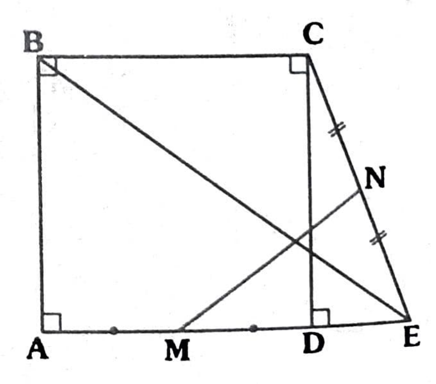
PROBLEMA Nº 250

En un cuadrilátero ABCD, se cumplen las siguientes condiciones:
$m\measuredangle DBC = m\measuredangle BDA = 90°$, BC=3AD y
$m\measuredangle BAD = 2m\measuredangle BCD$.
Entonces, $m\measuredangle ABD$ es

A) 15° B) 20° C) 25°
D) 30° E) 37°

PROBLEMA Nº 251

Si: ABCD es un cuadrado, halle MN si: BE=32 m.



A) 24 m B) $8\sqrt{3}$ m
C) $8\sqrt{2}$ m D) 16 m
E) $16\sqrt{2}$ m

PROBLEMA Nº 252

Si ABCD es un paralelogramo; AD=16; EA=4; calcule BE.

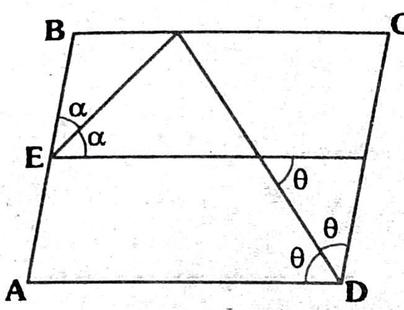
A) 6

B) 8

C) 12

D) 10

E) 5



PROBLEMA Nº 253

En el gráfico, AD=7.

Calcule AB.

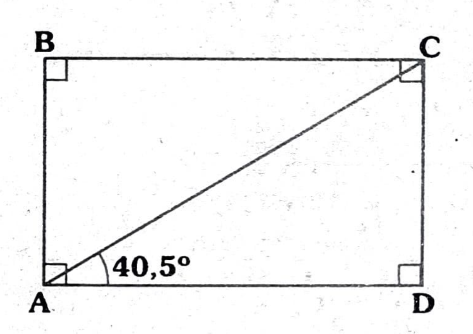
A) 6

B) 5

C) 5,5

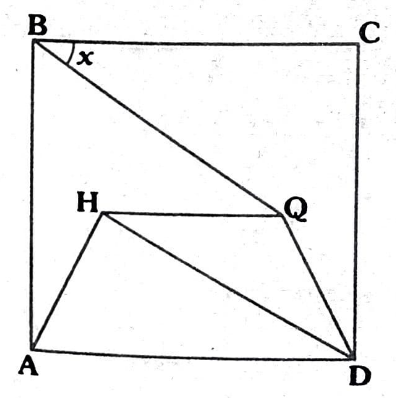
D) 4,5

E) 3,5



PROBLEMA Nº 254

Si ABCD es un cuadrado y AHQD es un trapecio isósceles. Si: BQ=HD=CD. Calcule "x".



A) 30° B) 18° C) 22°30' D) 18°30' E) 37°

PROBLEMA Nº 255

ABCD y PQRD son cuadrados. Si CN=ND. Calcule "x".

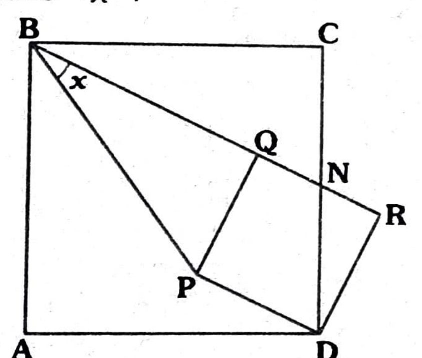
A) 30

B) 53°/2

C) 37/2

D) 15°

E) 18°



PROBLEMA Nº 256

Si las regiones sombreadas tienen el mismo perímetro; AB=BC=AC y BQ=QP.

Calcule "x".

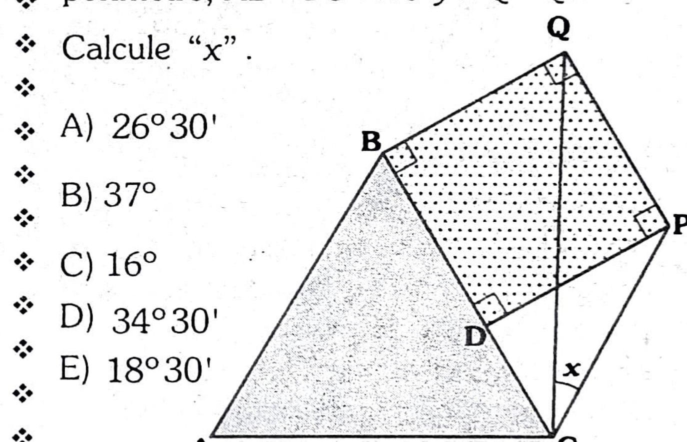
A) 26°30'

B) 37°

C) 16°

D) 34°30'

E) 18°30'



PROBLEMA Nº 257

Si QD=3; AP=2; ABCD y PCQN son cuadrados, calcule AN.

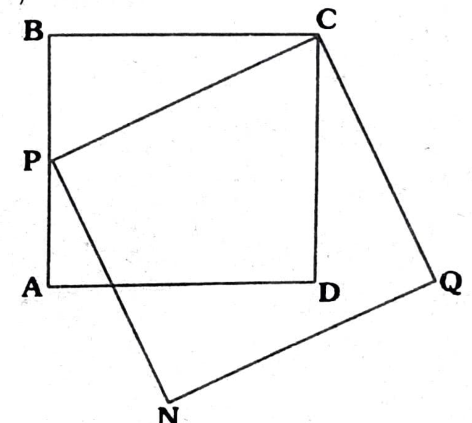
A) $2\sqrt{5}$

B) $3\sqrt{2}$

C) 4

D) 3,5

E) 4,5



PROBLEMA Nº 258

Se tiene un trapezoide de ABCD tal que: $AB = BC = CD$; $m\measuredangle BAD = 7\alpha$; $m\measuredangle ABC = 10\alpha$ y $m\measuredangle CDA = 5\alpha$; calcule α.

A) 10° B) 20° C) 15°
D) 18° E) 12°

PROBLEMA Nº 259

En un paralelogramo ABCD; las bisectrices de los ángulos interiores de vértices A y D se intersecan en P; calcule la distancia de P a $\overline{BC}$ si la distancia de A a $\overline{CD}$ y $\overline{BC}$ es 6 y 4 respectivamente.

A) 2 B) 3 C) 1,5
D) 1 E) $\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 260

Se tiene el romboide ABCD tal que $AD = (AB)\sqrt{3}$. Se traza la bisectriz del ángulo exterior de vértice C la cual interseca a la prolongación de $\overline{AD}$ en E y la bisectriz del ángulo BAD que interseca a $\overline{BC}$ en Q de modo que AQ=AD, calcule la longitud del segmento que une los puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{QE}$ si la distancia entre $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$ es $2\sqrt{3}$.

A) $2\sqrt{3}$ B) 2 C) 3
D) $3\sqrt{3}$ E) 4

PROBLEMA Nº 261

El lado de un cuadrado ABCD mide 2; en su interior se traza el triángulo equilátero AQD y en la prolongación de $\overline{BQ}$ se ubica al punto P tal que CP=2; calcule PQ.

A) 4 B) 3 C) $2\sqrt{2}$
D) $\sqrt{6}$ E) $2\sqrt{3}$

PROBLEMA Nº 262

Se tiene un pentágono ABCDE talque: AB=AE; BC=CD; AC=14 y $m\measuredangle BAE = m\measuredangle BCD = 90°$. Calcule la distancia del punto medio de $\overline{DE}$ hacia la diagonal $\overline{AC}$.

A) 14 B) 7 C) 10
D) 5 E) 6

PROBLEMA Nº 263

Se tiene un trapecio ABCD recto en A y B; Calcule la distancia de A hacia $\overleftrightarrow{CD}$ si AB=4, BC=7 y AD=10.

A) 9 B) 12 C) 11
D) 8 E) 17

PROBLEMA Nº 264

Se tiene un trapecio isósceles ABCD; en $\overline{AD}$ se ubica el punto E tal que ABCE es un rombo; si $BD = AD$ y $\overline{BD} \cap \overline{CE} = \{F\}$; calcule $m\measuredangle BFA$.

A) 50° B) 36° C) 54°
D) 40° E) 45°

PROBLEMA Nº 265

Se tiene un trapecio ABCD, $(\overline{BC} // \overline{AD})$, talque $m\measuredangle BAD = 45°$; $m\measuredangle BCD = 127°$, BC=6 y CD=5; calcule AD.

A) 10 B) 11 C) 13
D) 12 E) 20

PROBLEMA Nº 266

En un triángulo rectángulo ABC recto en B, se traza la altura $\overline{BH}$ y se ubican los puntos P y E en $\overline{BC}$ y $\overline{CH}$ respectivamente ($m\measuredangle PEC = 90°$). Calcule $m\measuredangle PBE$ sien-

do los triángulos AHB y PEC congruentes, además EC=2(AH)=4m.

A) 14°
B) 15°
C) 18° 30'
D) 26° 30'
E) 45°

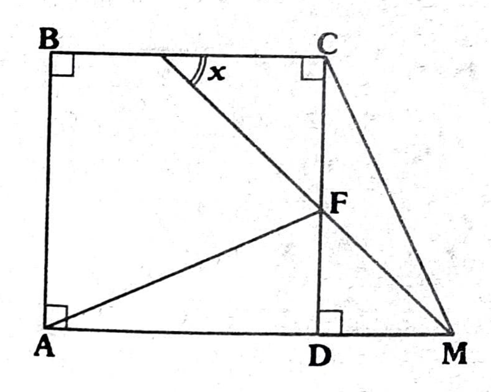
PROBLEMA Nº 267

Se tiene un cuadrado ABCD y el triángulo equilátero ECF tal que: "E" está en la región interna y "F" en la región externa del cuadrado, si AD=21 cm; EF=10 cm y $m\measuredangle FCD = 23°$, Halle "BE".

A) 15 cm
B) 13 cm
C) 22 cm
D) 17 cm
E) 18 cm

PROBLEMA Nº 268

En el cuadrado ABCD; AF=CM; calcule "x".

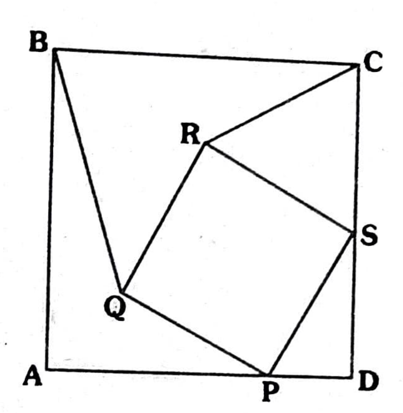


A) 30°
B) 60°
C) 45°
D) 37°
E) 53°

PROBLEMA Nº 269

Según el gráfico ABCD y PQRS son cuadrados, calcule $\frac{BQ}{RC}$, sabiendo que:

$$\frac{CS}{4}=\frac{DS}{3}=\frac{PD}{2}$$



A) $\sqrt{13}$
B) $\sqrt{\frac{18}{13}}$
C) $2\sqrt{13}$
D) $\sqrt{\frac{20}{13}}$
E) $\sqrt{\frac{29}{13}}$

PROBLEMA Nº 270

En el cuadrado ABCD, en $\overline{BC}$ y $\overline{AM}$ se ubican los puntos M y N respectivamente. Si AN=NM y $m\measuredangle BAM = 15°$.

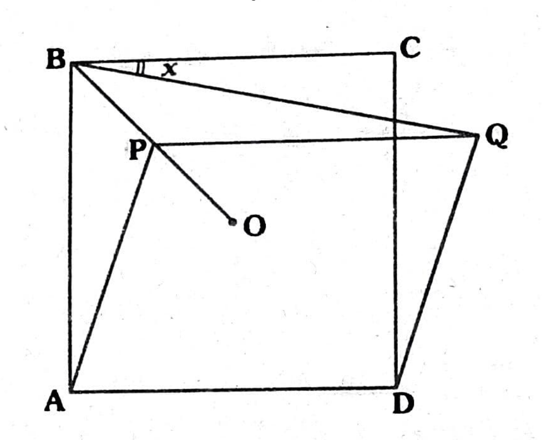
Calcule $m\measuredangle NCD$.

A) 30°
B) 15°
C) 40°
D) 45°
E) 60°

PROBLEMA Nº 271

Según la figura, ABCD es un cuadrado cuyo centro es O, APQD es un paralelogramo PO = 2(BP).

Calcule "x".



A) 8°
B) 16°
C) 37°/2
D) 53°/2
E) 14°

PROBLEMA Nº 272

El ángulo C de un romboide ABCD mide 48°, calcule la m∢ABD, si se sabe que la mediatriz de $\overline{BC}$ contiene al vértice "D".

A) 84° B) 48° C) 72°
D) 82° E) 80°

PROBLEMA Nº 273

En un paralelogramo ABCD, no rectángulo, con AB<BC se trazan las bisectrices interiores de sus cuatro ángulos. Dichas bisectrices al intersecarse, forman un:

A) Rombo
B) Rectángulo
C) Trapecio
D) Romboide
E) Cuadrado

PROBLEMA Nº 274

En un rectángulo ABCD, $\frac{AB}{BC}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.
Calcule m∢BDA.

A) 22,5° B) 31,75° C) 35,75°
D) 37° E) 36°

PROBLEMA Nº 275

ABCD es un trapecio isósceles, $\overline{BC}//\overline{AD}$, tal que BC=3 y AD=13. Si $\overline{CA}$ es bisectriz del ángulo BCD. Calcule la altura del trapecio.

A) 10 B) 12 C) 16
D) 13 E) 14

PROBLEMA Nº 276

En el trapezoide ABCD: AB=BC=CD y m∢B = 2(m∢D). Calcule m∢CAD

A) 15° B) 37° C) 23°
D) 18° E) 30°

PROBLEMA Nº 277

En un trapezoide ABCD, las diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ se intersecan en el punto I, luego el segmento que une los puntos medios de los lados $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ interseca a $\overline{PQ}$ en el punto R, siendo P y Q puntos medios de $\overline{BD}$ y $\overline{AC}$ respectivamente. Calcule IR, si m∢BIC = 90° y PQ=12.

A) 10 B) 12 C) 8
D) 6 E) 10

PROBLEMA Nº 278

En el romboide ABCD: AB=6 y BC=8, las bisectrices de los ángulos internos A y B se intersecan en E, tal que m∢EDC = 90°. Calcule ED.

A) 2 B) 3 C) 5
D) 4 E) 6

PROBLEMA Nº 279

Se tiene un paralelogramo ABCD, se construyen exteriormente los triángulos

equiláteros ABM y BCN. Por M se traza la perpendicular $\overline{MH}$ a $\overline{ND}$.

Calcule $m\measuredangle HMB$, si $m\measuredangle NDC = 42^\circ$.

A) 8° B) 12° C) 14°
D) 16° E) 23°

PROBLEMA Nº 280

Uno de los ángulos de un rombo mide 60° y la suma de sus diagonales es $3\left(1+\sqrt{3}\right)$. Entonces el perímetro del rombo es:

A) 8 B) 10 C) 14
D) 10 E) 12

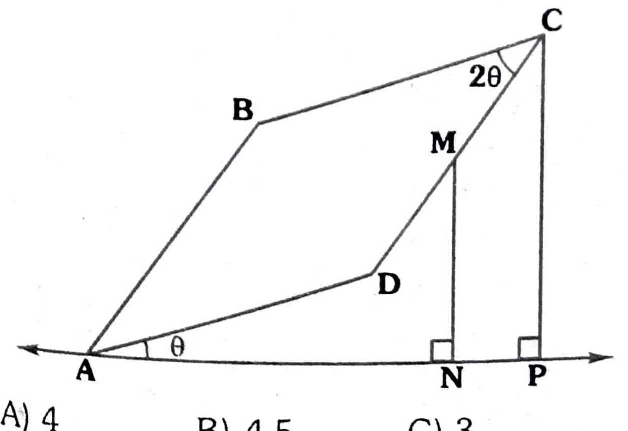
PROBLEMA Nº 281

En un trapecio rectángulo ABCD, recto en A y en B, $m\measuredangle BCA = 2(m\measuredangle CBD)$ y AC=12. Calcule la medida del segmento que une los puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$.

A) 6 B) 8 C) 12
D) 18 E) 9

PROBLEMA Nº 282

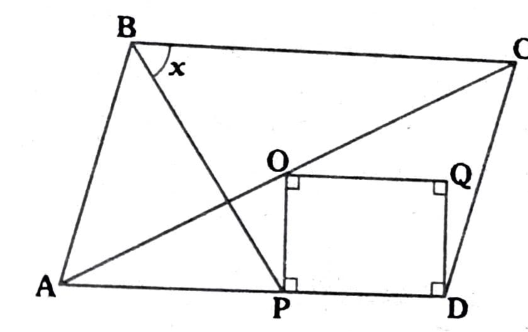
En el gráfico mostrado ABCD es un rombo, DM=MC, BD=MN y CP=9. Calcule "BD".



A) 4 B) 4,5 C) 3
D) 6 E) 9

PROBLEMA Nº 283

En el gráfico ABCD es un paralelogramo AO=OC, OP=2, QO=3. Calcule el valor de "x".



A) 53° B) 37° C) 45°
D) 60° E) 26,5°

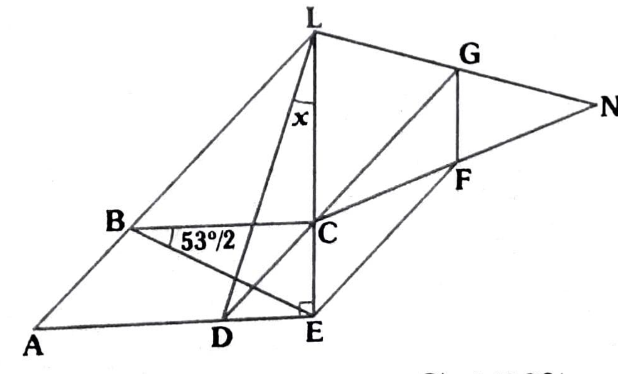
PROBLEMA Nº 284

Dado un trapecio rectángulo ABCD (recto en A y B). Se ubican los puntos medios M y N de $\overline{CD}$ y $\overline{BM}$. Si $m\measuredangle MAC = 30^\circ$ y BN=3. Calcule AN.

A) 6 B) $3\sqrt{3}$ C) 4
D) $\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

PROBLEMA Nº 285

Según el gráfico, ABCD y CEFG son romboides CF=FN. Calcule "x".



A) 14° B) 18°30' C) 26°30'
D) 22°30' E) 18°

PROBLEMA Nº 286

En el romboide ABCD se traza $\overline{BH} \perp \overline{AC}$ (H en $\overline{AC}$), $2m\sphericalangle BCA = 3m\sphericalangle HDA$ y $BH = HC - AH$. Calcule $m\sphericalangle BCH$.

A) 33°
B) 30°
C) 23°
D) 17°
E) 27°

PROBLEMA Nº 287

Se tienen los cuadrados ABCD y BEFG tal que $G \in \overline{BC}$, $E \in \overline{AB}$ y $\overleftrightarrow{AF}$ interseca a $\overline{CD}$ en M. En $\overline{BG}$ se ubica el punto N, tal que BN=GC y $\overline{NF} \perp \overline{AM}$.

Calcule $m\sphericalangle MNC$.

A) 30°
B) 26,5°
C) 18,5°
D) 22,5°
E) 37°

PROBLEMA Nº 288

Se tiene el paralelogramo ABCD $m\sphericalangle ABC = 5(m\sphericalangle BCD)$, las bisectrices interiores de los ángulos ABC y BCD se cortan en F. Si la distancia de F a $\overline{CD}$ es 6. Calcule AD.

A) 22
B) 23
C) 24
D) 25
E) 26

PROBLEMA Nº 289

En el trapecio rectángulo ABCD (recto en A y B) AD>BC, sobre $\overline{DC}$ se toma un punto "M" y sobre $\overline{MA}$ un punto "N" tal que: DM=MC. NA=3MN. Si AB=8 cm, calcule la distancia del punto N a $\overline{DA}$.

A) 1 cm
B) 2 cm
C) 3 cm
D) 4 cm
E) 2,5 cm

PROBLEMA Nº 290

En un trapecio ABCD $\overline{BC} // \overline{AD}$ AD>BC. Sobre $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ se toman los puntos "P" y "Q" respectivamente tal que: AP=PC, QD=2 cm, BQ= 4 cm, $m\sphericalangle PBD = m\sphericalangle DBS$. Calcule la diferencia de las longitudes de las bases del trapecio, si es la menor entera.

A) 2 cm
B) 1 cm
C) 4 cm
D) 3 cm
E) 2,5 cm

PROBLEMA Nº 291

En un trapecio escaleno ABCD $\overline{BC} // \overline{AD}$, $\overline{AD} > \overline{BC}$, la mediatriz del lado $\overline{CD}$ intersectan a $\overline{AD}$ en "N", luego se traza $\overline{NH} \perp \overline{AB}$ ("H" en $\overline{AB}$) Si ND=3 cm, a AH=2 cm. Halle el segmento que une los puntos medios de $\overline{BC}$ y $\overline{HN}$.

Si $m\sphericalangle BAD + 2m\sphericalangle CDA = 180°$

A) 1 cm
B) 3 cm
C) 2 cm
D) 4 cm
E) 5 cm

PROBLEMA Nº 292

En un trapecio ABCD $(m\hat{A} = m\hat{B} = 90°)$ $\overline{AD} > \overline{BC}$, la bisectriz interior del $\sphericalangle CDA$ intersecta a $\overline{AB}$ en el punto "E" tal que: BC=EA. Sobre $\overline{AD}$ se toma un punto "F" de manera que: $m\sphericalangle AEF + m\sphericalangle ADE = 45°$.

Calcule $m\sphericalangle EFC$.

A) 60°
B) 30°
C) 45°
D) 53°
E) 37°

PROBLEMA Nº 293

En un trapezoide ABCD por el vértice "A" se traza una recta exterior de manera que la suma de las distancias de los puntos medios de cada lado del trapezoide a la recta exterior es 24 cm. Halle la distancia del punto de intersección de las diagonales del cuadrilátero formado al unir los puntos medios al trapezoide.

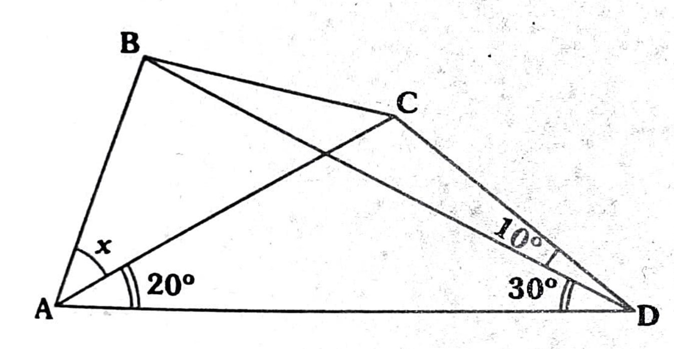
A) 4 cm B) 3 cm

C) 6 cm D) 8 cm

E) 5 cm

PROBLEMA Nº 294

En la figura $\overline{BC} \cong \overline{CD}$. Calcule "$x$"



A) 20° B) 40° C) 30°

D) 15° E) 25°

PROBLEMA Nº 295

En un paralelogramo ABCD se traza la bisectriz del $\measuredangle BAD$ que intersecta a $\overline{BC}$ en "F" tal que: $m\measuredangle CDF = m\measuredangle ADF$. Sobre a AF se considera el punto "Q" de modo que: AQ=3QF. Halle QM (M punto medio de BD) y FD=4 cm.

A) 2 cm B) 1 cm C) 3 cm

D) 4 cm E) 0,5 cm

PROBLEMA Nº 296

En un paralelogramo ABCD sobre $\overline{CD}$ y $\overline{BM}$ se toma los puntos M y N respectivamente si BN=NM, MD=2MC y la distancia del punto medio de $\overline{DM}$ a $\overline{AD}$ mide 1 cm, AN=5 cm. Calcule $m\measuredangle NAD$.

A) 60° B) 53° C) 30°

D) 45° E) 37°

PROBLEMA Nº 297

Los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ de un paralelogramo ABCD miden AB=5 cm y BC=7 cm. Se traza la bisectriz interior y exterior del ángulo $\widehat{D}$, determinándose los puntos "E" y "F" sobre el lado $\overline{BC}$ y su prolongación respectivamente. Halle la longitud del segmento que une los puntos medios de $\overline{ED}$ y $\overline{AF}$.

A) 1 cm B) 2 cm

C) 1,5 cm D) 3 cm

E) 2,5 cm

PROBLEMA Nº 298

En el trapecio ABCD: $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$ son bases $m\measuredangle BCA = m\measuredangle BDA$. Si AB=2 cm. Halle CD.

A) 4 cm B) 1 cm

C) 2 cm D) 3 cm

E) 0,5 cm

PROBLEMA Nº 299

En un trapecio ABCD $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ $\overline{AD} > \overline{BC}$ sea "M" punto medio de $\overline{AB}$ y sobre $\overline{MD}$

se ubica su punto medio "R". La prolongación de CR intersecta a $\overline{AD}$ en "T". Si RT=1 cm. Calcule $\overline{CR}$.

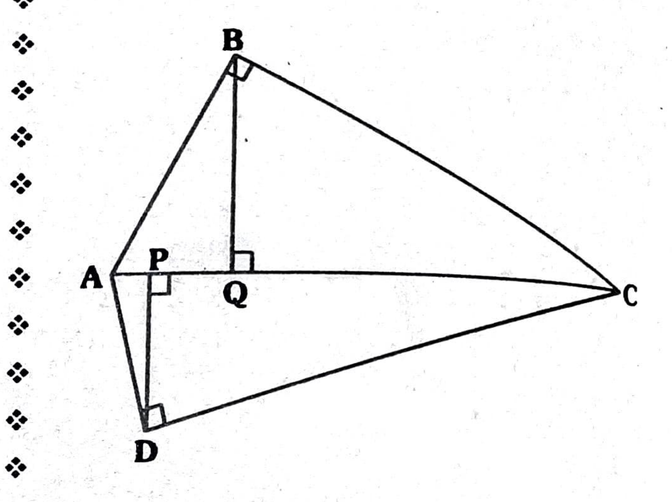
A) 1 cm B) 2 cm

C) 3 cm D) 2,5 cm

E) 4 cm

PROBLEMA Nº 300

Si BQ=10, PD=6 y m∢BCD = 45°
Calcule PQ



A) 4 B) 2 C) 8

D) $2\sqrt{2}$ E) 1

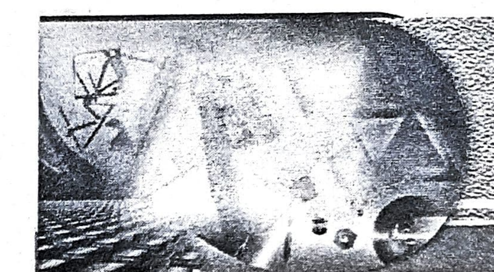
Geometría

SOLUCIONARIO

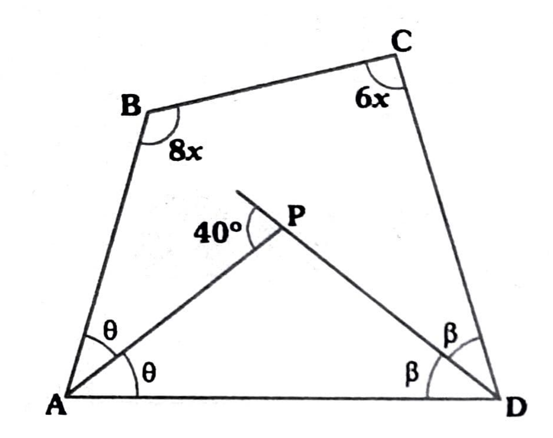
- ANUAL
- CEPRE UNI
- SEMESTRAL
- SEMESTRAL INTENSIVO
- REPASO

CUADRILÁTEROS





RESOLUCIÓN Nº 1



Nos piden "x".

- En en ⏢ABCD:

$$14x + 2\theta + 2\beta = 360°$$

$$\rightarrow \quad 7x + \theta + \beta = 180° \quad \ldots \text{(I)}$$

- En el ⏢APD:

$$\theta + \beta = 40° \quad \ldots \text{(II)}$$

- (II) en (I):

$$7x + 40° = 180°$$

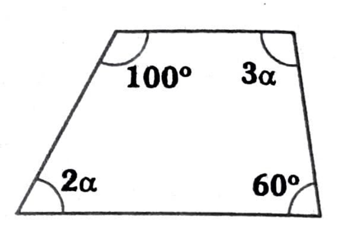
$$\therefore \quad \mathbf{x = 20°}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 2

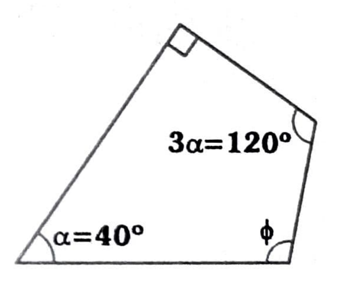
Nos piden $x + y$

Analizando cada gráfico:



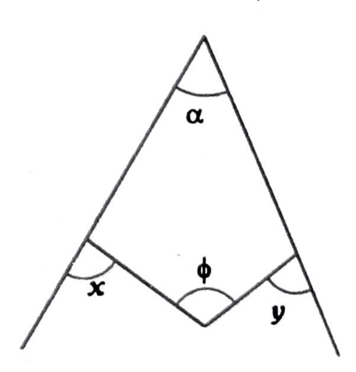
$$5\alpha + 160° = 360°$$

$$\rightarrow \quad \alpha = 40°$$



$$90° + 40° + 120° + \phi = 360°$$

$$\rightarrow \quad \phi = 110°$$



Por propiedad:

$$x + y = \alpha + \phi$$

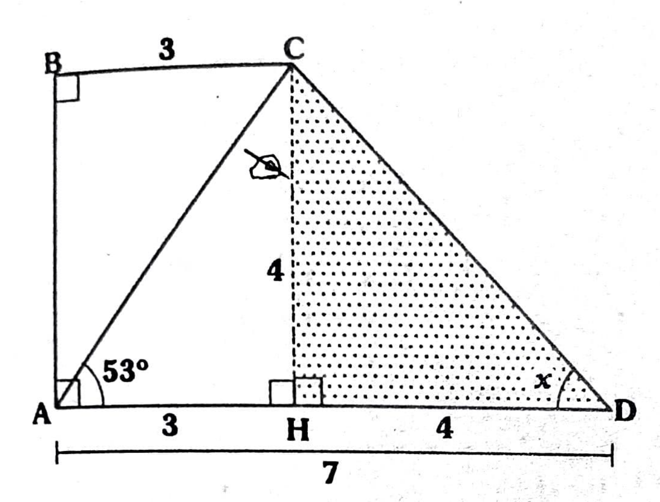
$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$40° \quad 110°$$

$$\therefore \quad \mathbf{x + y = 150°}$$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 3



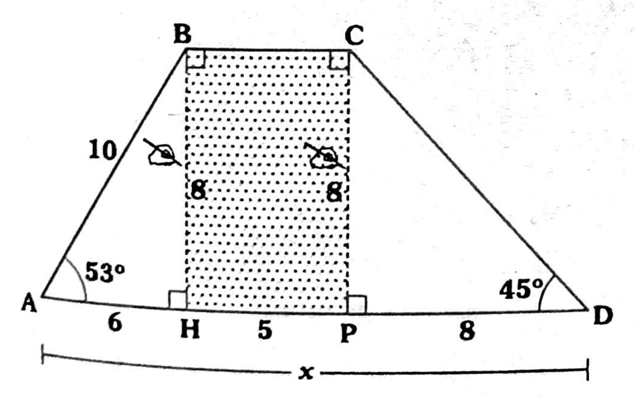
Nos piden "x"

- Se traza $\overline{CH} \perp \overline{AD}$ (H en $\overline{AD}$)
- ABCH: rectángulo → AH=3 → HD=4
- ⊿AHC: Notable de 53° → CH=4
- En ⊿CHD:

$$x = 45°$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 4



Nos piden "x"

- Se traza $\overline{BH} \perp \overline{AD}$ y $\overline{CP} \perp \overline{AD}$
- ⊿AHB: notable de 53°

→ AH=6 y BH=8

- BHCP: rectángulo → HP=5 y CP=8
- ⊿CPD: notable de 45°

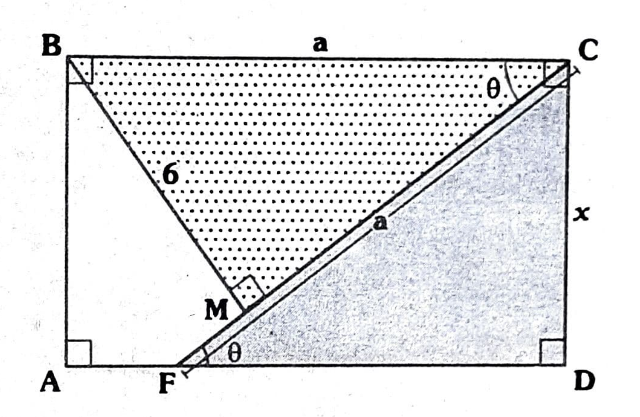
→ PD=8

- Finalmente: $x = 6 + 5 + 8$

$\therefore$ $x = 19$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 5



Nos piden "x"

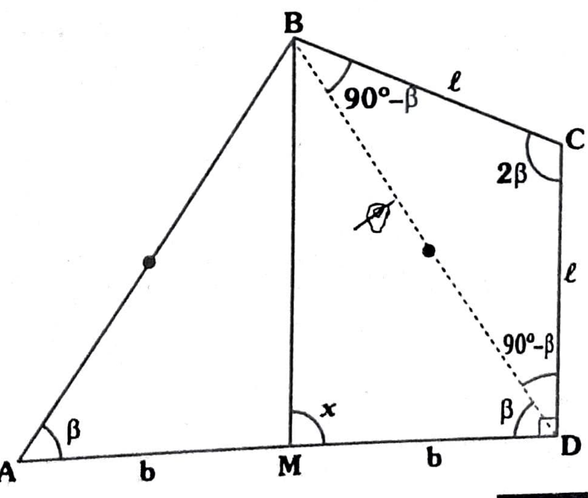
- Como BC=FC

→ ⊿CMB ≅ ⊿FDC

→ $x = 6$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 6



Nos piden "x"

- Como el ΔBCD es isósceles

$\rightarrow$ $m\sphericalangle BDC = m\sphericalangle DBC = 90° - \beta$

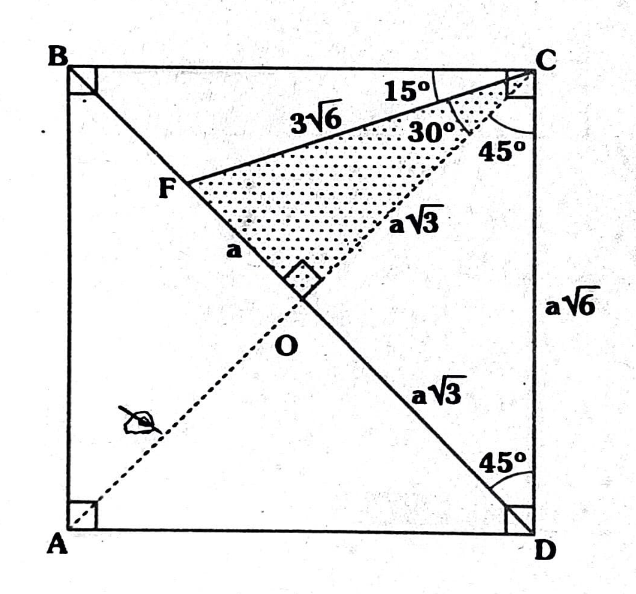
$\rightarrow$ $m\sphericalangle BDA = \beta$

- ΔABD : isósceles
- $\overline{BM}$ es mediana y altura

$$\therefore\ x = 90°$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 7



Nos piden AB

- Se traza la diagonal $\overline{AC}$ la cual corta a $\overline{BD}$ en O.
- $\triangle FOC$: notable de 30°

Sea $OF = a$ $\rightarrow$ $OC = a\sqrt{3}$ y

$2a = 3\sqrt{6}$ $\rightarrow$ $a = \dfrac{3\sqrt{6}}{2}$

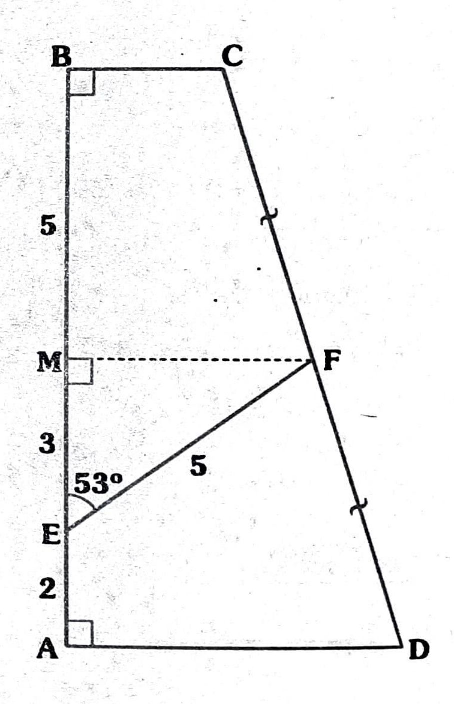
- $\triangle DOC$: notable de 45°

$OC = OD = a\sqrt{3}$ $\rightarrow$ $CD = a\sqrt{6}$

$\rightarrow$ $AB = CD = \left(\dfrac{3\sqrt{6}}{2}\right)\sqrt{6} = 9$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 8



Nos piden AB

- Como CF=FD, nos conviene trazar $\overline{FM} \perp \overline{AB}$ $\Rightarrow$ BM=MA $\left(M \text{ en } \overline{AB}\right)$
- $\triangle FME$: notable de 37° y53°

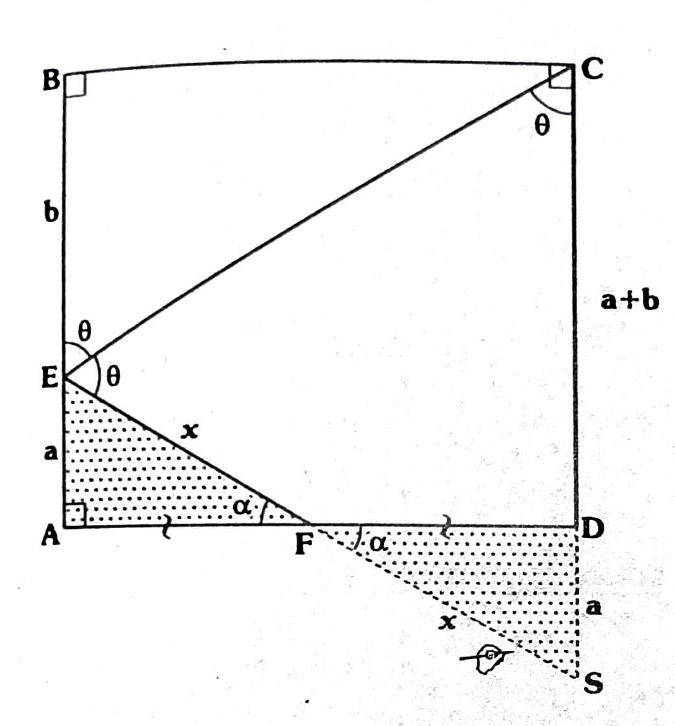
Como EF=5 $\rightarrow$ EM=3 y FM=4

- Como AM=MB=5

$$\therefore\ AB = 10$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 9



Nos piden "x"

Dato: $2a+b=18$

- Prolongamos $\overline{EF}$ y $\overline{CD}$ hasta que se corten en S

  $\rightarrow \triangle EAF \cong \triangle FDS$

  $\rightarrow EF=FS=x$ y $DS=a$

- Notemos que $m\measuredangle ECD=\theta$

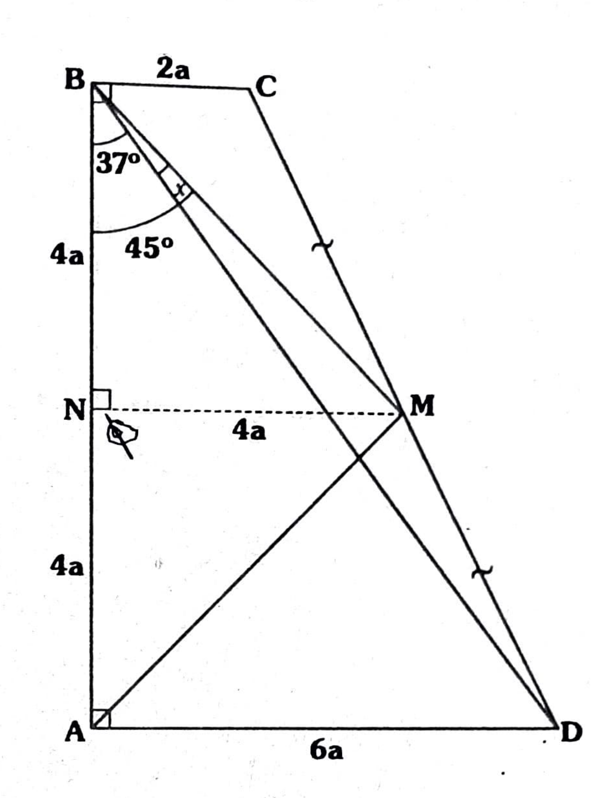
  $\rightarrow \Delta ESD$: isósceles $\rightarrow ES=CS$

  $$\rightarrow 2x=\underbrace{2a+b}_{18}$$

$$\therefore\ x=9$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 10



Nos piden "x", del dato: $BC=2a$ y $AD=6a$

- Como $CM=MD$ entonces trazamos $\overline{MN}$ (base media del trapecio ABCD)

  $$\rightarrow MN=\frac{2a+6a}{2}=4a$$

- En $\triangle BMD$: isósceles de 45°

  $\rightarrow BN=NA=NM=4a$

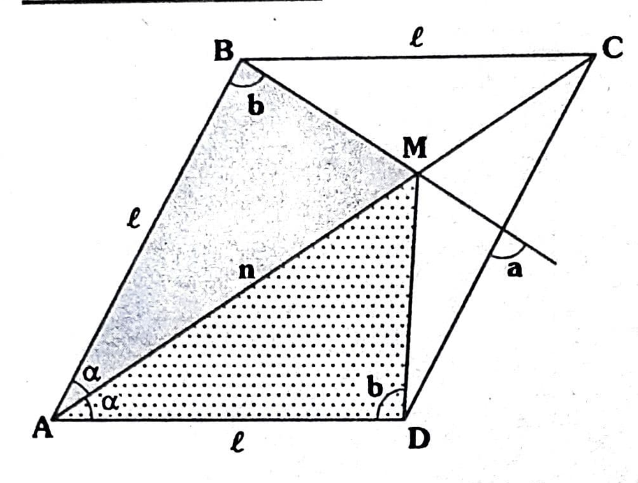
- $\triangle DBA$: notable de 37° (Pues $AD=6a$ y $AB=8a$)

- Luego:

$$x=45°-37=8°$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 11



Nos piden: $\frac{a}{b}$

- Como ABCD es un rombo

$m\sphericalangle BAC = m\sphericalangle CAD \rightarrow \Delta BAM \cong \Delta DAM$

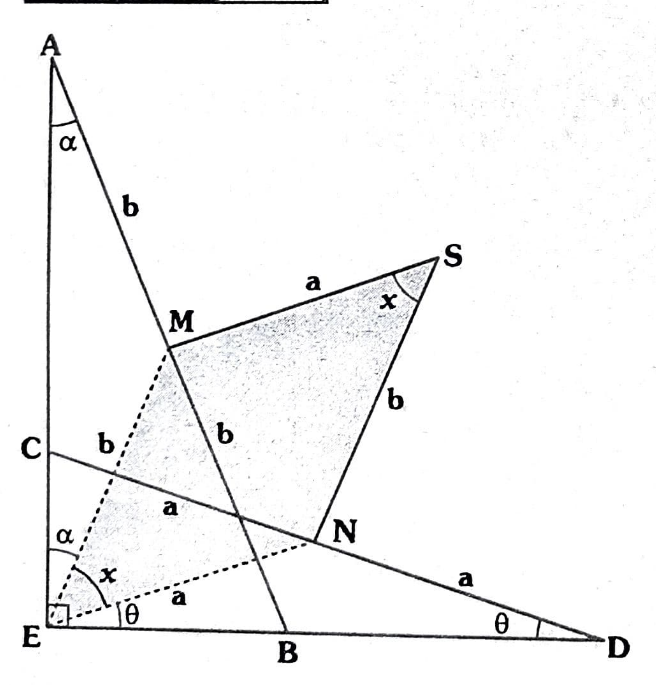
$\rightarrow \quad m\sphericalangle ABM = b$

- Como $\overline{AB} // \overline{DC}$ entonces a=b

$$\therefore \quad \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \mathbf{1}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 12



Nos piden "x"

Dato: $\alpha + \theta = 40°$

- En los triángulos: AEB y DEC notamos que $\overline{EM}$ y $\overline{EN}$ son sus respectivas medianas entonces EM=b y EN=a.

- EMSN es paralelogramo

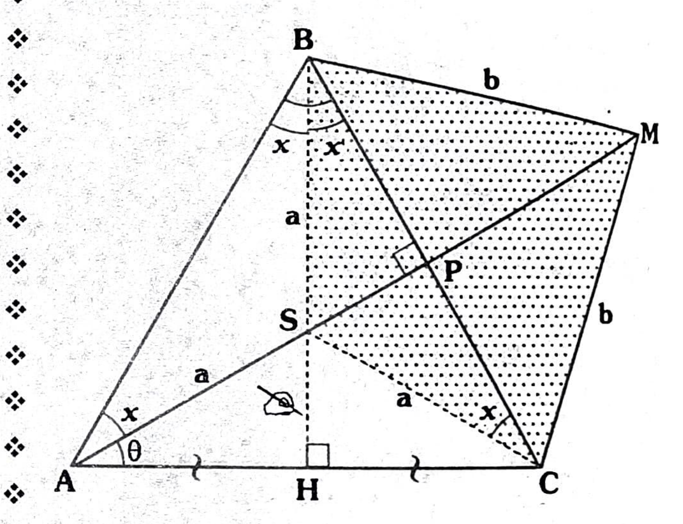
$\rightarrow \quad m\sphericalangle NEM = x$

- En E: $\quad x + \underbrace{\alpha + \theta}_{40°} = 90°$

$$\therefore \quad \boldsymbol{x = 50°}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 13



Nos piden "x"

- En ΔABC isósceles se traza la altura $\overline{BH}$ entonces AH=HC

- También: SA=SC=SB

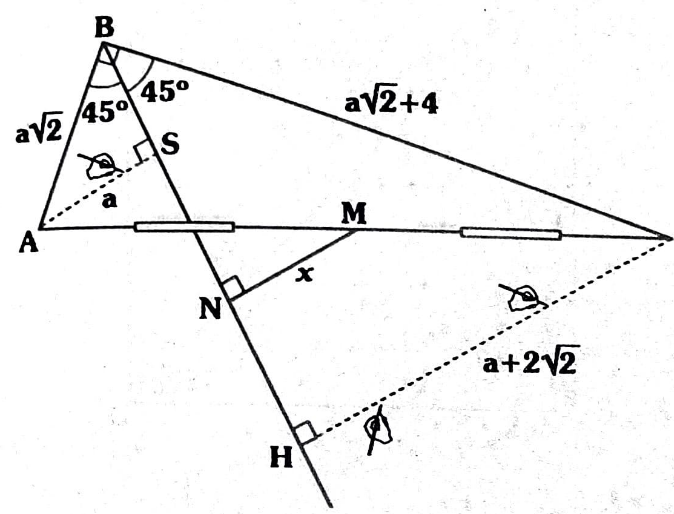
- Luego como SB=SC y BM=MC
  $\rightarrow$ ⏢SBMC es trapezoide de simétrico
  $\rightarrow \overline{SM} \perp \overline{BC}$

- En ⊿APB: $\quad x + 2x = 90°$

$$\therefore \quad \boldsymbol{x = 30°}$$

Clave C

Resolución Nº 14



Nos piden "x"

- Por dato: BC=AB+4

  Sea: $AB = a\sqrt{2}$

  $\rightarrow \quad BC = a\sqrt{2}+4$

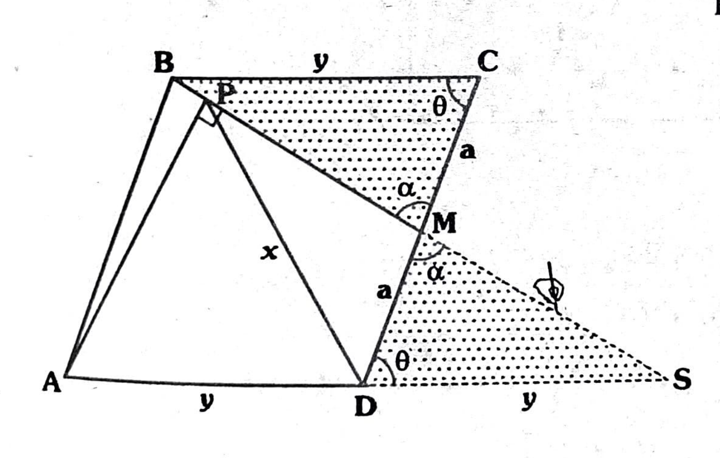
- Se traza $\overline{AS}$ y $\overline{CH}$ perpendiculares a $\overleftrightarrow{BN}$.
- En ⊿ASB: AS=a
- En ⊿BHC: $CH = a+2\sqrt{2}$
- Por propiedad:

$$x = \frac{a+2\sqrt{2}-a}{2}$$

$$\therefore \quad \mathbf{x = \sqrt{2}}$$

Clave E

Resolución Nº 15



Piden: $\dfrac{x}{y}$

- Se prolonga $\overline{BM}$ y $\overline{AD}$, las cuales se cortan en S entonces:

$$\Delta BMC \cong \Delta SMD \rightarrow DS=y$$

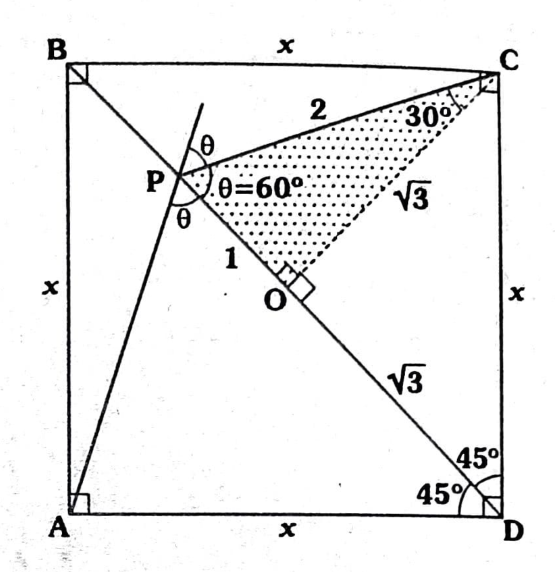
- En ⊿APS: $\overline{PD}$ es mediana

$$\Rightarrow \quad x=y$$

$$\therefore \quad \frac{x}{y}=1$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 16



Nos piden "x"

- Notemos que $\Delta ADP \cong \Delta CDP$

  $\rightarrow \quad m\sphericalangle APD = \theta$

- En P: $3\theta = 180° \rightarrow \theta = 60°$
- Se traza $\overline{CO} \perp \overline{BD}$
- En ⊿POC: notable de 30°

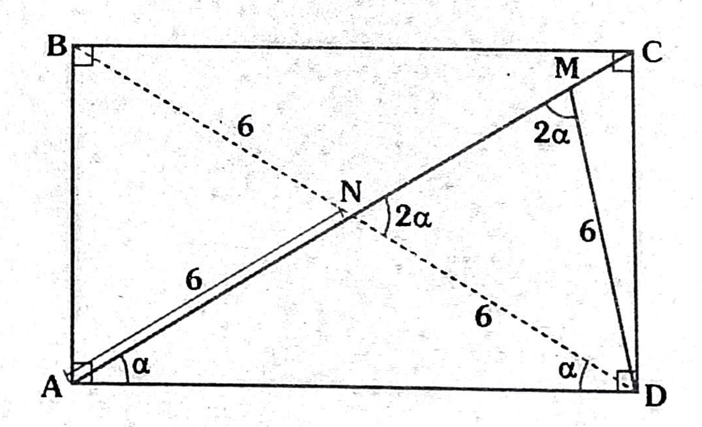
  $\rightarrow \quad CO = \sqrt{3}$

- En ⊿COD: notable de 45°

$$\therefore\ x = \sqrt{6}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 17



Piden AC

- Se traza la otra diagonal, entonces: $m\sphericalangle ADN = m\sphericalangle DAC = \alpha$

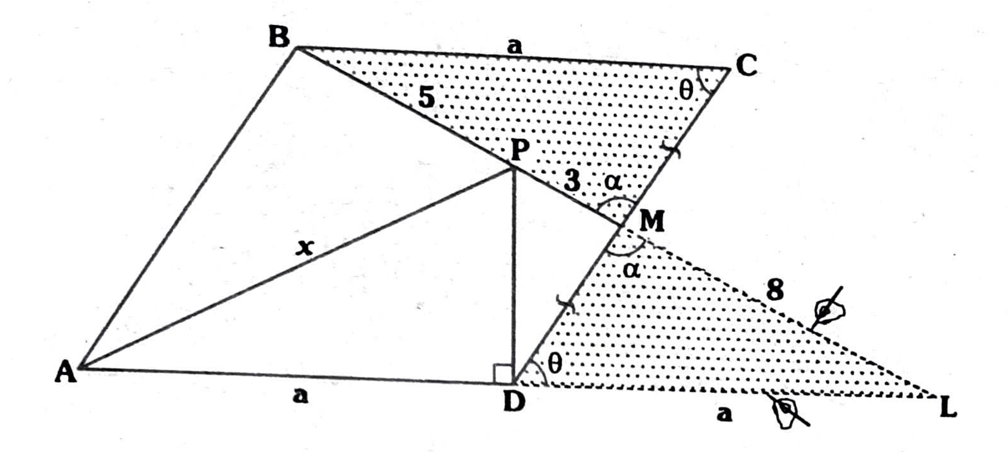
  $m\sphericalangle DNC = 2\alpha$

- ΔNDM: isósceles $\rightarrow$ $ND = DM = 6$
- ΔAND: $AN = ND = 6$ $\rightarrow$ $BD = 12$
- Como $AC = BD$

$$\therefore\ AC = 12$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 18



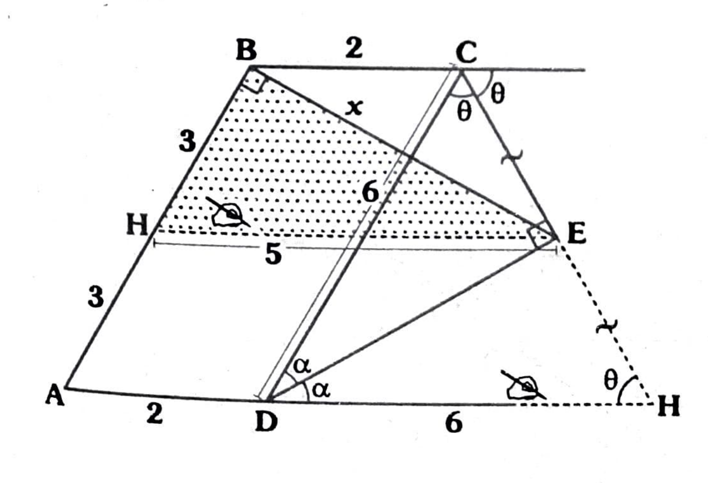
Piden "x"

- Se prolonga $\overline{BM}$ y $\overline{AD}$ las cuales se cortan en L → ΔDML ≅ ΔCMB
  → ML = 8 y DL = a
- ΔAPL : isósceles (AP = PL)

$$\therefore \ x = 11$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 19



Nos piden "x".

- Se prolonga $\overline{AD}$ y $\overline{CE}$ secantes en H
- ΔDCH : isósceles
  → m∢DHC = θ y
  CE = EH
- Se traza la mediana $\overline{EH}$ del trapecio ABCH:

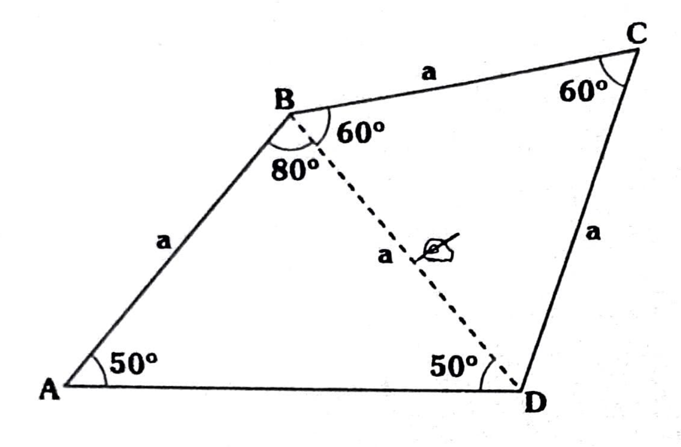
$$EH = \frac{8+2}{2} = 5$$

- En ⊿HBE:

$$x = 4$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 20



Piden m∢ABC

Como BC=CD entonces trazamos $\overline{BD}$

→ ΔBCD es equilátero

→ BD=a

- ΔABD : isósceles

→ m∢ADB=50° y

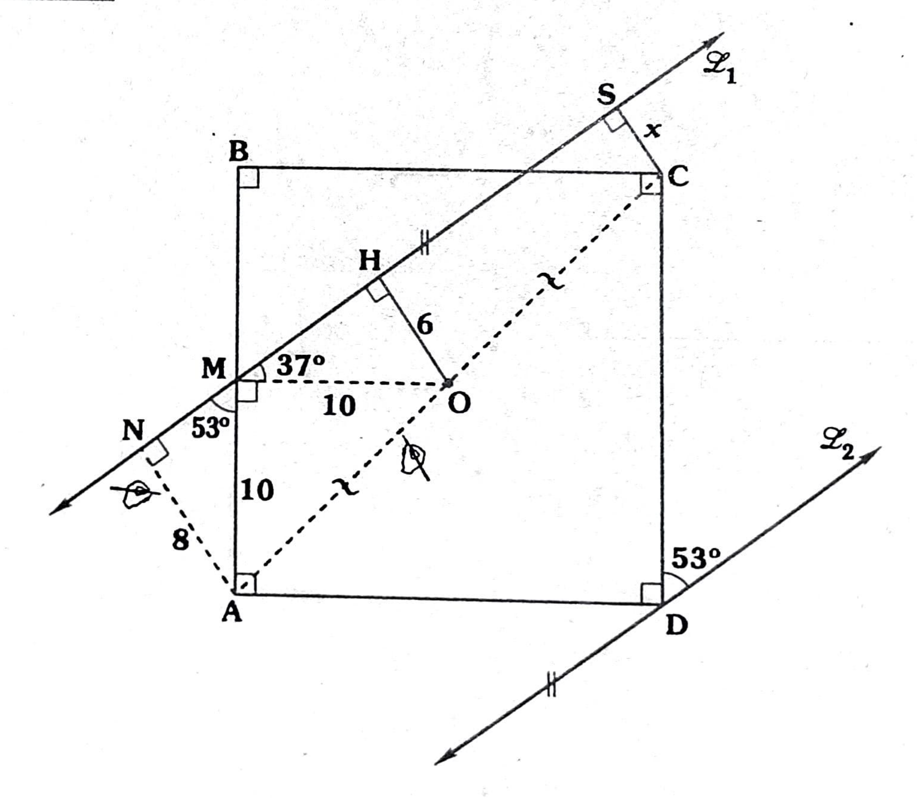
m∢ABD=80°

- En B:

m∢ABC = 80°+60°= 140°

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 21



Piden "x"

- Como AM=MB entonces:

$\overline{OM} \perp \overline{AB}$ y AM = MB = MO

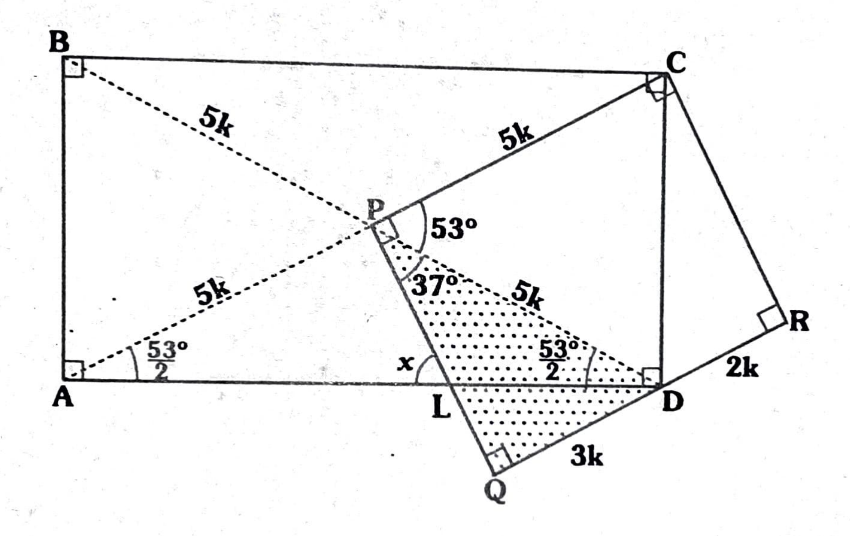
- Por ángulo entre paralelas: $m\measuredangle NMA = 53°$
- ⊿OMH: y ⊿ANM: notables de 37° y 53° → OM=AM=10 y AN=8
- En el trapecio: ANSC:

$$\frac{x+8}{2}=6$$

$$\therefore\ \mathbf{x=4}$$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 22



Piden: "x"

- Se trazan las diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$, sea DR=2k → QD=3k y PC=5k

→ AP=BP=PD=5k

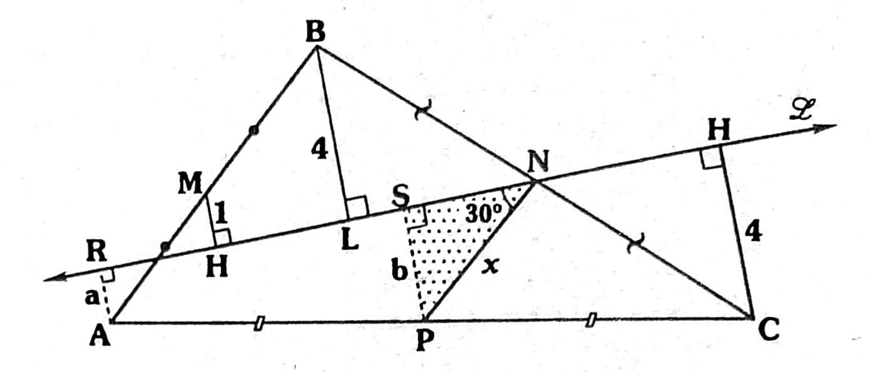
- Notemos que: ⊿PQD: notables de 37°
- Como $m\measuredangle CPD=53° \rightarrow m\measuredangle DAC = m\measuredangle ADB = \frac{53°}{2}$
- Luego:

$$x = 37° + \frac{53°}{2}$$

$$\therefore\ \mathbf{x = \frac{127°}{2}}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 23



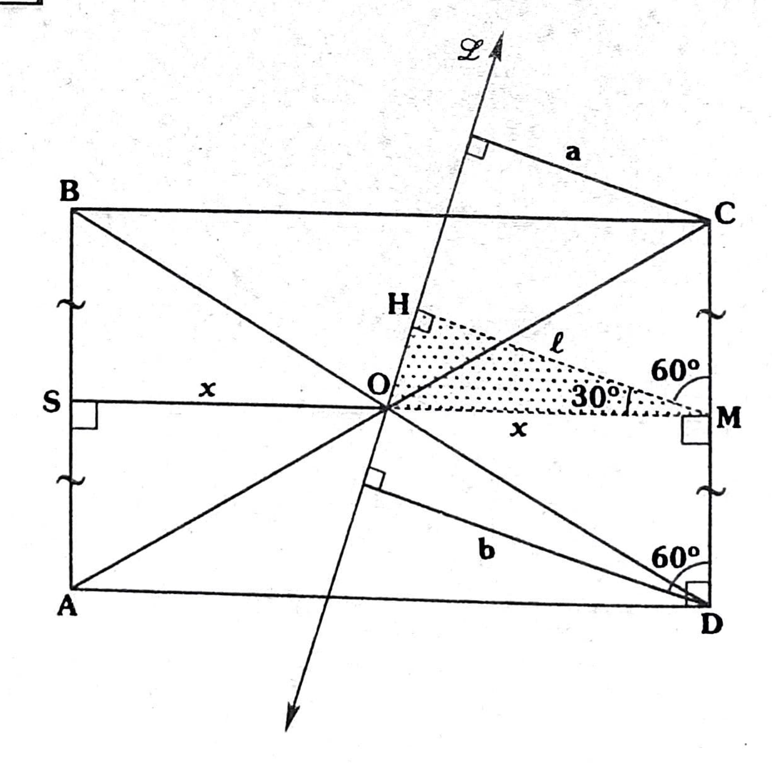
Nos piden "x"

- Se traza $\overline{AR} \perp \overleftrightarrow{\mathscr{L}}$ → por propiedad: $\dfrac{4-a}{2}=1$ → $a=2$
- Se traza $\overline{PS} \perp \overleftrightarrow{\mathscr{L}}$ → $b=\dfrac{4+a}{2}$ → $b=3$
- En el ⊿PSN notable de 30°.

$$\therefore \quad x=6$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 24



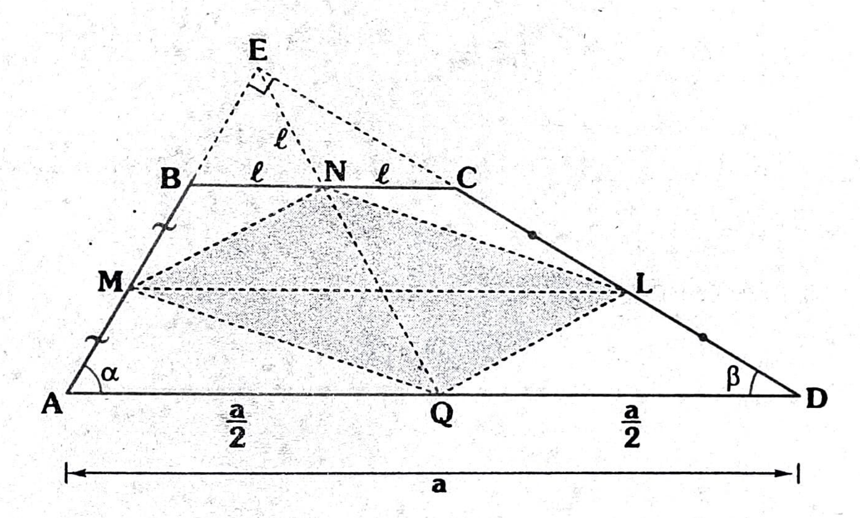
Piden "x"

- Se prolonga $\overline{SO}$ hasta que corte a $\overline{CD}$ en M entonces CM=MD.
- Se traza $\overline{MH} \perp \overleftrightarrow{\mathscr{L}} \rightarrow \ell = \dfrac{a+b}{2}$
- Como $a+b=2\sqrt{3} \rightarrow \ell=\sqrt{3}$
- En ⊿OHM notable de 30° y 60°.

$$\therefore\ \mathbf{x=2}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 25



MNLQ es el cuadrilátero (*paralelogramo*) obtenido al unir los puntos medios del trapecio ABCD).

Nos piden: ML+NQ

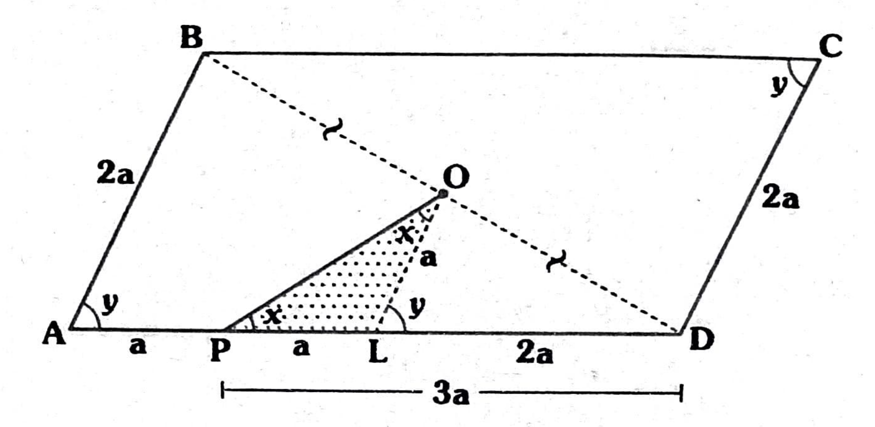
- Como $\alpha+\beta=90° \rightarrow$ al prolongar $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$ hasta que se corten en E$\rightarrow$ m∢BEC = 90°
- En ⊿BEC y ⊿AED: $\overline{EN}$ y $\overline{EQ}$ son medianas entonces E, N y Q son colineales

  luego: $NQ=\dfrac{a}{2}-\ell$
- En el trapecio ABCD: $ML=\dfrac{a+2\ell}{2}=\dfrac{a}{2}+\ell$

$$\therefore\ \mathbf{ML+NQ=a}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 26



Piden $\frac{x}{y}$

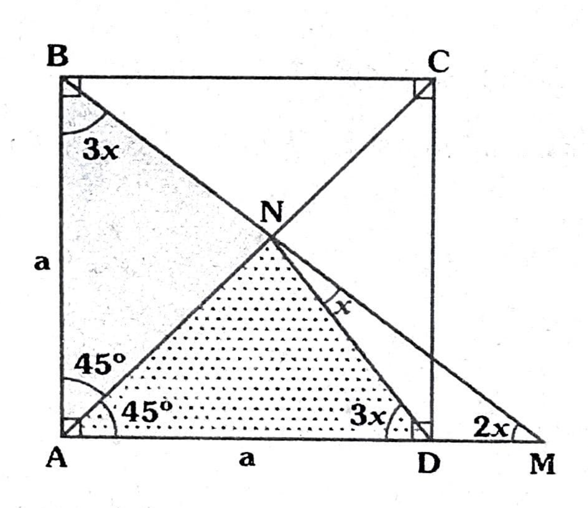
Dato: $3(AB)=2(PD)=6\underbrace{(AP)}_{a}$ $\rightarrow$ AP=a ; PD=3a y AB=2a

- Como O es punto medio de $\overline{BD}$, en el ΔABD se traza la base media OL $\left(L \text{ en } \overline{AD}\right)$ entonces AL=LD=2a
- El ΔPLO es isósceles entonces $m\measuredangle LPO = m\measuredangle LOP = x$ $\rightarrow$ $y=2x$

$$\therefore \ \frac{x}{y}=\frac{1}{2}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 27



Piden "x"

- En ΔMND:

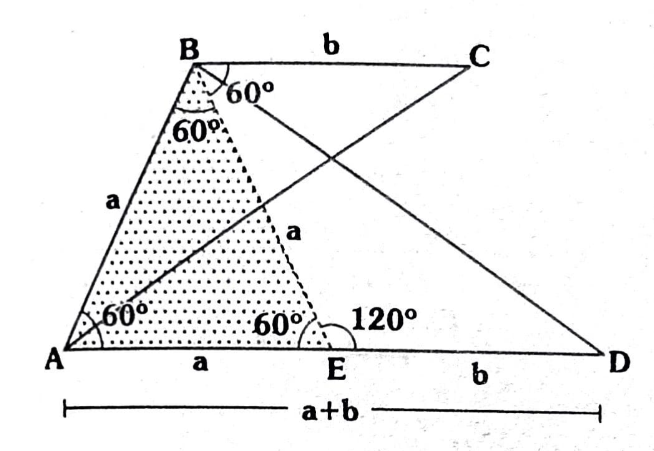
$$m\measuredangle NDA = x+2x=3x$$

- $\Delta ABN \cong \Delta ADN$ $\rightarrow$ $m\measuredangle ABN=3x$
- En $\triangle BAM$: $2x+3x=90°$

$$\therefore \ x=18°$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 28



Nos piden BD dato: $AC = 2\sqrt{3}$

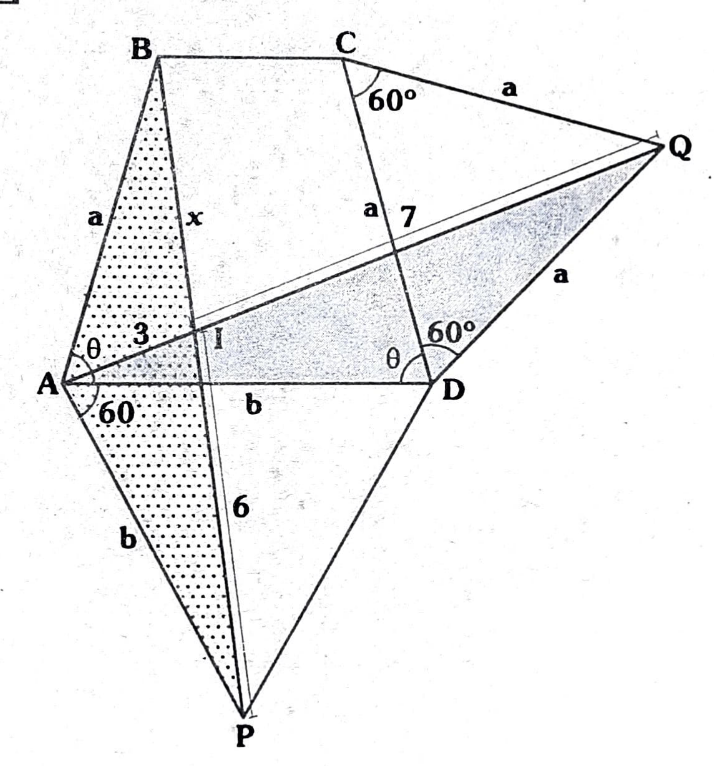
- Se ubica E en $\overline{AD}$ tal que $AE = AB = a$ entonces $ED = BC = b$
- Notamos que el ΔAEB es equilátero entonces $BE = a$
- $\Delta ABC \cong \Delta BED$ (ALL) entonces:

$$AC = BD$$

$$\therefore \ \mathbf{BD = 2\sqrt{3}}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 29



Nos piden "x"

- Como ABCD es trapecio isósceles $\rightarrow$ AB=CD y $m\measuredangle BAD = m\measuredangle ADC = \theta$
- $\Delta PAB \cong \Delta ADQ$ (ALA) $\rightarrow$ $\underbrace{PB} = AQ$

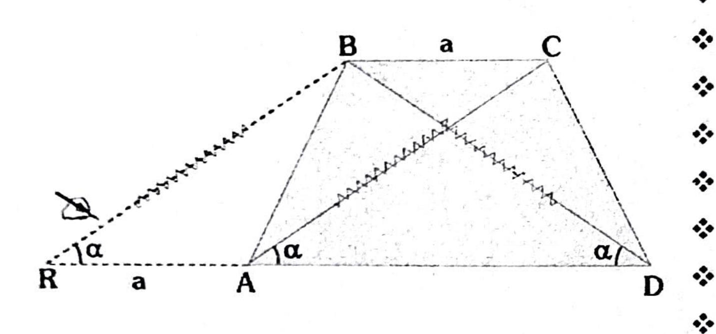
$$x + 6 = 3 + 7$$

$$\therefore \ \mathbf{x = 4}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 30

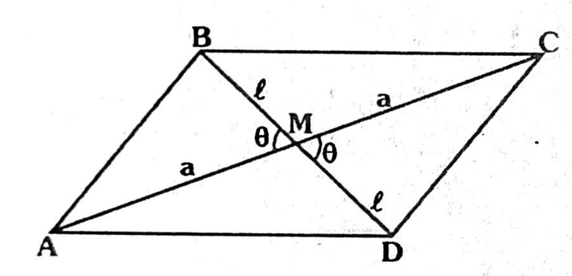
I) VERDADERO



Si $\overline{AD}//\overline{BC}$ (AD>BC) y AC=BD

$\Rightarrow$ ABCD es trápecio isósceles

II) VERDADERO

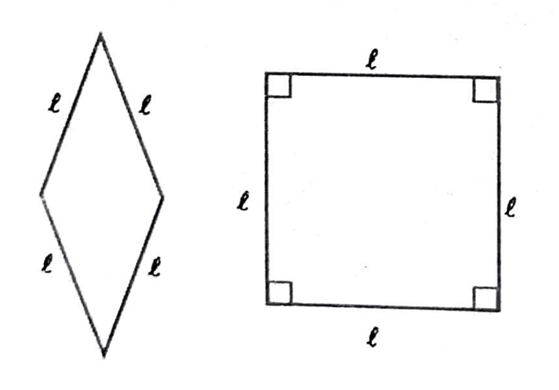


Si AM=MC y BM=MD

$\Rightarrow$ es paralelogramo

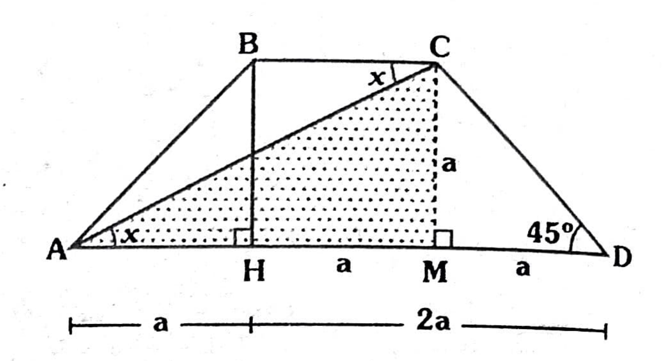
III) FALSO

El cuadrilátero también puede ser rombo.



Clave D

RESOLUCIÓN Nº 31



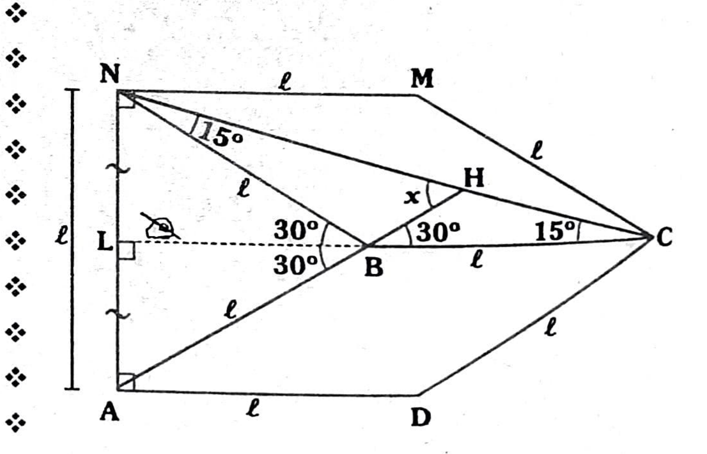
Piden "x"

- Se traza $\overline{CM}\perp\overline{AD}$ (M en $\overline{AD}$) $\rightarrow$ Por propiedad $AH=HM=a$
- En ⊿AMC: $AM=2(MC)$

$$\therefore \quad x=\frac{53^\circ}{2}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 32



Piden "x"

- Como ABCD y BCMN son rombos

$\rightarrow$ AD=BC=NM y $\overline{AD}//\overline{BC}//\overline{NM}$

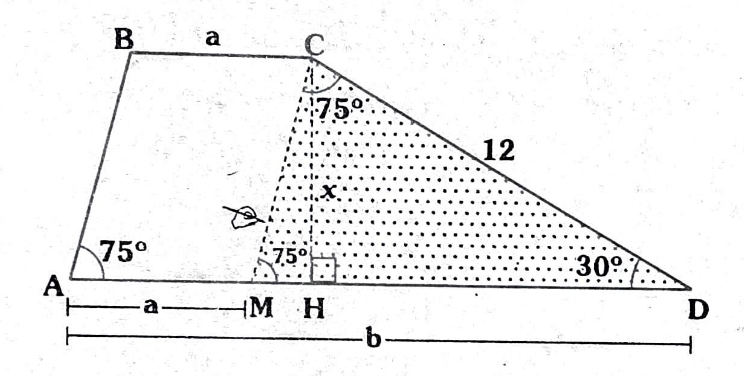
- $\triangle ABN$: equilátero $\rightarrow$ $AL = LN$ $\rightarrow$ $m\measuredangle ABL = m\measuredangle LBN = 30°$
- $\triangle BNC$: $m\measuredangle BCN = m\measuredangle BNC = 15°$
- En $\triangle HBC$:

$$x = 30° + 15°$$

$$\therefore\ x = 45°$$

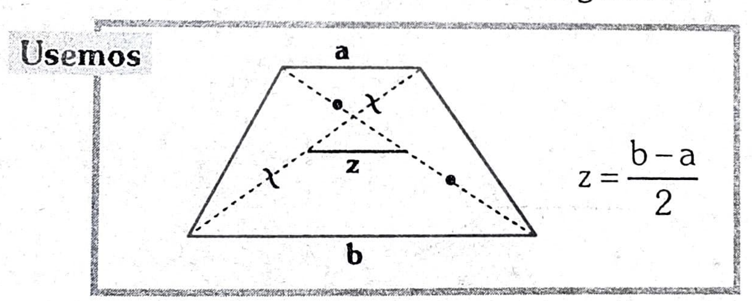
Clave A

RESOLUCIÓN Nº 33



Nos piden "x":

Dato: La distancia entre los puntos medios de las diagonales: 6

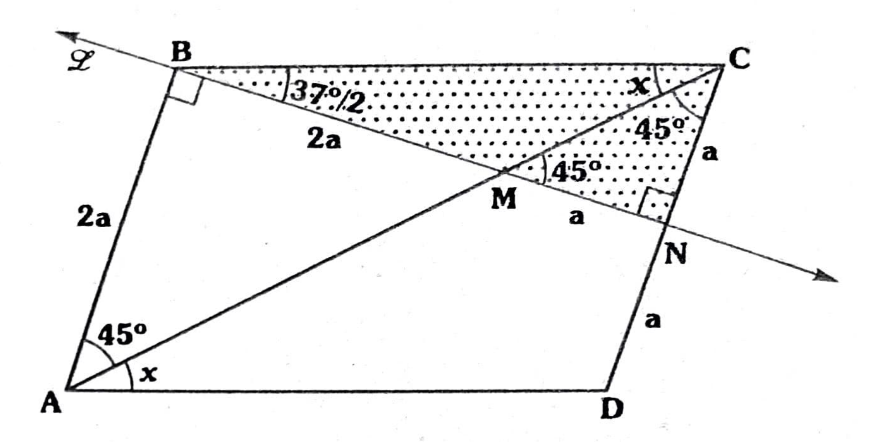


- De la observación: $\dfrac{b-a}{2} = 6 \rightarrow b - a = 12$
- Se traza $\overline{CM} // \overline{AB}$ $\rightarrow$ $m\measuredangle CMD = 75°$ $\rightarrow$ $MD = DC = 12$
- En $⊿CHD$: Notable de 30°

$$\therefore\ x = 6$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 34



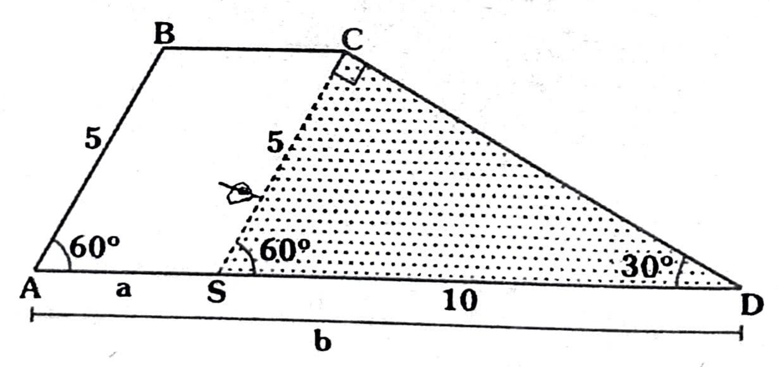
Piden: "x"

- Como $\mathscr{L}$ es mediatriz de $\overline{CD}$ $\rightarrow$ $m\measuredangle ABN = m\measuredangle BNC = 90°$ y $CN = ND = a$
- ⊿ABM y ⊿MNC: notables de 45° $\rightarrow$ AB=BM=2a y MN=NC=a
- ⊿BNC: Notable de $\dfrac{37°}{2}$
- En ΔBMC: $x + \dfrac{37°}{2} = 45°$

$$\therefore \quad \mathbf{x + \frac{53°}{2} = 26,5°}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 35



Nos piden la distancia entre los puntos medios de las diagonales.

- Sea "x" dicha distancia.
- Así como en el prob. 33, no hace falta trazarlo $\rightarrow$ $x = \dfrac{b-a}{2}$

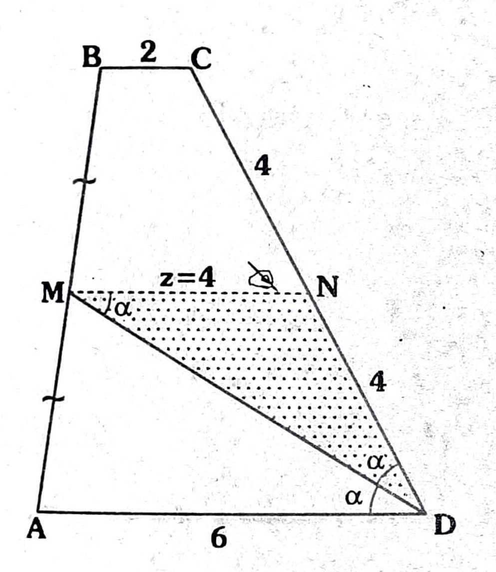
- Se traza $\overline{CS}//\overline{BA}$ → ABCS es paralelogramo y ⊿SCD: notable de 30°
- Como AS=a

$$\rightarrow SD = b - a = 10$$

$$\therefore\ x = 5$$

Clave C

Resolución Nº 36



Piden: CD

- Se traza la base media del trapecio ABCD → $\overline{MN}//\overline{AD}$
- ΔMND : isósceles → MN = ND = z
- Por propiedad:

$$z = \frac{6+2}{2} = 4$$

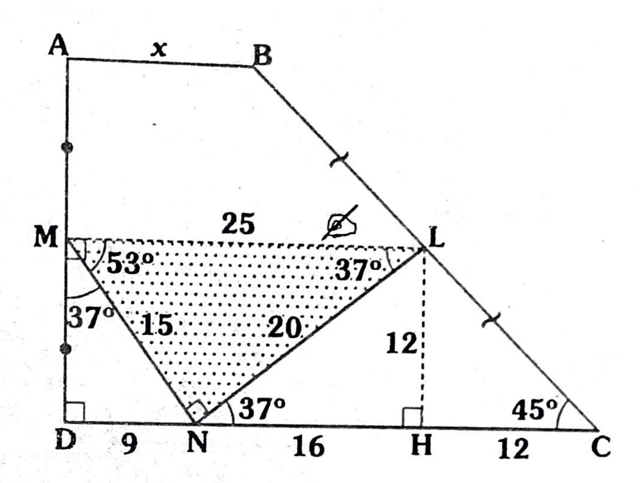
- Como N es punto medio de $\overline{CD}$

$$\rightarrow CN = ND = 4$$

$$\therefore\ CD = 8$$

Clave B

Resolución Nº 37



Nos piden "x"

- Se traza la base media $\overline{ML}$ del trapecio

$$\rightarrow \overline{ML}//\overline{AB}$$

- ⊿MNL: notable de 37°

$$\rightarrow ML=25 \text{ y } NL=20$$

- ⊿MDN: como MN=15°

$$\rightarrow DN=9$$

- Se traza $\overline{LH} \perp \overline{NC}$ → ⊿NHL: NH=16 y en ⊿LHC: HC=12
- Finalmente:

$$\frac{x+37}{2} = 25$$

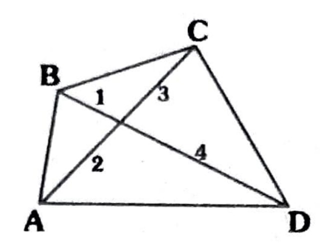
$$\therefore\ x = 13$$

Clave C

Resolución Nº 38

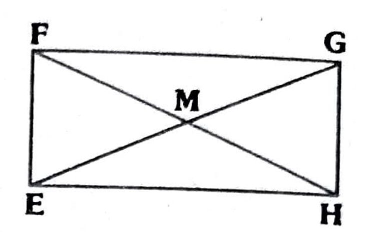
I) **Falso**

Pueden haber muchos cuadrados de diagonales de diagonales congruentes y no ser rectángulos, para serlo bastará que se bisequen.



AC=BD

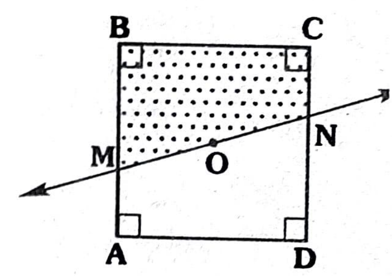
⏢ABCD no es rectángulo



Si EG=FH y $\overline{EG}$ y $\overline{FH}$ se bisecan

→ EFGH: rectángulo

II) Verdadero



O : Centro del cuadrado

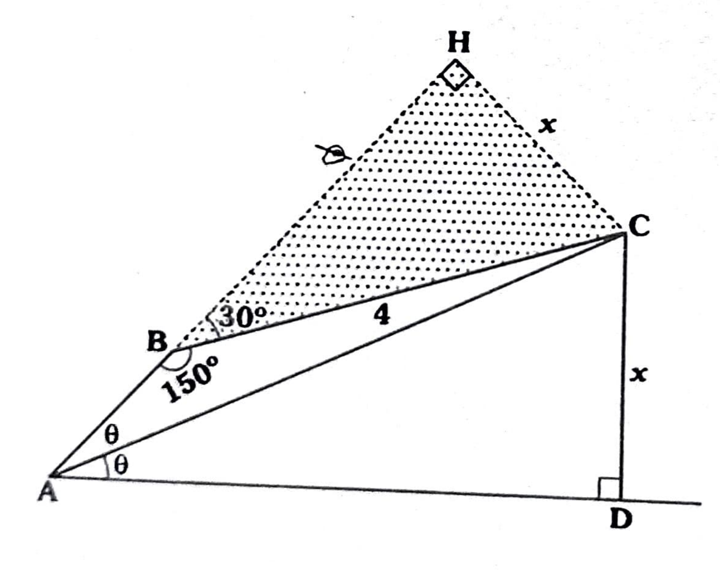
→ MBCN ≅ NDAM

III) Verdadero

Pues es equilátero y equiángulo.

Clave A

Resolución Nº 39



Piden: "x"

- Se prolonga $\overline{AB}$ y se traza $\overline{CH} \perp \overrightarrow{AB}$.
- Por teorema de la bisectriz:

$$CD=CH=x$$

- Como

$$m\sphericalangle ABC = 150°$$

$$\rightarrow m\sphericalangle CBH = 30°$$

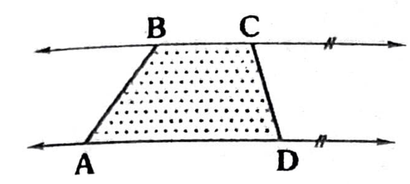
- En ⊿BHC: notable de 30°

$$x = 2$$

Clave B

Resolución Nº 40

I) Verdadero

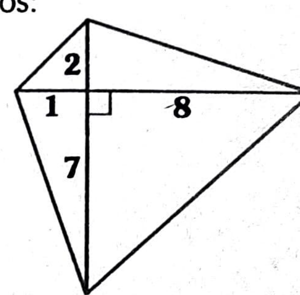


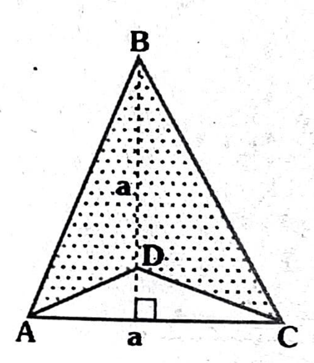
Si $\overline{AD} // \overline{BC}$ y $\overline{AB} \not\parallel \overline{CD}$

$\rightarrow$ ABCD es trapecio

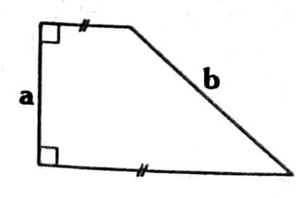
II) Falso

Ejemplos:





III) Verdadero

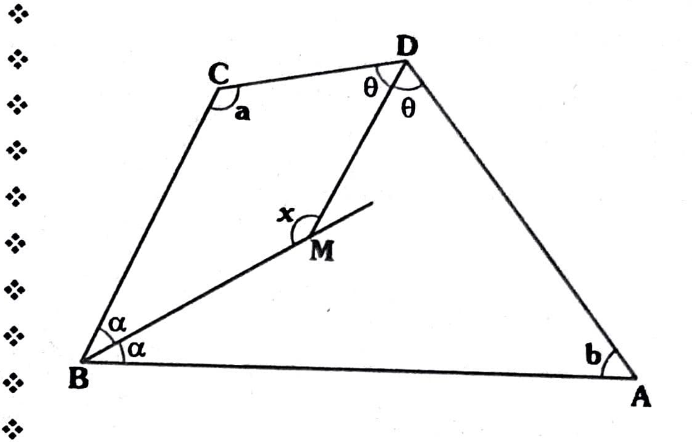


Como $a \neq b$

La figura es un trapecio rectángulo.

Clave A

Resolución Nº 41



Nos piden "x"

Dato: $a - b = 20°$

En ⌂BCDM: $x + \theta + a + \alpha = 360°$

En ∡BADM: $x = \alpha + \theta + b$ (+)

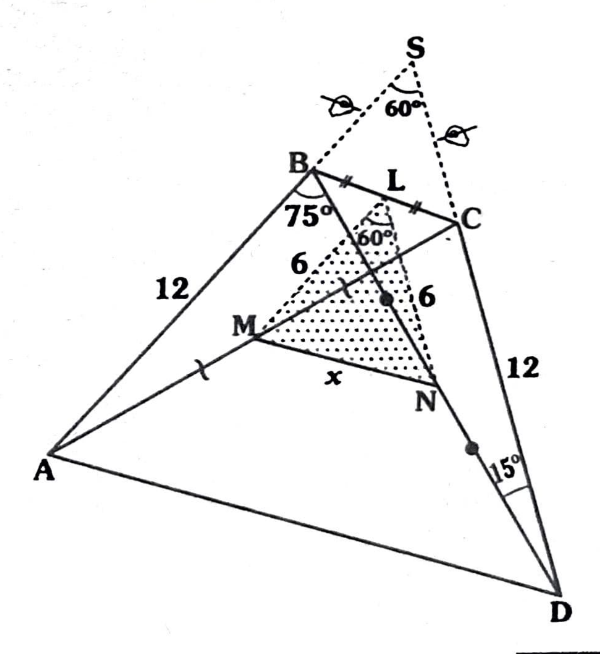
$$2x + \cancel{\theta + \alpha} + a = \cancel{\alpha + \theta} + b + 360°$$

$$\rightarrow 2x + \underbrace{a - b}_{20°} = 360°$$

$$\therefore \ \mathbf{x = 170°}$$

Clave D

Resolución Nº 42



Nos piden "x" :

- Como nos piden una distancia entre dos puntos medios, la idea es buscar "bases medias", para ello, ubicamos "L" punto medio de $\overline{BC}$, luego:
- $\overline{ML}$ es base media del ΔABC
- $\overline{NL}$ es base media del ΔBCD

$$\rightarrow \quad ML = 6 \quad y \quad LN = 6$$

- También: $\overline{ML} // \overline{AB}$ y $\overline{LN} // \overline{CD}$

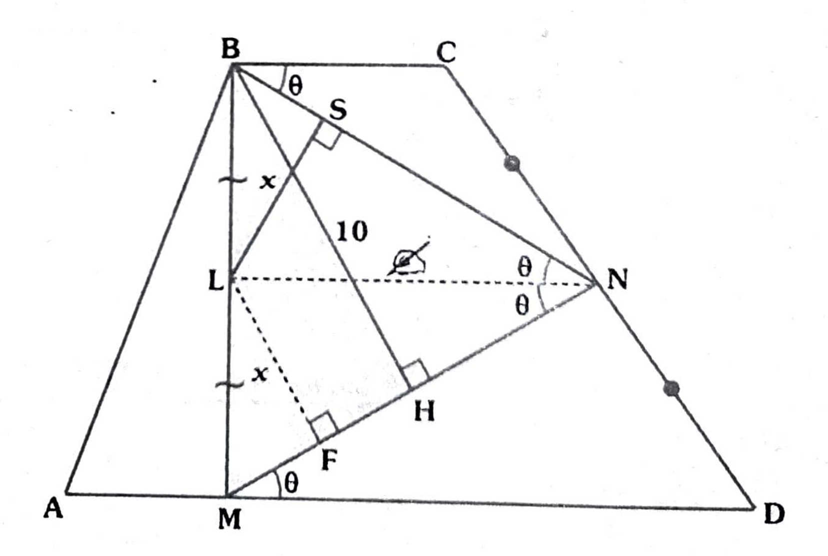
$$\rightarrow \quad m\measuredangle MLN = 60°$$

- ΔMLN : equilátero

$$\therefore \quad \mathbf{x = 6}$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 43



Nos piden "x" :

- Se ubica L punto medio de $\overline{BM}$ $\rightarrow$ $\overline{LN}$ es base media del trapecio MBCD $\rightarrow$ $\overline{LN} // MD$ y con ello:

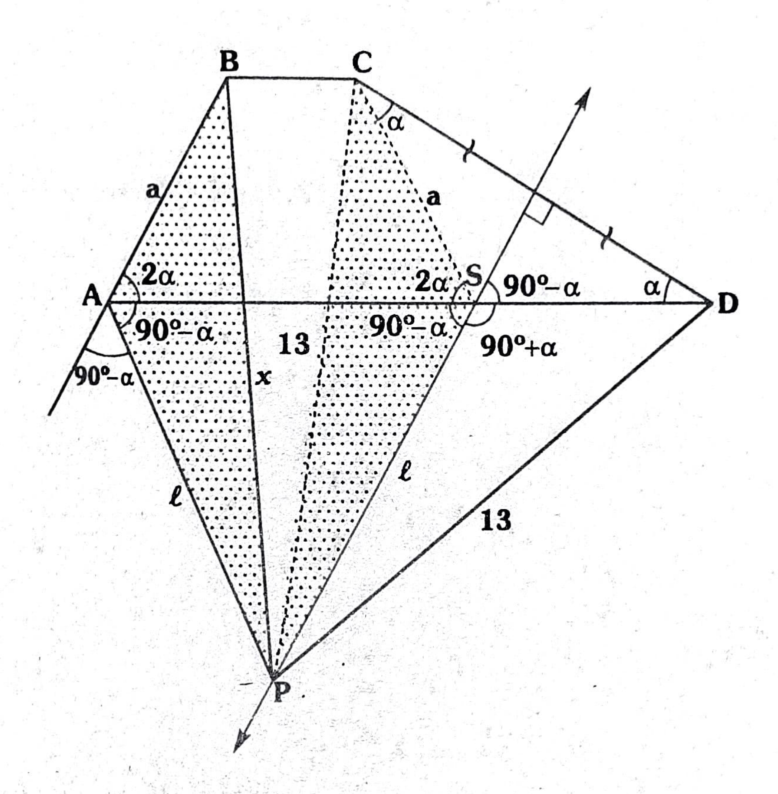
$$m\measuredangle BNL = m\measuredangle LNM$$

- Por teorema de la bisectriz: LS=LF
- En ⊿MHB: $\overline{LF}$ es base media

$$\therefore \quad \mathbf{x = 5}$$

Clave E

RESOLUCIÓN N° 44



Nos piden "x" :

- Por teorema de la mediatriz:

$$SD = SC \quad y \quad PD = PC = 13$$

- Como:

$$m\sphericalangle BAS = m\sphericalangle CSA$$

$$\rightarrow \text{ABCS es trapecio isósceles} \rightarrow AB = SC$$

- ΔPSA : isósceles

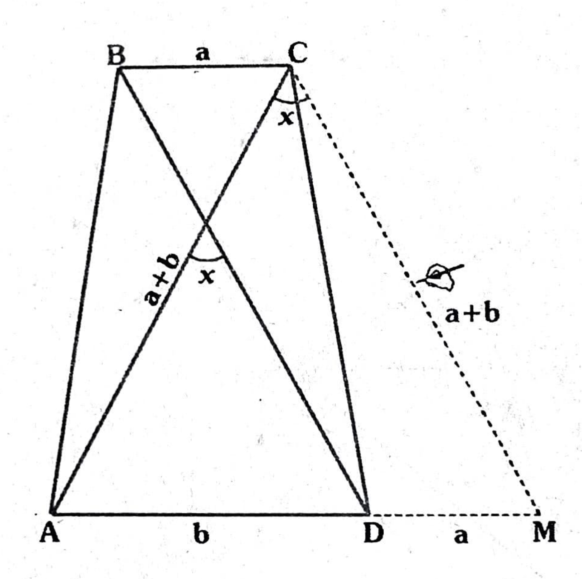
$$\rightarrow PA = PS$$

- $\Delta PAB \cong \Delta PSC$ (LAL)

$$\therefore \; \boldsymbol{x = 13}$$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 45



Nos piden "x":

- Como ABCD es un trapecio isósceles

  → AC=BD=a+b

- Se traza el paralelogramo DBCM

  → DM=a, CM=a+b

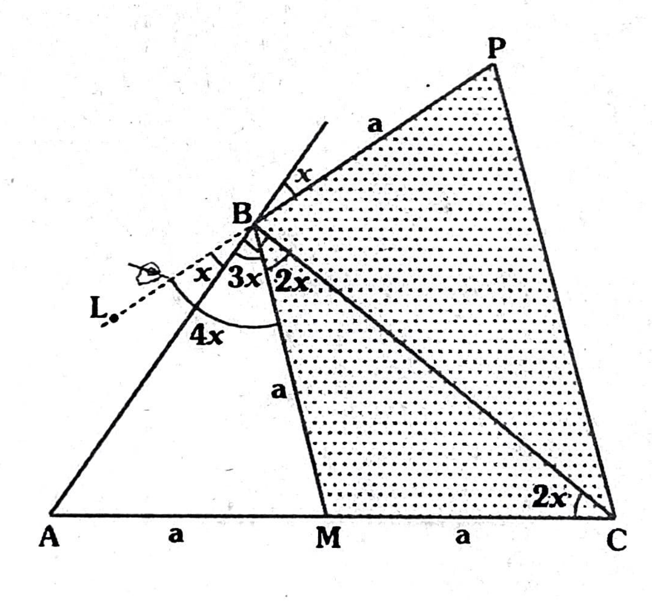
  y m∢ACM = x

- ΔACM : equilátero

  ∴ **x = 60°**

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 46



Nos piden "x":

- Como CMBP es un trapecio (isósceles) hay dos lados opuestos paralelos (no nos dejemos llevar por el gráfico).

- Supongamos que $\overline{BM} // \overline{PC}$

  → m∢LBM = m∢BMA = 4x

- Como $\overline{BM}$ es mediana

  → MA = MB = MC

- Luego:

  $5x = 90°$

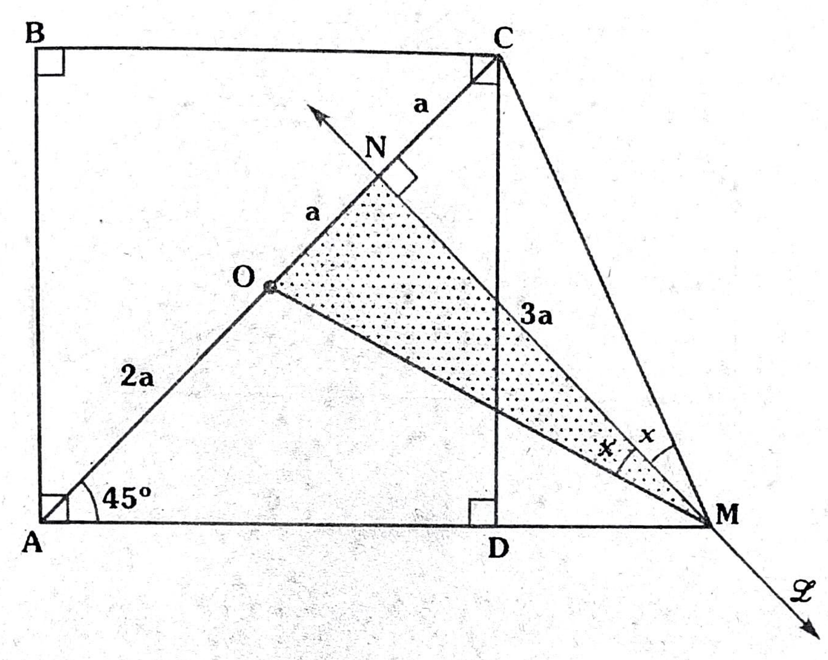
  → **x = 18°**

Clave A



Si $\overline{MC} // \overline{BP}$ → *no cumple las condiciones que* MBPC *sea trapecio isósceles*

RESOLUCIÓN Nº 47



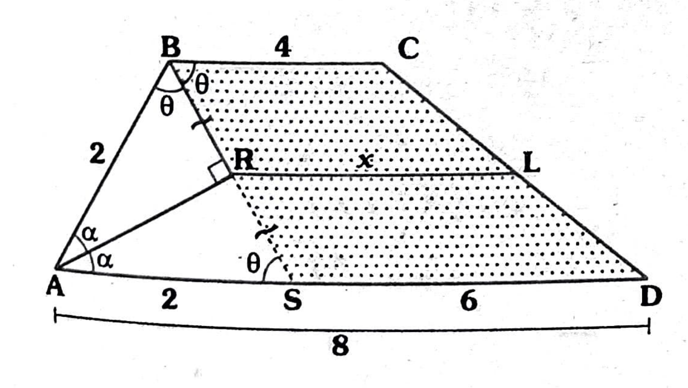
Nos piden m∢CMO

- Como $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$ es mediatriz de $\overline{OC}$ → $\overleftrightarrow{\mathscr{L}} \perp \overline{OC}$ y ON=NC → AN=3a
- ⊿ANM: notable de 45° → NM=3a
- ⊿ONM: notable → $x = \frac{37°}{2}$

∴ **m∢CMO = 37°**

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 48



Nos piden "x":

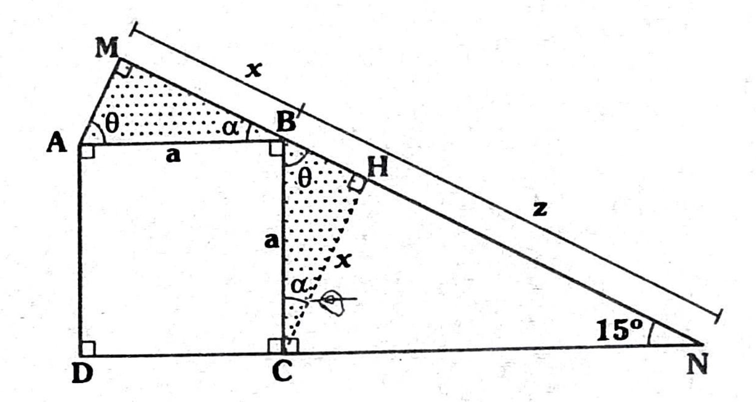
- Se prolonga $\overline{BR}$ hasta que corte a $\overline{AD}$ en S → ΔABS es isósceles → BR=RS, m∢ARB = 90° y AB = AS = 2
- En el trapecio SBCD, $\overline{RL}$ es base media

$$\rightarrow \quad x = \frac{4+6}{2}$$

∴ $x = 5$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 49



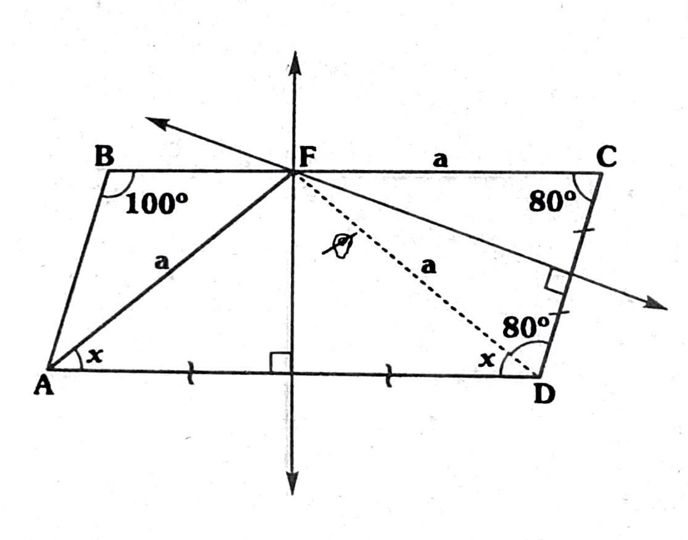
Nos piden $\frac{x}{z}$

- En ⊿BCN, por propiedad: $BN = 4(CH) \rightarrow \ z = 4(CH)$ ... (a)
- ⊿AMB ≅ ⊿BHC (ALA) $\rightarrow$ $CH = x$
- Luego $z = 4x$

$$\therefore \ \frac{x}{z} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 50



Piden "x":

- Como F está en las mediatrices de $\overline{AD}$ y $\overline{CD}$ $\rightarrow$ FA = FD = FC $\rightarrow$ ΔAFD y ΔDFC son isósceles.
- Luego:

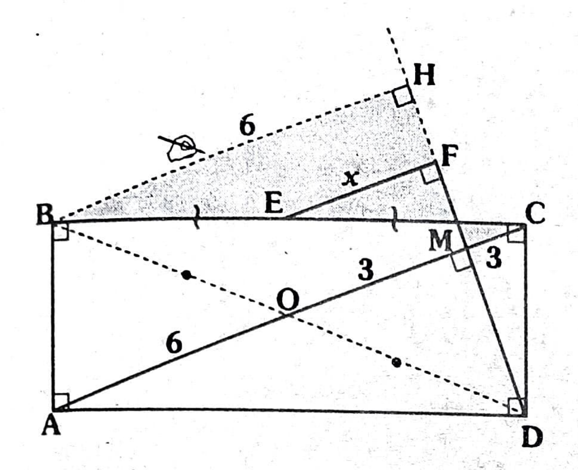
  m∢FAD = m∢ADF = x y

  m∢FDC = 80°
- Entonces: $x + 80° = 100°$

$$\therefore \ x = 20°$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 51



Piden "x":

- Como AM=9 y MC=3, al trazar la otra diagonal tendremos:

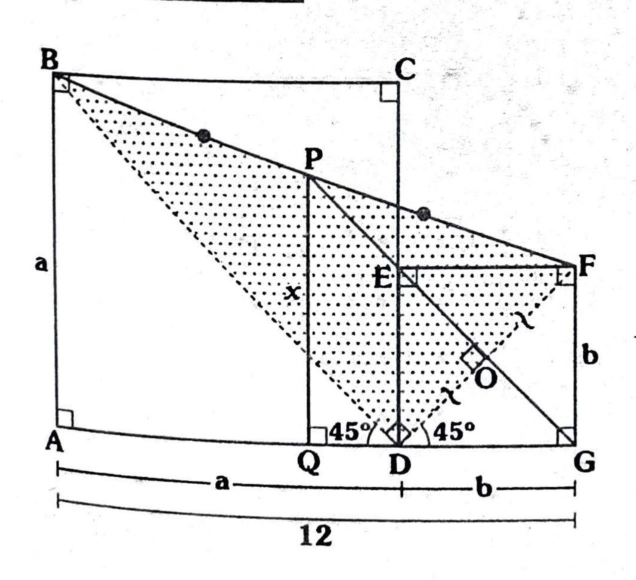
$$AO=OC \quad y \quad OM=3$$

- En $\triangle$BHD : por base media, BH=6
- Por propiedad, en la región sombreada:

$$x=\frac{6-3}{2}=1,5$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 52



Nos piden "x":

Dato: $AG=12 \rightarrow a+b=12$

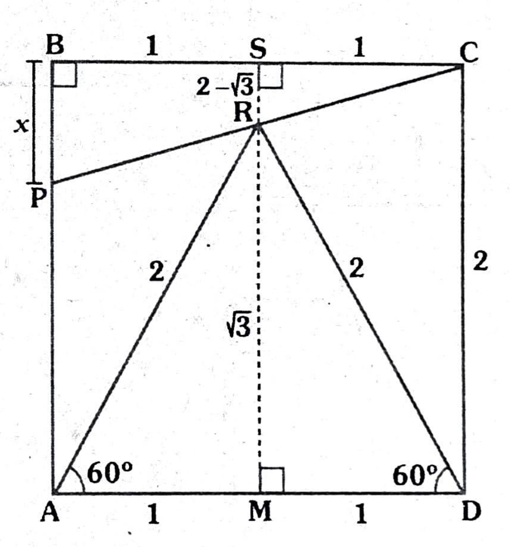
- En $\triangle$BDF, notemos que DO=OF y $m\measuredangle BDF=90°$ $\rightarrow \overline{OP}$ es la base media $\rightarrow BP=PF$
- En el trapecio ABFG:

$$x=\frac{a+b}{2}$$

$$\therefore \ \mathbf{x=6}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 53



Nos piden "x":

- En ΔARD equilátero, se traza la altura RM

$$\rightarrow AM=MD=1 \quad y \quad RM=\sqrt{3}$$

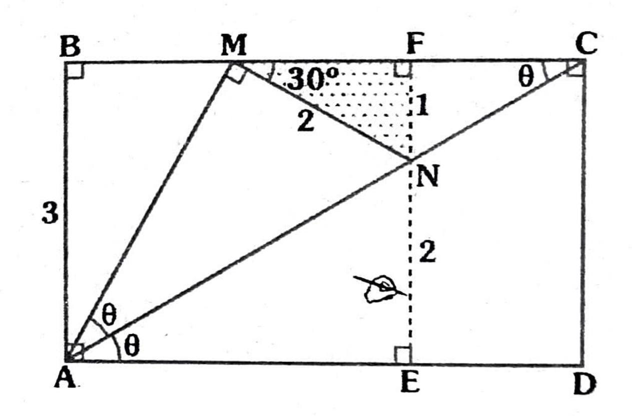
$$\rightarrow RS=2-\sqrt{3}$$

- Por base media, en el $\triangle$PBC:

$$\mathbf{x=2\left(2-\sqrt{3}\right)=4-2\sqrt{3}}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 54

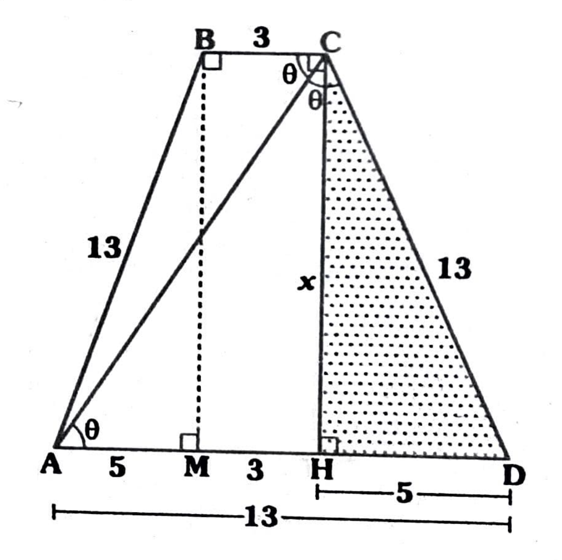


Piden: "θ"

- Por teorema de la bisectriz: NM=NE=2 con ello: FN=1
- En ⊿MFN: $m\measuredangle FMN = 30°$
- En ΔAMC: $\boldsymbol{\theta = 30°}$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 55



Piden: "x"

- Como: $m\measuredangle BCA = \theta$

  → $m\measuredangle CAD = \theta$ → ΔACD : isósceles

  → CD=AD=13

- Se traza $\overline{BM}$ y $\overline{CH}$ perpendiculares a $\overline{AD}$

  → MBCH es rectángulo

  → MH=BC=3

- Como AM=HD

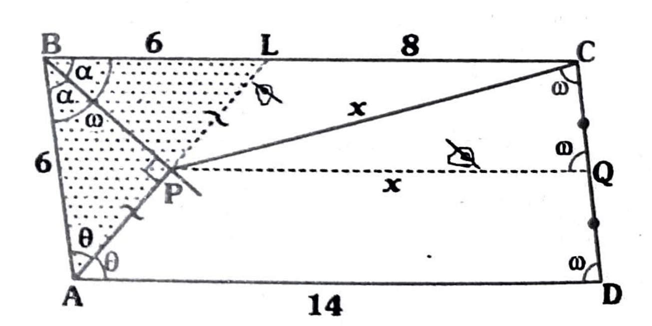
  → cada uno de ellos es: "5"

- En ⊿CHD:

$$x = 12$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 56



Nos piden "x":

- Se prolonga $\overline{AP}$ hasta que corte a $\overline{BC}$ en L

  → ΔABL : isósceles

  → BL=6 y LC=8

- Se traza las base media $\overline{PQ}$, del trapecio ALCD

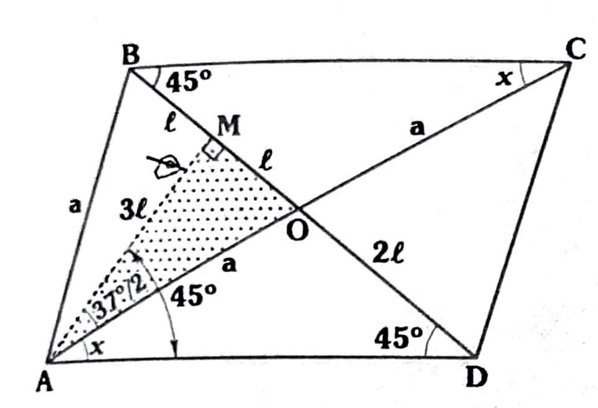
  → $\overline{PQ} // \overline{AD}$ → ΔPCQ : isósceles (PC=PQ=x)

- Por propiedad:

$$x = \frac{8+14}{2} = 11$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 57



Piden: "x"

- Primero notemos que:

$$BO=OD$$

- Como:

$$m\measuredangle ADB=45°$$

Aprovechemos el notable trazando:

$$\overline{AM}\perp\overline{BD}\ \ (M \text{ en } \overline{BO})$$

- Como: $AB=AO$

$$\rightarrow\ BM=MO=\ell$$

$$\rightarrow\ OD=2\ell$$

- En ⊿AMD:

$$AM=MD=3\ell$$

- En ⊿OMA:

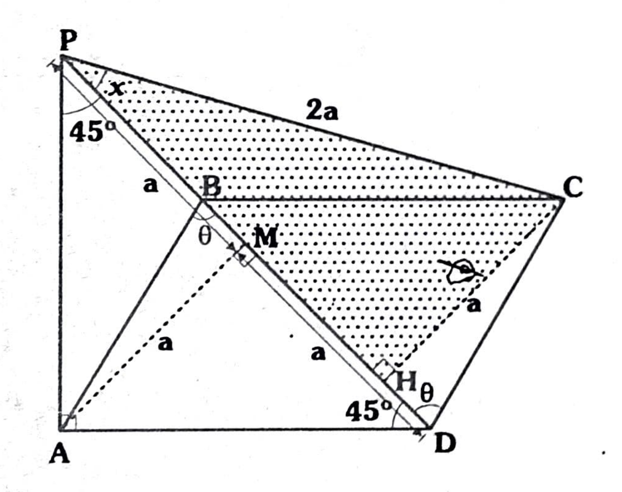
notable de $\dfrac{37°}{2}$

$$\rightarrow\ x+\frac{37°}{2}=45°$$

$$\therefore\ \boldsymbol{x+\frac{53°}{2}=26{,}5°}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 58



Piden: "x"

- Se traza $\overline{CH}\perp\overline{BD}$

$$\rightarrow\ ⊿AMB\cong⊿CHD$$

$$\rightarrow\ AM=CH=a$$

- En ⊿PAD: notable de 45°

$$PM=MD=AM=a$$

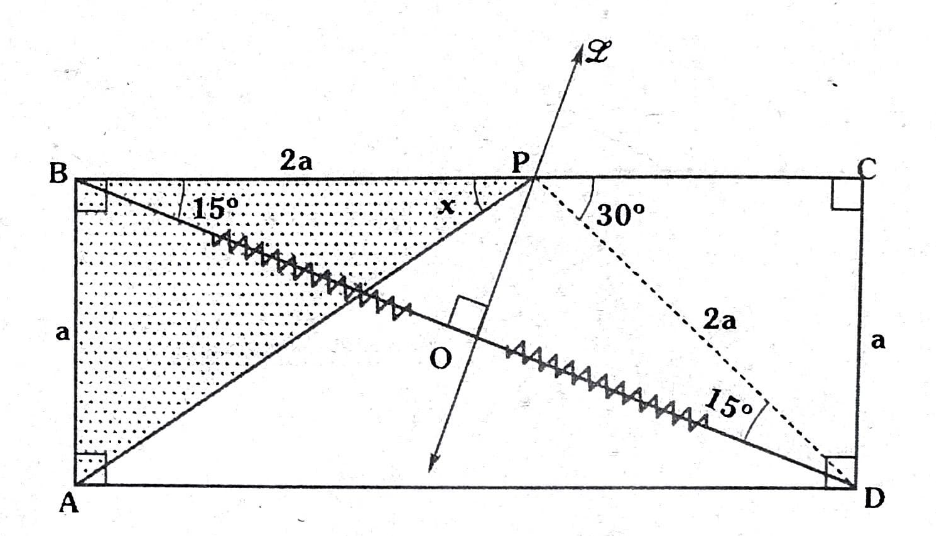
- ΔDPC: isósceles $\rightarrow$ $DP=PC=2a$

- ⊿PHC: notable

$$\therefore\ \boldsymbol{x=30°}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 59



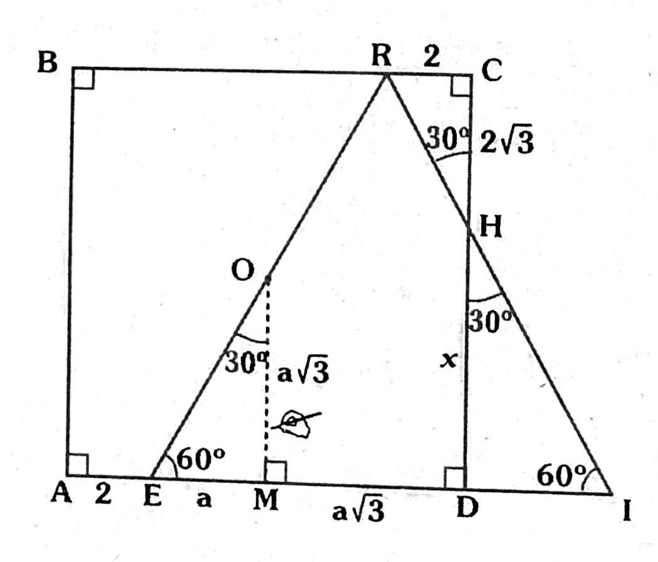
Nos piden: "x"

- Como $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$ es mediatriz de $\overline{BD}$, por teorema: $PB = PD \rightarrow m\measuredangle DPC = 30°$
- $\triangle PCD$: notable de 30° $\rightarrow$ $PD = 2(CD) = 2a \rightarrow PD = 2(AB)$
- Observemos el $\triangle ABP$: notable

$$\therefore \quad x = \frac{53°}{2} = 26,5°$$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 60



Nos piden: "x"

- Se traza $\overline{OM} \perp \overline{AD}$

  $\rightarrow AM = MD = OM$

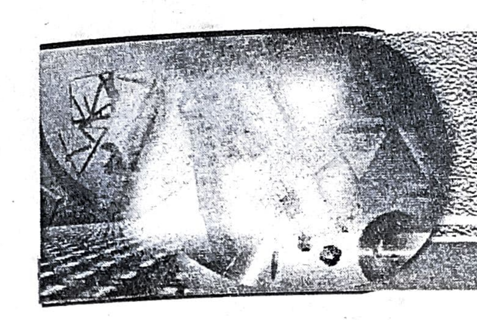
- $\triangle EMO$: Notable de 30°
- Luego:

  $a\sqrt{3} = a + 2 \;\rightarrow\; a = \sqrt{3} + 1$

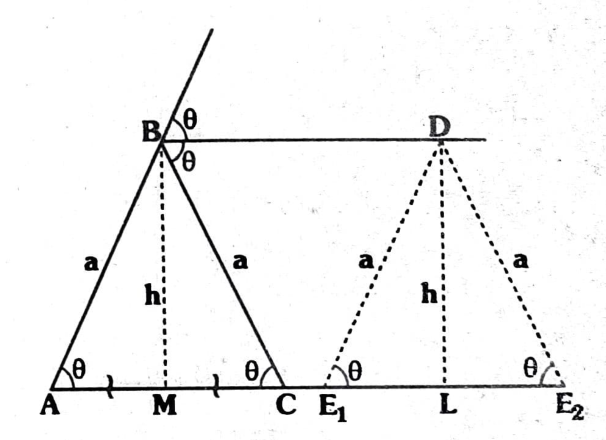
- Como: $x + 2\sqrt{3} = 2a\sqrt{3}$

  $\therefore \; x = 6$

Clave B



Resolución Nº 61



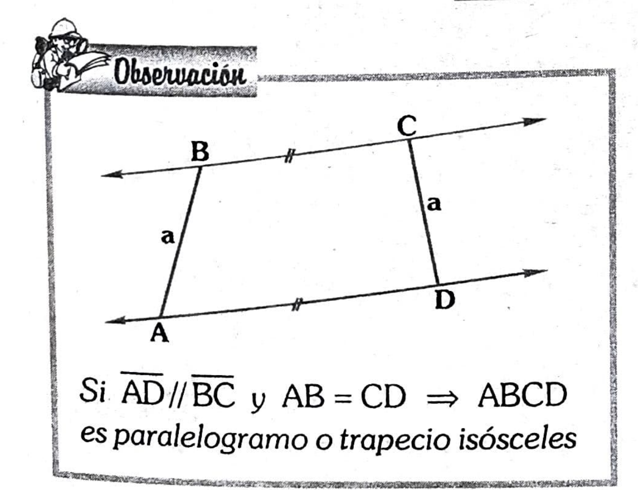
Nos piden analizar el cuadrilátero ABDE

- Como AB=BC y como $\overline{BD}$ es bisectriz exterior $\rightarrow$ $\overline{BD} // \overline{AC}$
- Por dato DE=AD, se puede dar el caso de las ubicaciones de E (Sean E_1 y E_2)

$\Rightarrow$ $ABDE_1$: paralelogramo

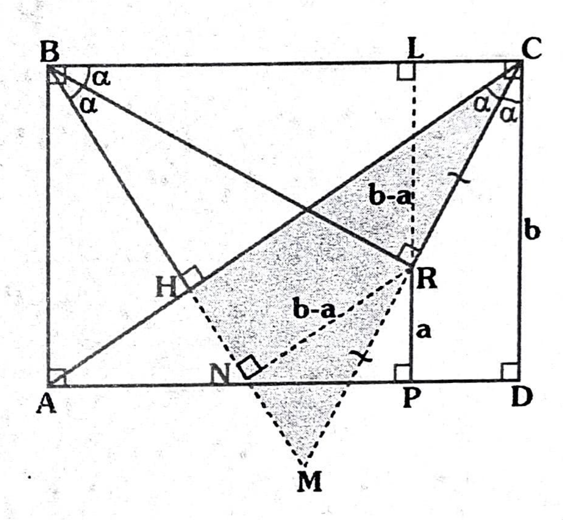
$ABDE_2$: trapecio isósceles

Clave E



Si $\overline{AD} // \overline{BC}$ y AB = CD $\Rightarrow$ ABCD *es paralelogramo o trapecio isósceles*

Resolución Nº 62



Nos piden: CH

- Primero notemos que:

$$m\measuredangle BRC = 90°$$

- Prolongamos $\overline{BH}$ y $\overline{CR}$, M es el punto de intersección.
- $\triangle MBC$: isósceles

$\rightarrow$ MR=RC

- Por teorema de la bisectriz:

$$RL = RN = b - a$$

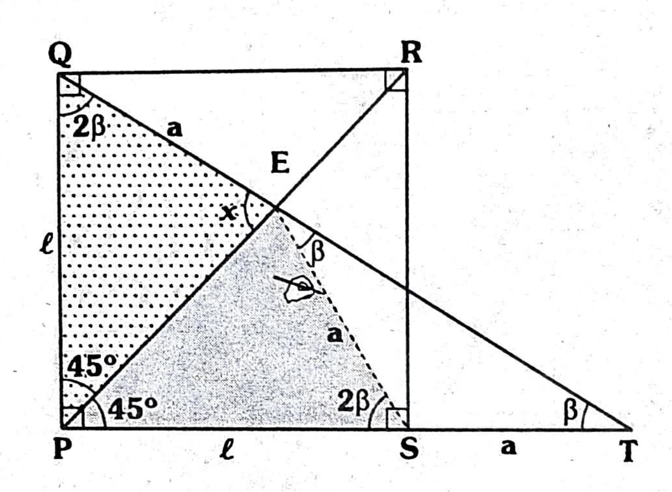
- En ⊿MHC, por base media:

$$CH = 2(RN)$$

$$\rightarrow CH = 2(b-a)$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 63



Nos piden: "x"

- Notemos:

$$\Delta EPQ \cong \Delta EPS \rightarrow EQ=ES$$

- Como $EQ = ST \rightarrow SE = ST \rightarrow$ el ΔSET es isósceles:

$$m\measuredangle SET = m\measuredangle STE = \beta$$

- En $\triangle QPT$: $\beta + 2\beta = 90°$

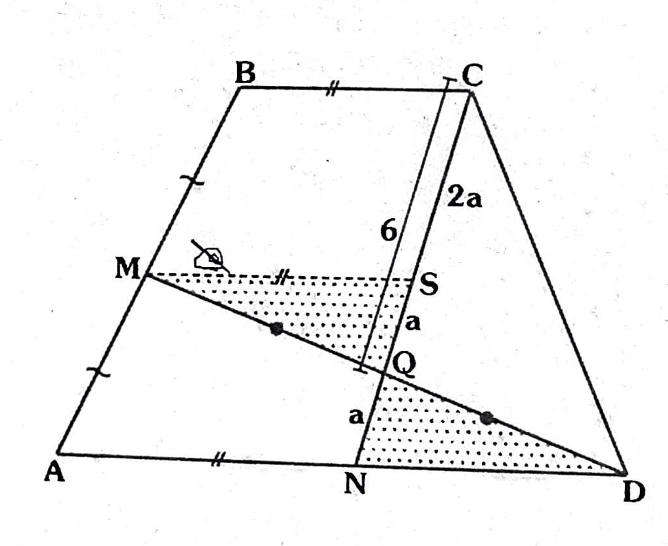
$$\rightarrow \beta = 30°$$

- En ΔETP: $x = 45° + \beta$

$$\therefore \ \mathbf{x = 75°}$$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 64



Nos piden: "a"

- Se traza $\overline{MS}$ (S en QC) talque $\overline{MS} // \overline{AD} \rightarrow \overline{MS}$ es base media del trapecio ABCN

$$\rightarrow CS=SN$$

- $\Delta NQD \cong \Delta SQM$

$$\rightarrow NQ = QS = a$$

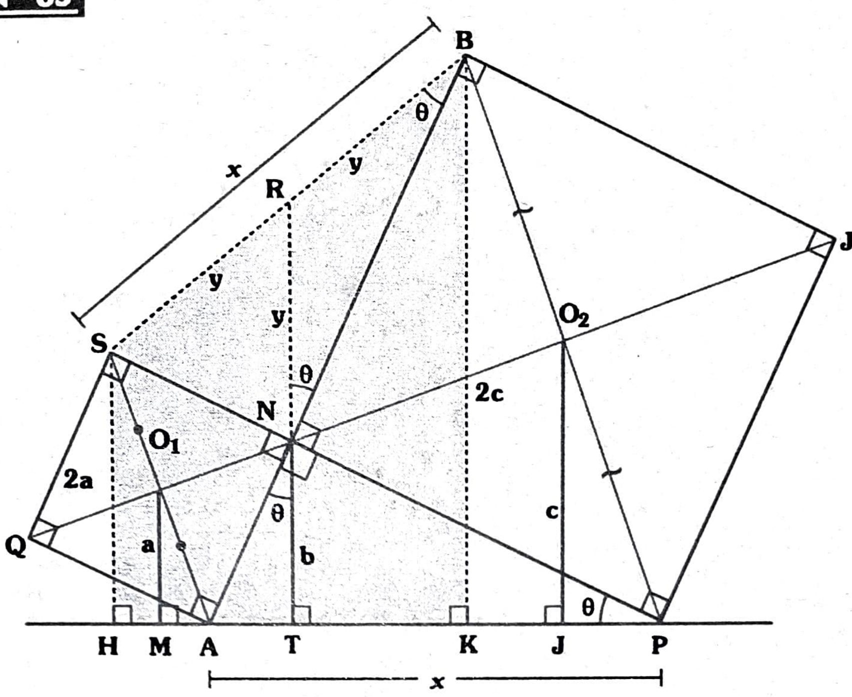
$$\rightarrow SC=2a$$

$$\rightarrow a+2a=6$$

$$\therefore \ \mathbf{a = 2}$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 65



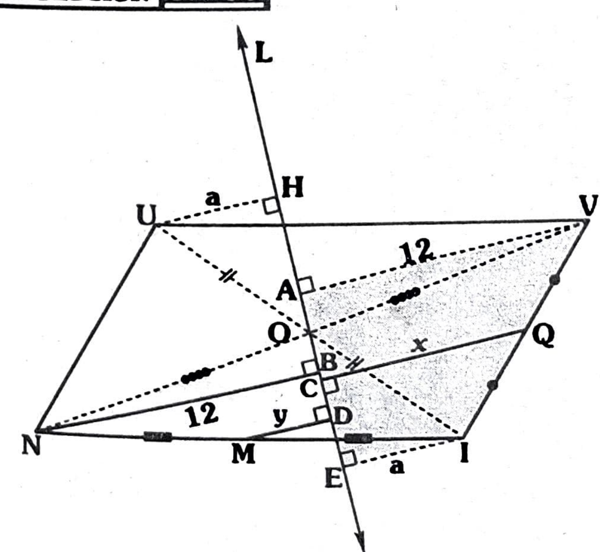
Nos piden: "x"

- ⊿ANP ≅ ⊿SNB → SB = AP = x
- Al prolongar $\overline{TN}$ hasta que corte a $\overline{SB}$ en R → SR=RB=RN=y → $x = 2y$
- En ⊿AHS y ⊿PKB: SH=2a y BK=c (Por base media)
- En el trapecio HSBK: $b + y = \dfrac{2a + 2c}{2}$ ⇒ $b + y = a + c$

$$\therefore\ \mathbf{x = 2(a + c - b)}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 66



Nos piden: $x + y$

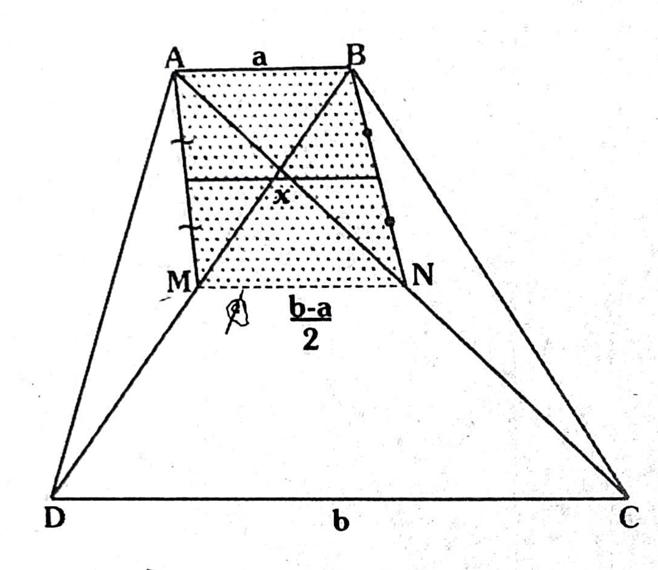
- Como la recta L pasa por el punto de intersecciòn de las diagonales → NB=VA=12 , UH=IE=a
- Por propiedad : $x = \dfrac{12 + a}{2}$

$$y = \frac{12 - a}{2}$$

$$\therefore\ \mathbf{x + y = 12}$$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 67



Piden: "x"

Dato: $a+b=\ell$

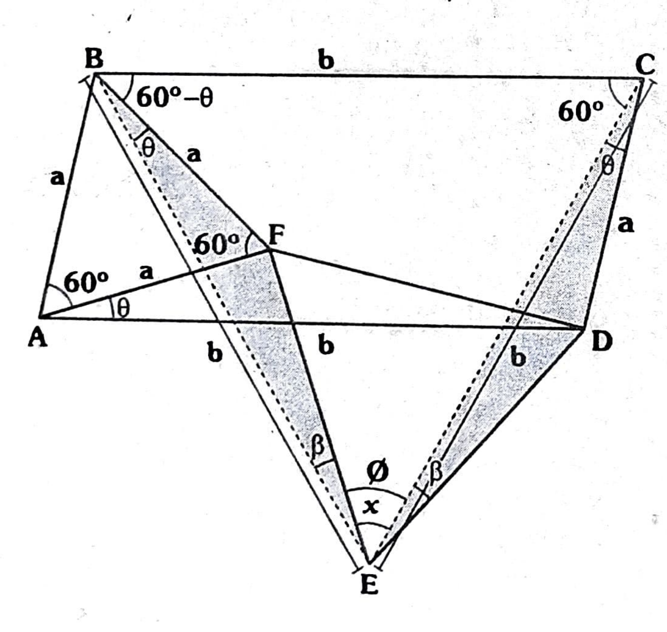
- Por propiedad en ABCD: $MN=\dfrac{b-a}{2}$
- En el trapecio ABNM:

$$x=\frac{a+\dfrac{b-a}{2}}{2}$$

$$\therefore\ \boldsymbol{x=\frac{a+b}{4}=\frac{\ell}{4}}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 68



Nos piden: "x"

- Sea $m\measuredangle ECD=\theta$

$\rightarrow\ m\measuredangle FAD=\theta$

- Como $m\measuredangle AFB=60°$

$\rightarrow\ m\measuredangle FBC=60°-\theta$

$\rightarrow\ m\measuredangle FBE=\theta$

- $\Delta EBF\cong\Delta ECD$

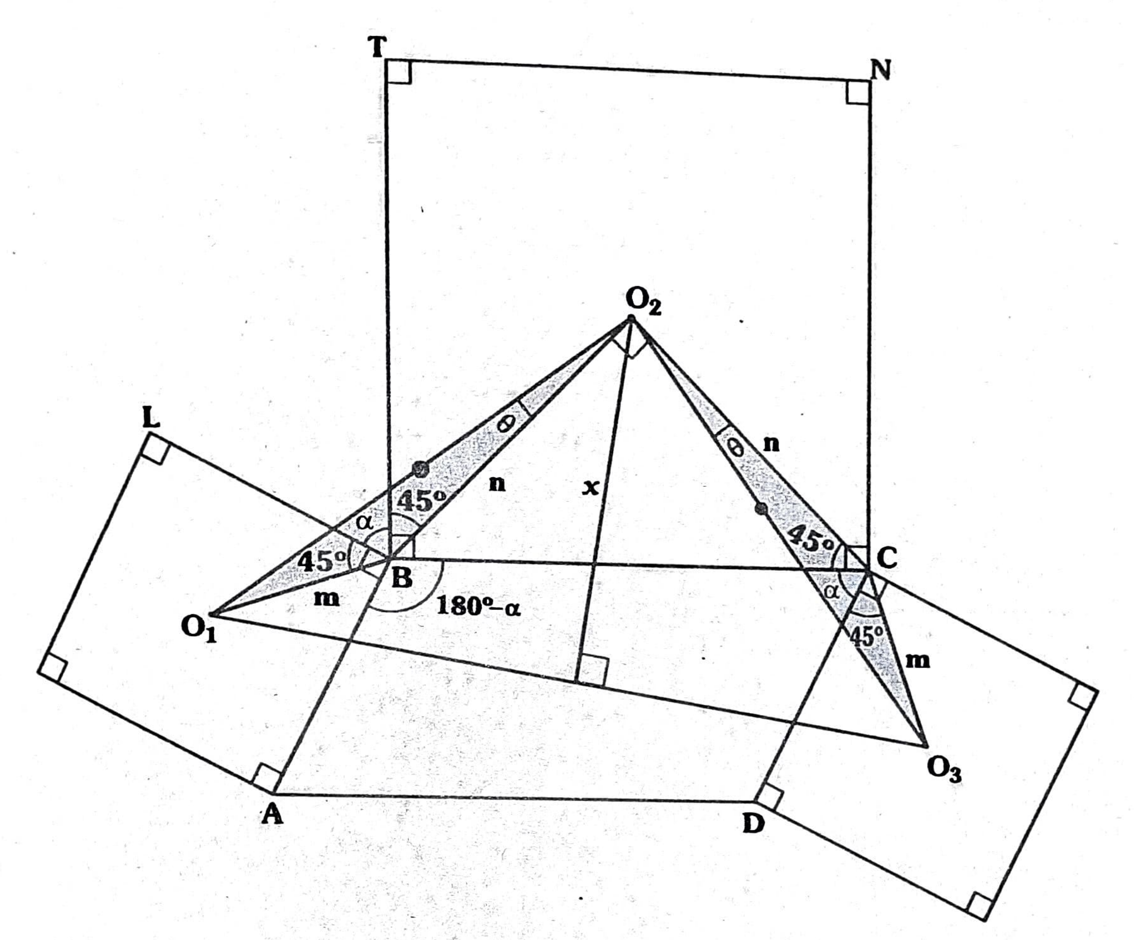
$\rightarrow\ m\measuredangle BEF=m\measuredangle CED=\beta$

- Como $\beta+\phi=60°$

$$\therefore\ \boldsymbol{x=60°}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 69



Nos piden: "x"

- Sea: $O_1B = m \rightarrow CO_3 = m$

  $O_2B = n \rightarrow O_2C = n$

  $m\measuredangle LBT = \alpha \rightarrow m\measuredangle ABC = 180° - \alpha$ y $m\measuredangle BCD = \alpha$

- Luego: $\Delta O_1BO_2 \cong \Delta O_3CO_2$ (LAL)

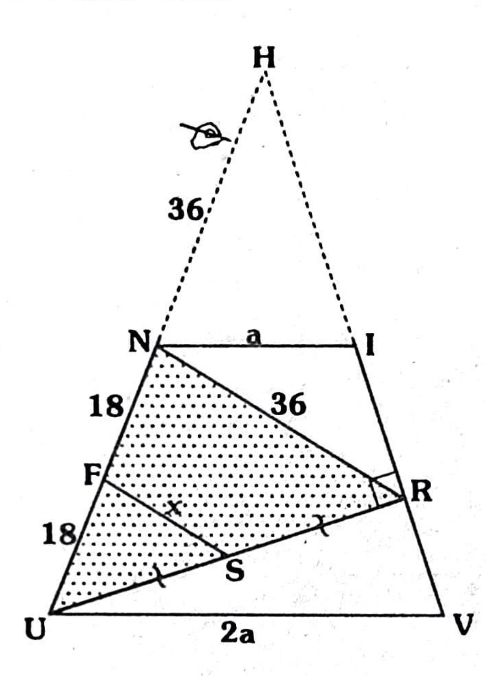
  $\rightarrow O_1O_2 = O_2O_3$ y $m\measuredangle O_1O_2B = m\measuredangle O_3O_2C$

  $\rightarrow m\measuredangle O_1O_2O_3 = 90°$

- En $\triangle O_1O_2O_3$: Como $O_1O_3 = d \Rightarrow \boldsymbol{x = \frac{d}{2}}$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 70



Nos piden: "x"

- Se prolonga $\overline{UN}$ y $\overline{VI}$ hasta que se intersequen en H.

  → $\overline{NI}$ es base media del ΔUHV

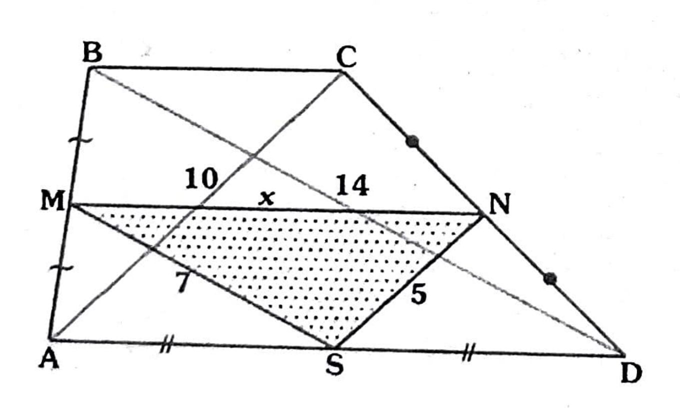
  → $UN = NH = 36$

- En ⊿URH: RN=36
- En ΔUNR : por base media

$$x = 18$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 71



Nos piden: "x"

- Se ubica S punto medio de $\overline{AD}$

  En ΔABD : $MS=7$

  y en ΔACD : $NS=5$

- En ΔMSN : por existencia

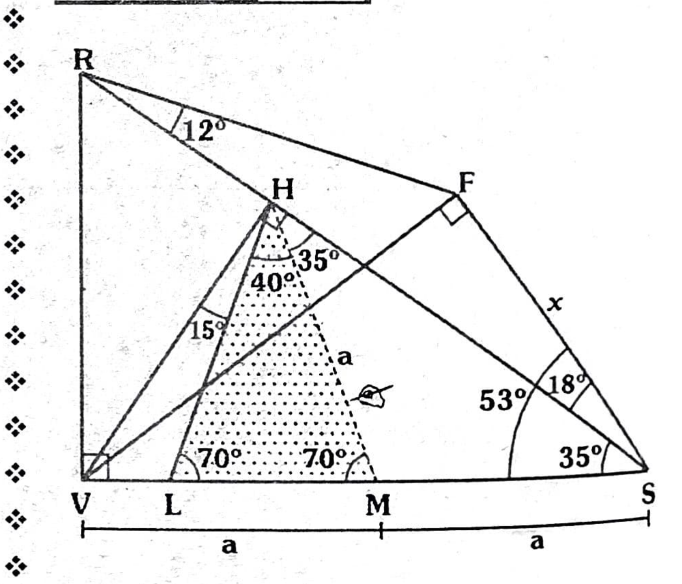
$$7-5 < x < 7+5$$

$$2 < x < 12$$

$$\therefore \; x_{\substack{menor \\ entero}} = 3$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 72



Nos piden: "x"

- Se traza la mediana $\overline{HM}$ en el ⊿VHS

  → $VM = MS = HM = a$

- ΔLHM :

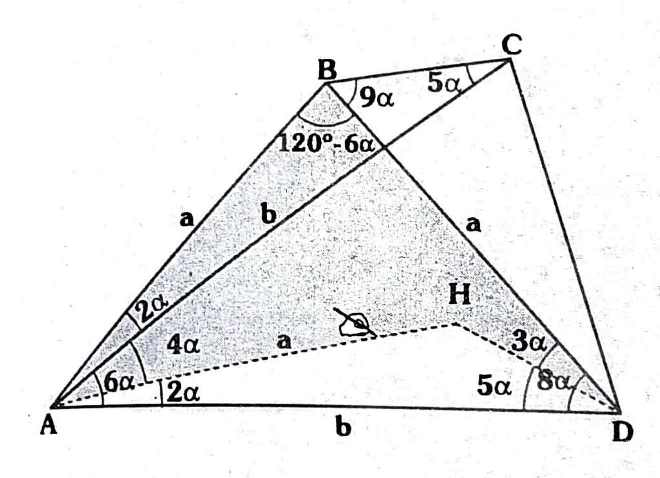
  isósceles → $a = 2,5$ → $VS = 5$

- En ⊿VFS: notable de 53°

$$x = 3$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 73



Nos piden: m∢ADC

- Se ubica H en la región interior del ΔABD tal que m∢HAD = 2α y AH = a

  → $\Delta BAC \cong \Delta DAH$ → m∢ADH = 5α

- Luego, notamos que en el cuadrilátero no convexo: AB=AH=BD y

  m∢BAH = 2(m∢BDH)

  → m∢ABD = 120°−6α

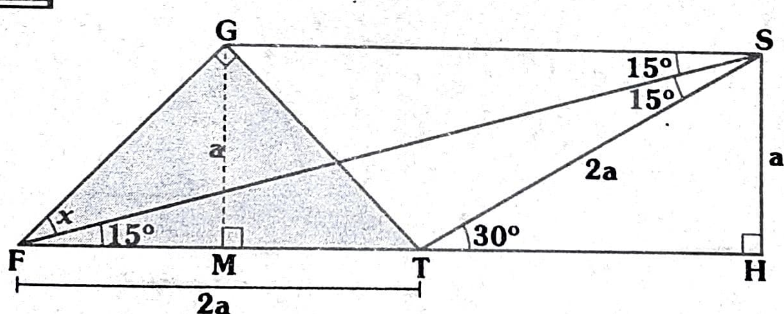
- En ΔABD: $120° - 6x + 8x + 8x = 180°$

  → α = 6°

- En ΔADC: isósceles m∢ADC = 72°

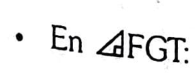
Clave D

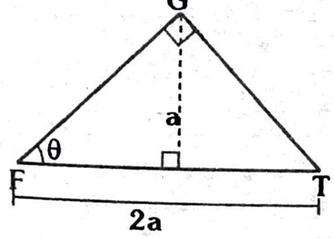
RESOLUCIÓN Nº 74



Nos piden: "x"

- Notemos que $\overline{FT} // \overline{GS}$
- Se prolonga $\overline{FT}$ hasta H, tal que m∢FHS = 90°
- ◺FHS: notable de 30° ⇒ TS = 2(SH)





Se cumple: θ = 45°

- Luego:

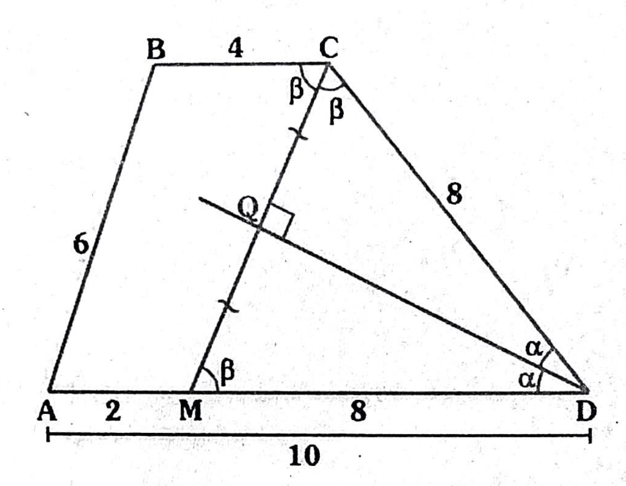
$$x + 15° = 45°$$

$$\therefore \quad \mathbf{x = 30°}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 75

- Grafiquemos inicialmente el trapecio ABCD y ubiquemos el punto Q.

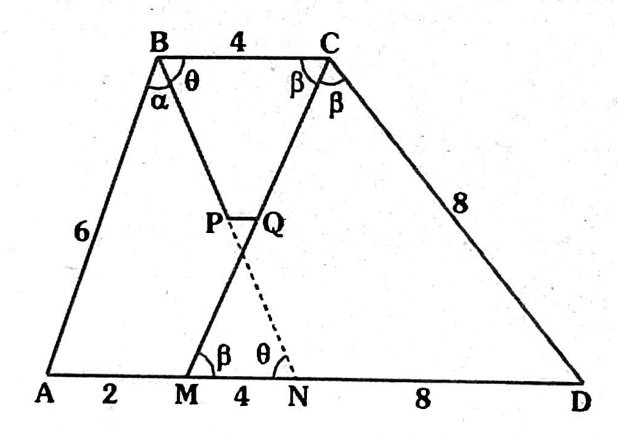


- Notemos que $m\measuredangle CQD = 90°$ y que al prolongar $\overline{CQ}$ interseca a $\overline{AD}$ en M entonces el ΔMDC es isósceles

$$\rightarrow \ DM=8 \ \text{ y } \ CQ=QM$$

- Al trazar la bisectriz del AB, corta a $\overline{AD}$ (en N) tal que AN=6 → N estará entre M y D.

- Luego:



Como P y Q son puntos medios de $\overline{BN}$ y $\overline{MC}$

$$\rightarrow \quad PQ = \frac{4-4}{2} = 0$$

Es decir P y Q es el mismo punto (centro del paralelogramo MBCN).

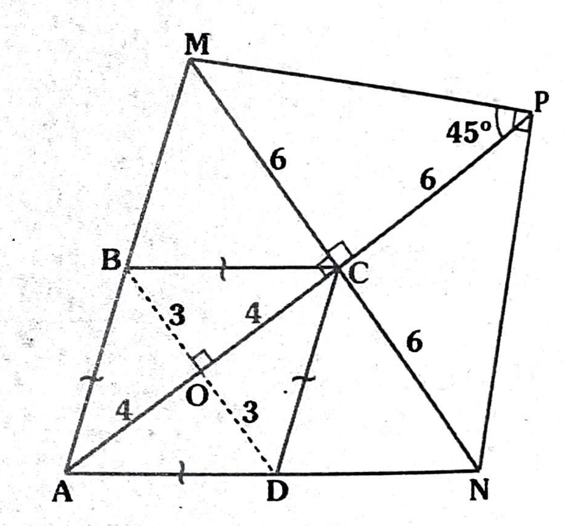
Clave C



En el libro 7, de puntos notables se analiza el caso general, cuando en un cuadrilátero convexo se cumple:

$$AB + CD = AD + BC$$

RESOLUCIÓN Nº 76



Nos piden: AP+MN

Datos: AC=8 y BD=6

- Como ABCD es un rombo entonces:

$$\overline{AC} \perp \overline{BD}, \quad AO=OC=4 \quad \text{y}$$
$$BO=OD=3$$

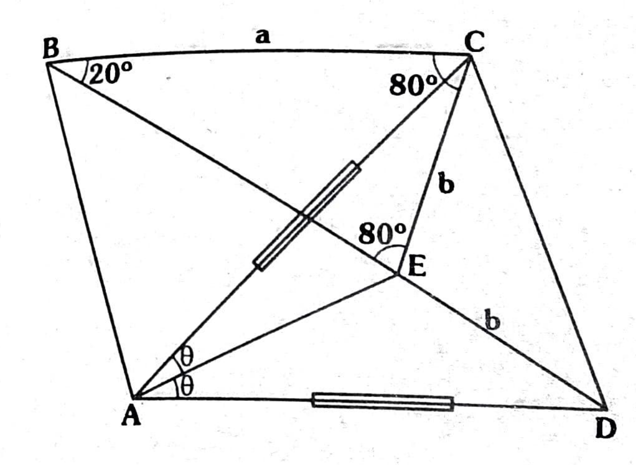
- En $\triangle$ACM, por base media:

$$MC = 2(OB) \ \rightarrow \ MC=6$$
$$\rightarrow MN=12$$
$$\rightarrow AP=14$$

$$\therefore \ \mathbf{AP + MN = 26}$$



RESOLUCIÓN Nº 77



Nos piden: AD

Dato: $a+b=7u$

- Notemos:
  - $\Delta EAC \cong \Delta DAE$

    $\rightarrow$ $CE=ED=b$
  - ΔCBE : isósceles

    $\rightarrow$ $CE=BE=a$

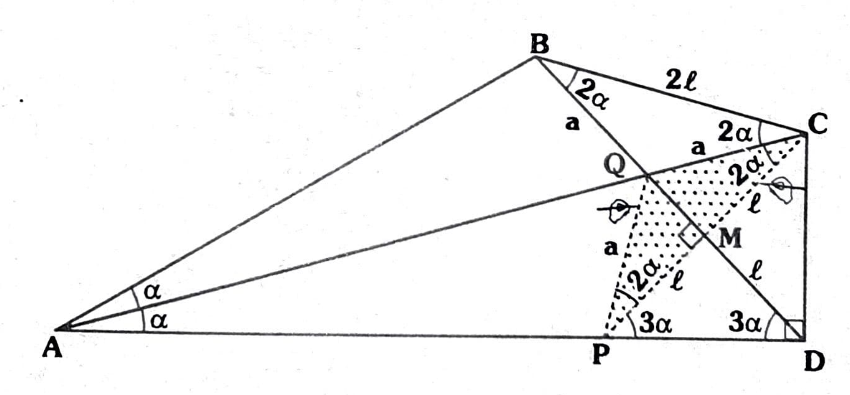
$\therefore$ $\mathbf{AD=a+b=7u}$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 78

Nos piden: $m\measuredangle ACD$

$m\measuredangle ACD=90°-\alpha$



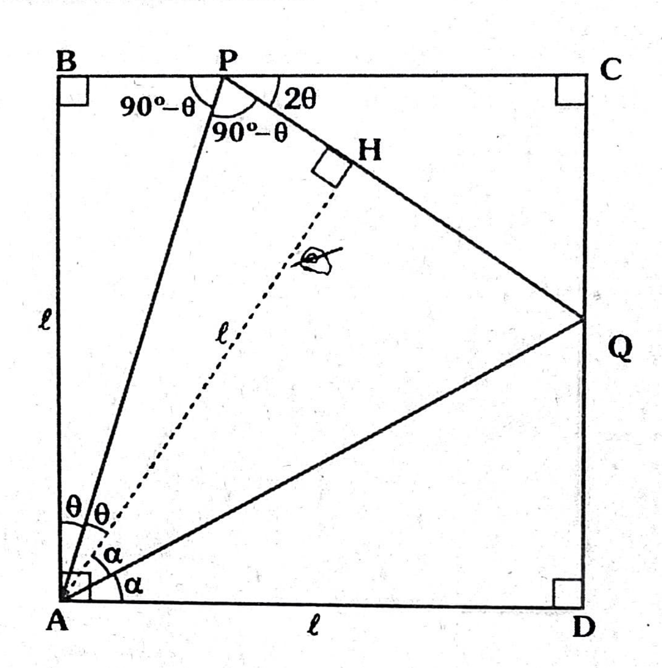
- Se traza $\overline{CP}$ (P en $\overline{AD}$) talque: $m\measuredangle ACP=2\alpha$ $\rightarrow$ $\Delta ABC \cong \Delta APC$ $\rightarrow$ $BC=PC$
- Como $m\measuredangle CPD=3\alpha=m\measuredangle PDB$ $\rightarrow$ En el ⊿PDC: $PM=MD=MC$
- Notemos: $\Delta BCQ \cong \Delta PCQ$ $\rightarrow$ $PQ=QB$
- En el ΔPQC : ΔPQC : $\overline{PM}$ es mediana y altura:

$$6\alpha=90° \rightarrow \alpha=15°$$

$\therefore$ $\mathbf{m\measuredangle ACD=75°}$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 79



Piden m∢PAQ

- Verificamos rápidamente:

$$m\sphericalangle BPA = m\sphericalangle APQ$$

$$\Rightarrow \quad AB = AH = \ell$$

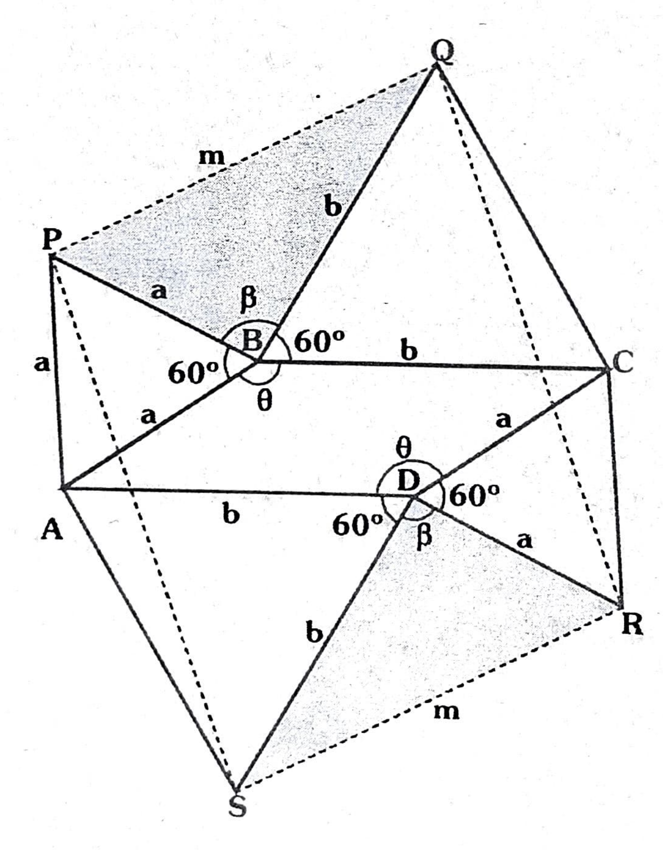
- Como $AH = AD \rightarrow \overrightarrow{AQ}$ es bisectriz del ∢HAD
- Luego: $2\theta + 2\alpha = 90°$

$$\rightarrow \quad \theta + \alpha = 45°$$

$$\therefore \quad \mathbf{m\sphericalangle PAQ = 45°}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 80



Por demostrar que PQRS es un paralelogramo.

- Sea:

$$m\sphericalangle ABC = \theta$$

$$\rightarrow \quad m\sphericalangle ADC = \theta$$

$$m\sphericalangle PBQ = \beta$$

$$\rightarrow \quad m\sphericalangle SDR = \beta$$

$$\rightarrow \quad \Delta PBQ \cong \Delta RDS \ \ (LAL)$$

$$\rightarrow \quad PQ = SR$$

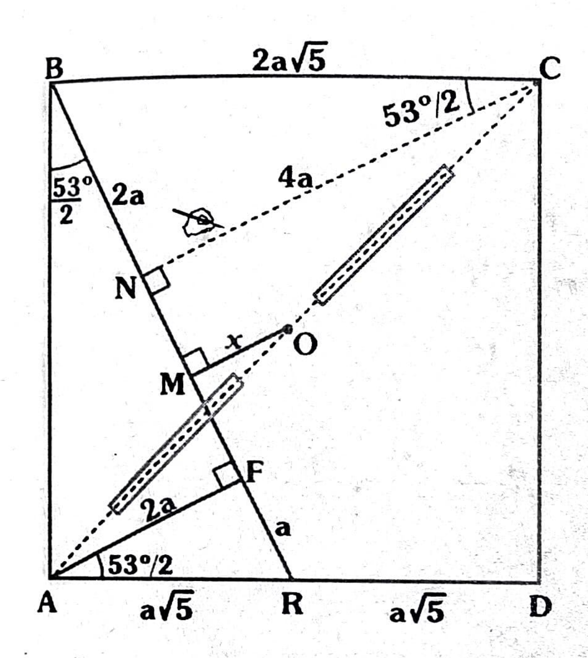
- Análogamente: $\Delta APS \cong \Delta CRQ$

$$\rightarrow \quad PS = QR$$

$\therefore$ PQRS es paralelogramo

RESOLUCIÓN Nº 81

Sea O el centro del cuadrado ABCD.



Nos piden "x" en función de AF

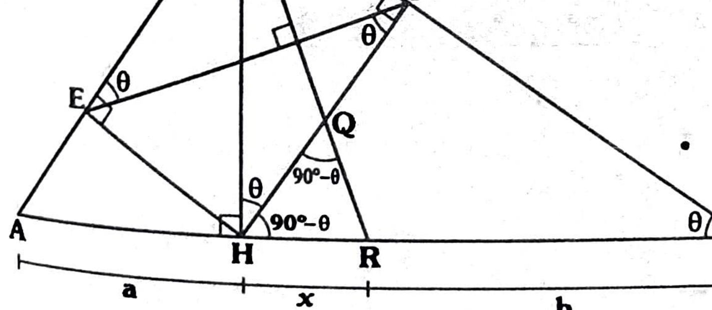
- Como $AR = RD \rightarrow m\sphericalangle ABR = \frac{53°}{2}$
- Sea $FR = a \rightarrow AF = 2a$ y $AR = a\sqrt{5}$
- $\triangle CNB$: notable de $\frac{53°}{2} \rightarrow CN = 4a$
- Por propiedad:

$$x = \frac{4a - 2a}{2} = a$$

$$\therefore \; \boldsymbol{x = \frac{AF}{2}}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 82



- Piden QR en función de a y b.
- Como EBFH es un rectángulo

$$m\sphericalangle FEB = m\sphericalangle EBH = m\sphericalangle BHF = m\sphericalangle HFE = \theta$$

- Notemos:

$$m\sphericalangle RHQ = m\sphericalangle HQR$$

$$\rightarrow \quad HR = x$$

- También:

$$RB = RC = RA$$

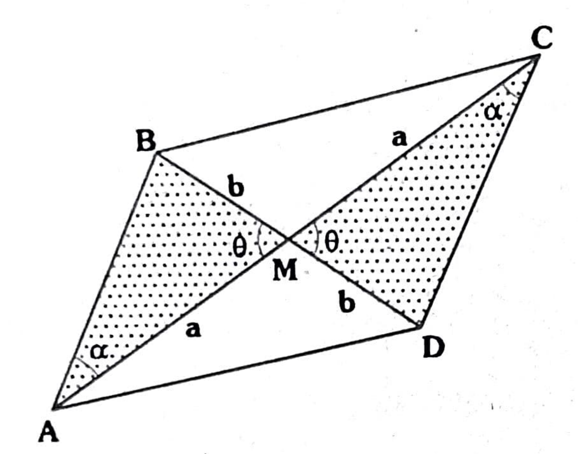
$$\rightarrow \quad a + x = b$$

$$\therefore \; \boldsymbol{x = b - a}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 83

I) VERDADERO



- Como las diagonales se bisecan

→ $\Delta AMB \cong \Delta CMD$ (LAL)

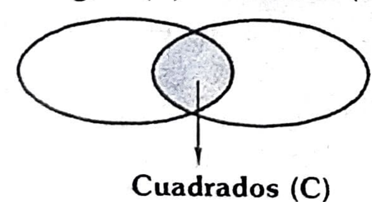
→ $m\sphericalangle BAM = m\sphericalangle MCD$

→ $\overline{AB} // \overline{DC}$

- Análogamente: $\overline{BC} // \overline{AD}$

II) VERDADERO

De acuerdo al diagrama de Euler:



$$C = A \cap B$$

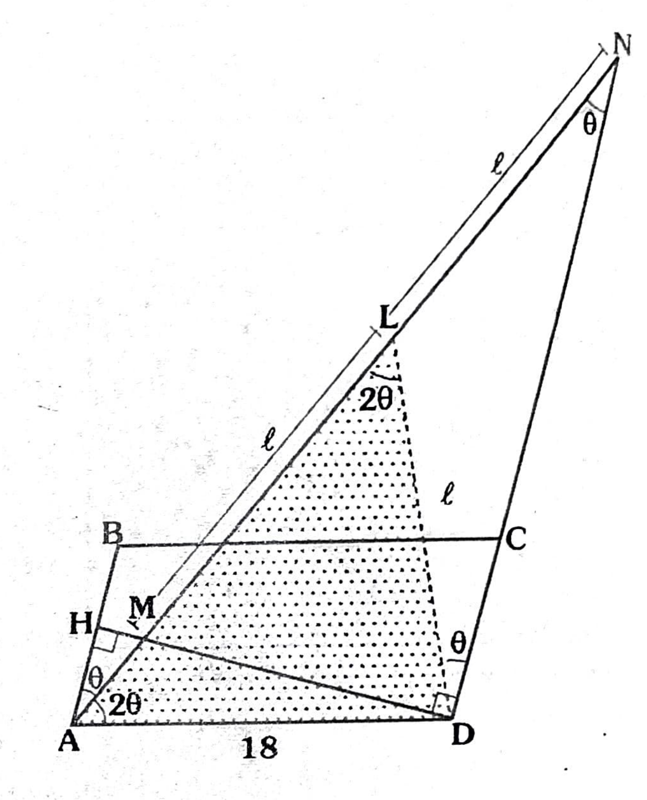
$$\therefore\ C \subset (A \cup B)$$

III) VERDADERO

Por teorema (pag. 26)

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 84



Nos piden MN

- En el ⊿MDN se traza la mediana $\overline{DL}$

→ $ML = LN = DL = \ell$

→ $m\sphericalangle DLM = 2\theta$

- ΔADL: isósceles → $\ell = 18$

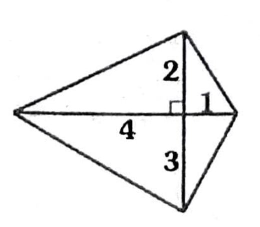
$$\therefore\ \mathbf{MN = 36}$$

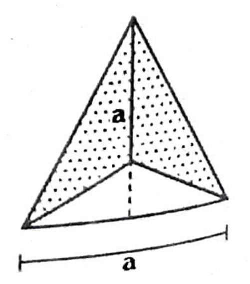


RESOLUCIÓN Nº 85

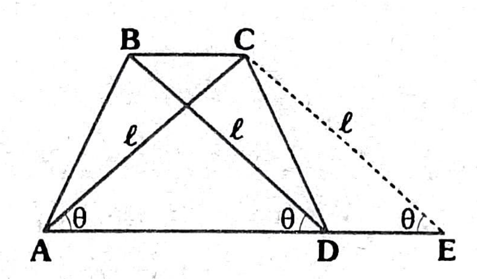
I) FALSO

Se pueden presentar diversos ejemplos:



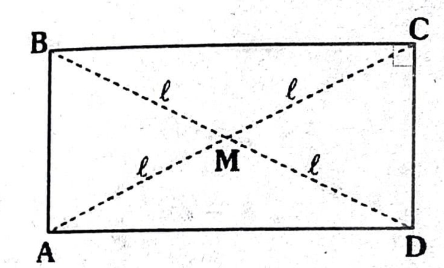


II) VERDADERO



III) VERDADERO

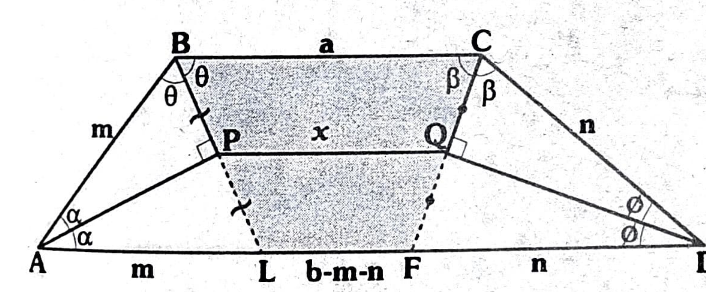
Como las diagonales se bisecan y son congruentes



$\rightarrow m\measuredangle BCD = 90°$; lo mismo en cada vértice

RESOLUCIÓN Nº 86

Una primera posibilidad, es:



Piden: "x"

Datos: $a + b = 15$ y $m + n = 12$

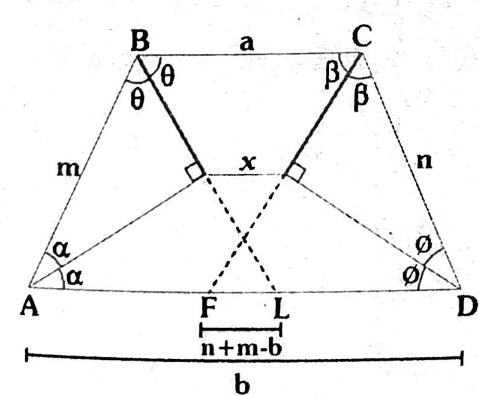
- En el trapecio LBCF:

$$x = \frac{a + b - m - n}{2} = \mathbf{1{,}5}$$

Clave C



- *Otra posibilidad:*



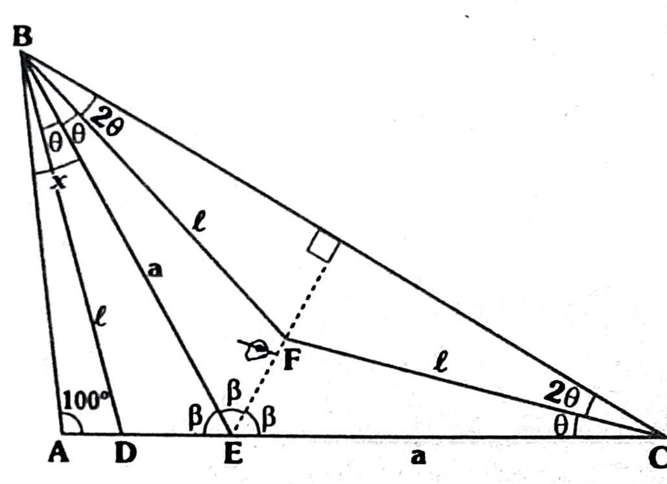
$$x = \frac{a - (n + m - b)}{2}$$

$$x = \frac{a + b - (n + m)}{2}$$

$$\therefore\ x = 1{,}5$$

- *El caso en que* $P = Q$ *se descarta pues:* $AD + BC \neq AB + CD$

RESOLUCIÓN Nº 87



Nos piden: "x"

- Como EB=EC y BF=FC → $\overleftrightarrow{EF} \perp \overline{BC}$ y $m\measuredangle BEF = m\measuredangle FEC = \beta$
- $\Delta EBF \cong \Delta EBD$

  → $m\measuredangle BED=\beta$
- Luego:

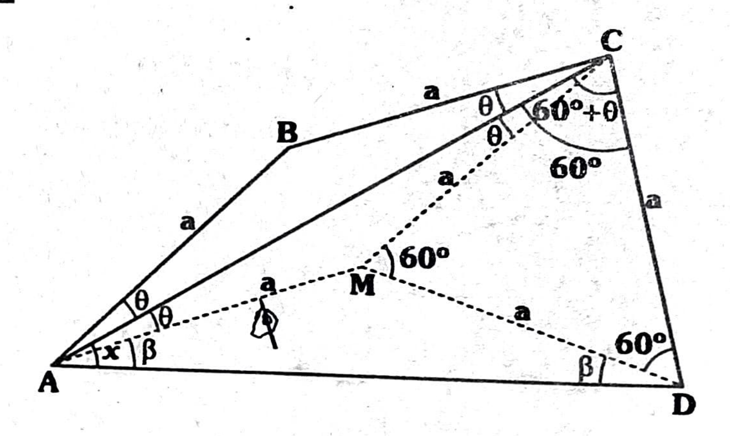
$$3\beta = 180°$$

$$\rightarrow \beta = 60°$$

$$\therefore \; \boldsymbol{x = 20°}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 88



Nos piden: "x"

Sea $m\measuredangle BAC = \theta$ → de dato: $m\measuredangle ACD = 60° + \theta$

- Se ubica M simétrico de B respecto de $\overleftrightarrow{AC}$ → $MA = MC$ y $m\measuredangle ACM = \theta$
- ΔMCD: equilátero
- ΔAMD: isósceles
- $x = \theta + \beta$ y notamos que:

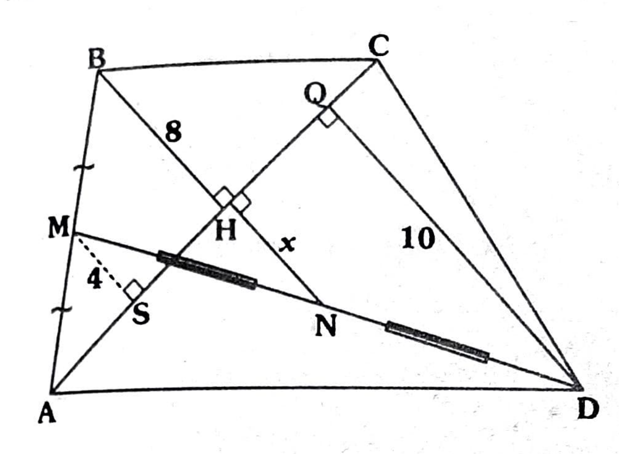
$$2\alpha + 2\beta = 60°$$

$$\rightarrow \alpha+\beta=30°$$

$$\therefore \; \boldsymbol{x = 30°}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 89



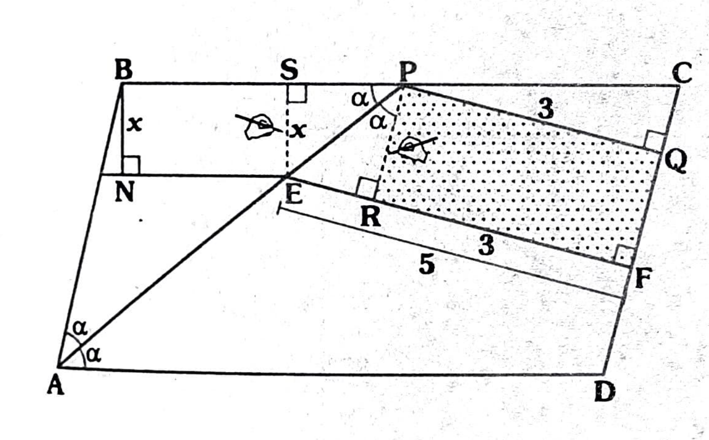
Nos piden: "x"

- En el ⊿AHS, trazamos la base media MS → MS = 4
- Por propiedad:

$$x=\frac{10-4}{2}=3$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 90



Nos piden: "x"

- Se traza $\overline{PR} \perp \overline{EF}$ (R en $\overline{EF}$)

  → $\overline{PR} // \overline{BA}$

  → $m\measuredangle BAP = m\measuredangle APR = \alpha$
- Por teorema de la bisectriz: $ER = ES = x$
- Como RPQF es rectángulo

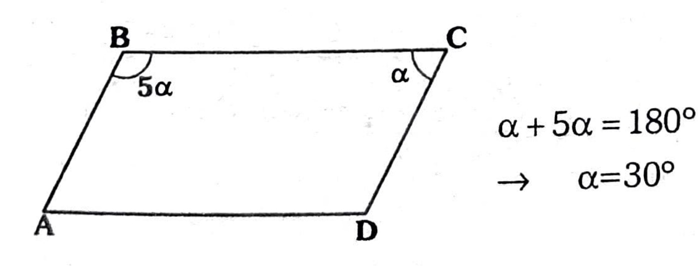
  → $RF = PQ = 3$
- Luego: $x + 3 = 5$

  $\therefore$ $\boldsymbol{x = 2}$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 91

PASO 1:

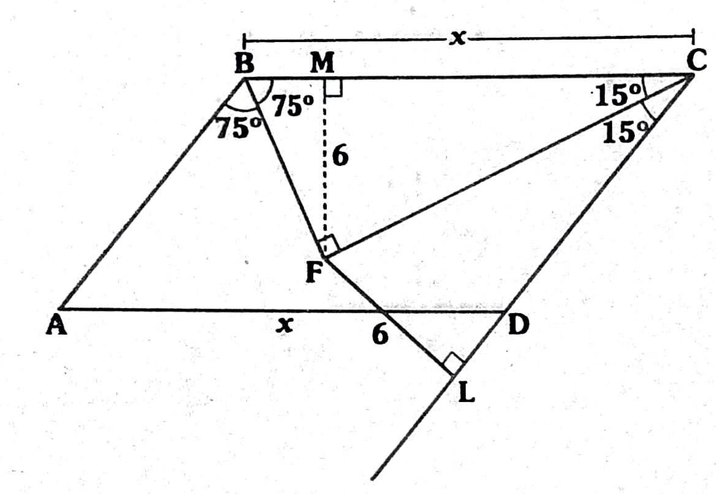


$\alpha + 5\alpha = 180°$

→ $\alpha = 30°$

PASO 2:

Ampliando el gráfico y ubicando los demás datos:



Nos piden: AD

Sea: $AD = x \rightarrow BC = x$

- Por teorema de la bisectriz:

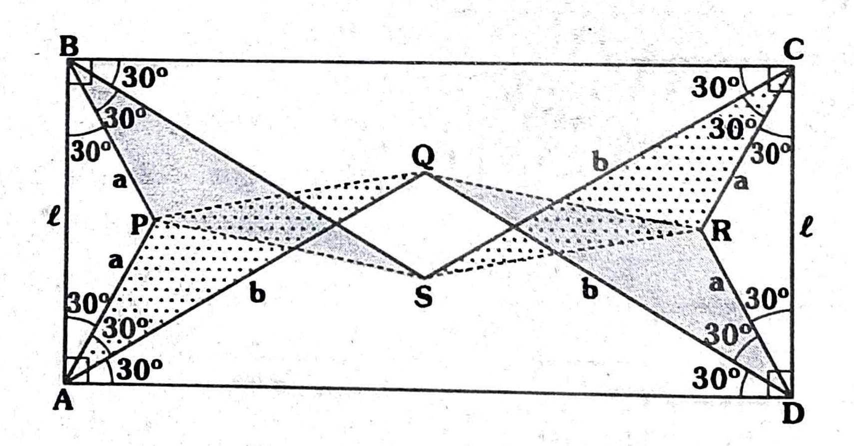
$$FL = FM = 6$$

- En ⊿BFC: por propiedad

$$x = 4(6) = 24$$

Clave C

Resolución Nº 92



- Notemos: $AP = PB = CR = RD = a$

$$DQ = CS = AQ = BS = b$$

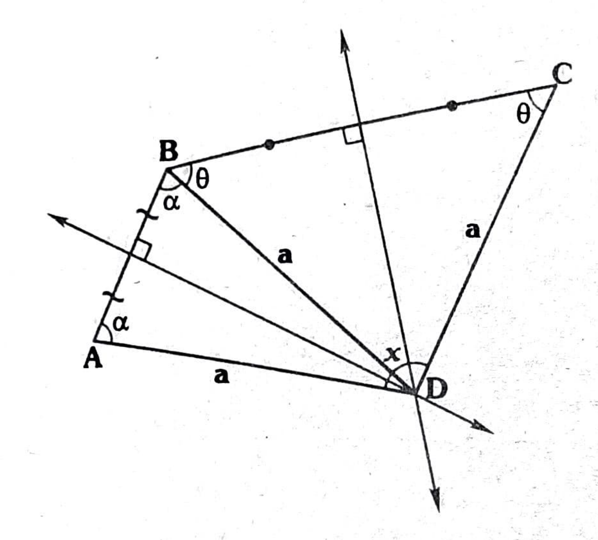
- También:

$$\Delta PAQ \cong \Delta PBS \cong \Delta RCS \cong \Delta QDR \Rightarrow PQ = PS = SS = QR$$

$\therefore$ **PQRS es un rombo**

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 93



Piden: "x"

Dato: $\alpha+\theta=130°$

- Por teorema de la mediatriz:

$$DA=DB=DC$$

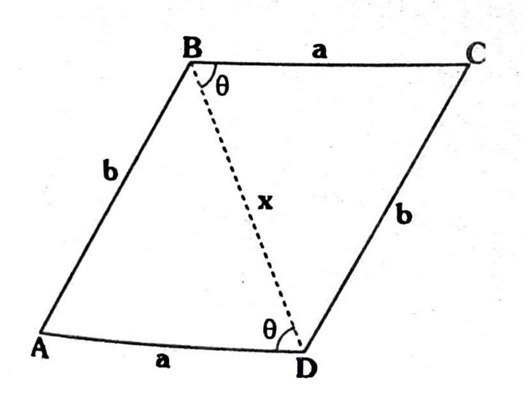
$$\rightarrow \quad x+2\alpha+2\theta=360°$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{x=100°}$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 94

I) VERDADERO



$\Delta ABD \cong \Delta CDB$

$$\rightarrow \quad m\measuredangle ADB=\theta$$

$$m\measuredangle ACB=\theta$$

$$\rightarrow \quad \overline{AD}//\overline{BC}$$

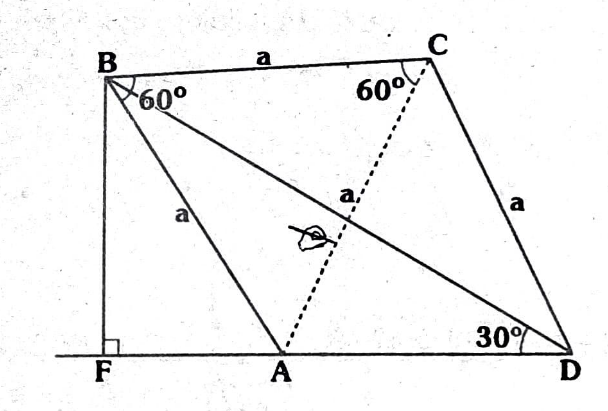
Análogamente:

$$\overline{AB}//\overline{DC}$$

$\therefore$ ABCD es un paralelogramo

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 95



Nos piden: $m\measuredangle DBF$

- Se traza $\overline{AC}$

$$\rightarrow \quad \Delta ABC \text{ es equilátero}$$

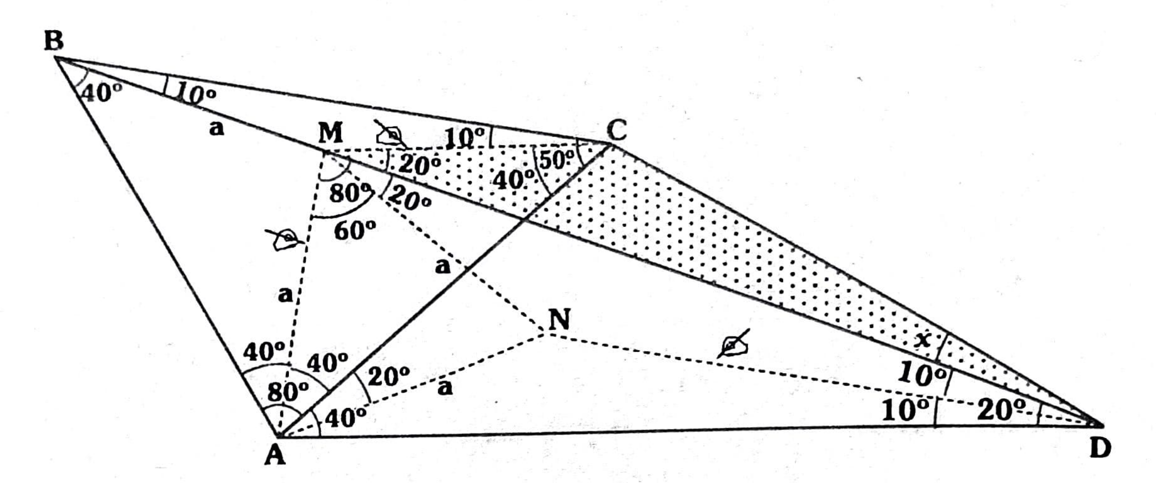
- Como BC=AC=CD

$$\rightarrow \quad m\measuredangle ADB=30°$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{m\measuredangle DBF=60°}$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 96



Nos piden: "x"

- Se ubica M en $\overline{BD}$ tal que m∢BAM = 40° ⇒ AM=MB=MC
- Luego en ΔAMD es isósceles con AD=DM
- Se traza el ΔANM equilátero con N en la región interior de AND

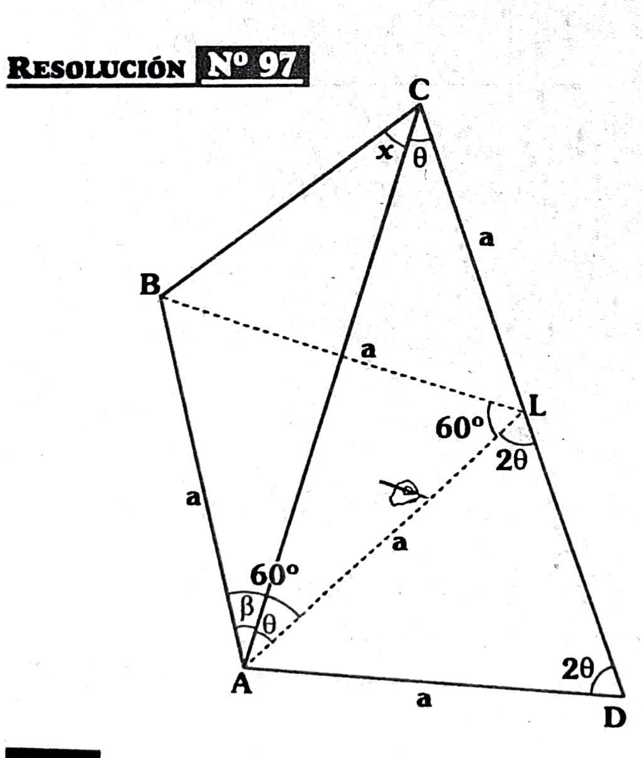
  ⇒ m∢ADN=m∢NDM = 10°

- ΔNMD ≅ ΔCMD (LAL)

∴ $x = 10°$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 97



Nos piden: "x"

Dato: $2\beta = 120° - 2\theta \rightarrow \beta + \theta = 60°$

- Se traza la ceviana interior AL del ΔACD tal que m∢LAC = θ

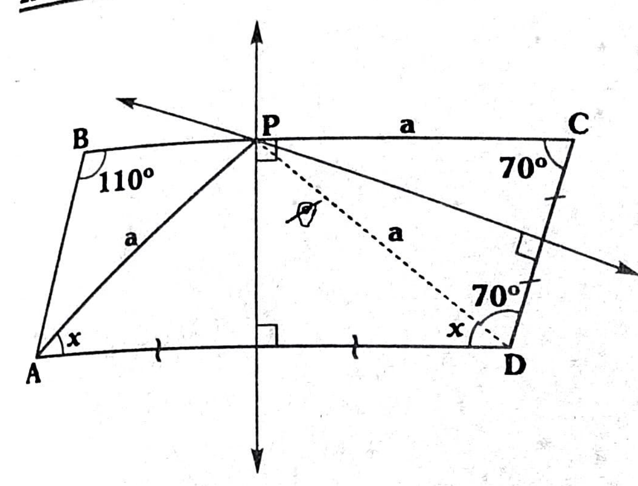
  → LC=LA=AD=a

- ΔBAL : equilátero
- Como LA=LB=LC

∴ $x = 30°$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 98



Piden: "x"

- Por teoream de la mediatriz:

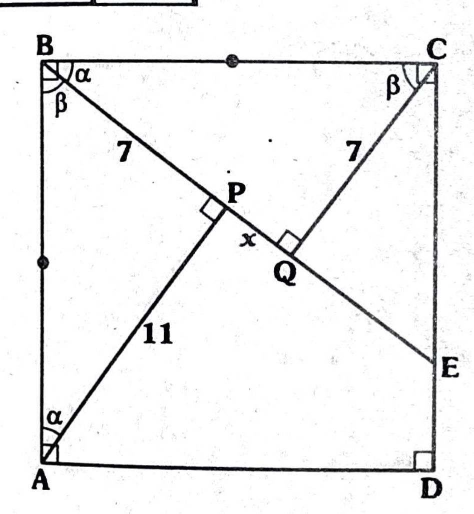
PA=PD=PC

$\Rightarrow \quad x+70°=110°$

$\therefore \quad \mathbf{x=40°}$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 99



Piden: "x"

⊿APB ≅ ⊿BQC

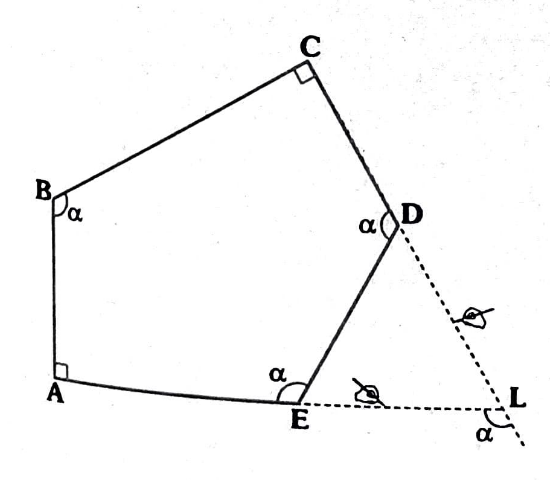
$\rightarrow$ BP=7 y

$x+7=11$

$\therefore \quad \mathbf{x=4}$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 100



Nos piden: "α"

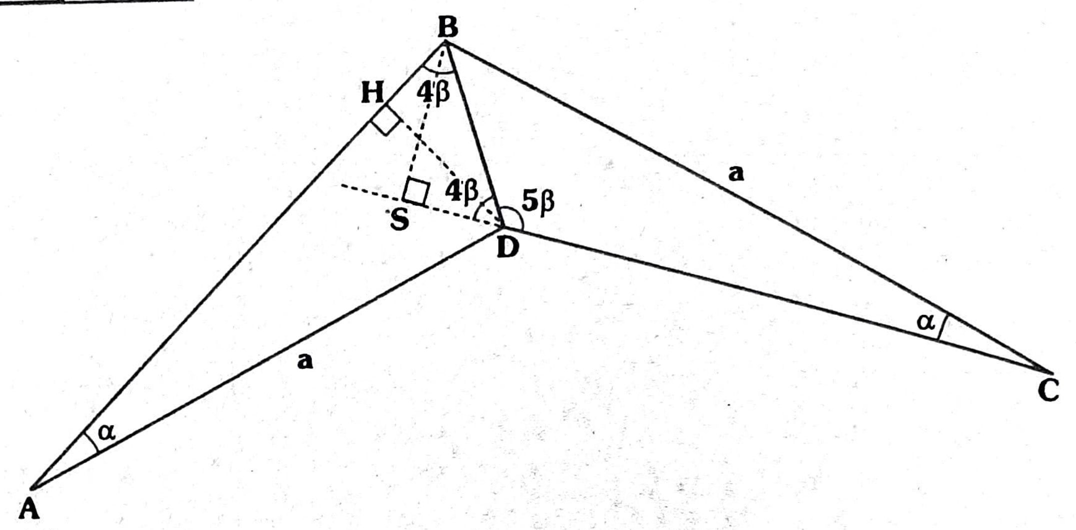
En ΔEDL : suma de ángulos exteriores

$\alpha+\alpha+\alpha=360°$

$\therefore \quad \alpha=\mathbf{120°}$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 101



Nos piden: β

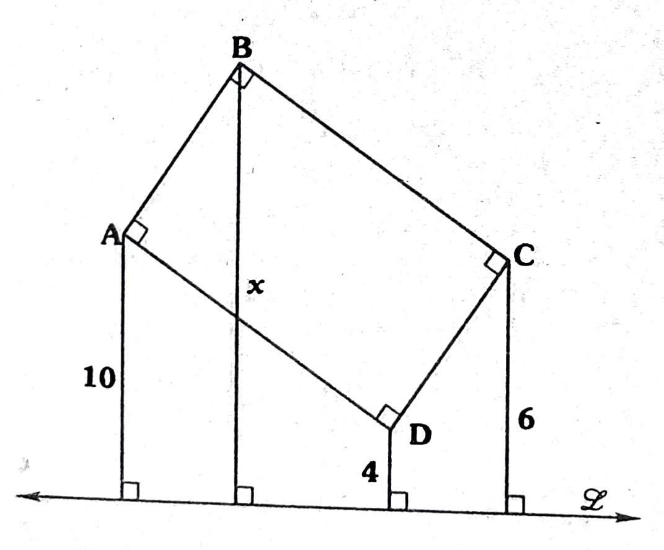
- Se traza $\overline{DH} \perp \overline{AB}$ y $\overline{BS} \perp \overleftrightarrow{CD}$ $\Rightarrow$ $\triangle AHD \cong \triangle CSB$
  $\Rightarrow DH = BS$
- $\triangle BSD \cong \triangle DHB \Rightarrow m\angle BDS = 4\beta$

Luego: $4\beta + 5\beta = 180°$

$\therefore$ $\boldsymbol{\beta = 20°}$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 102



Nos piden: "α"

- Usemos la propiedad dada para todo paralelogramo para el caso del rectángulo:

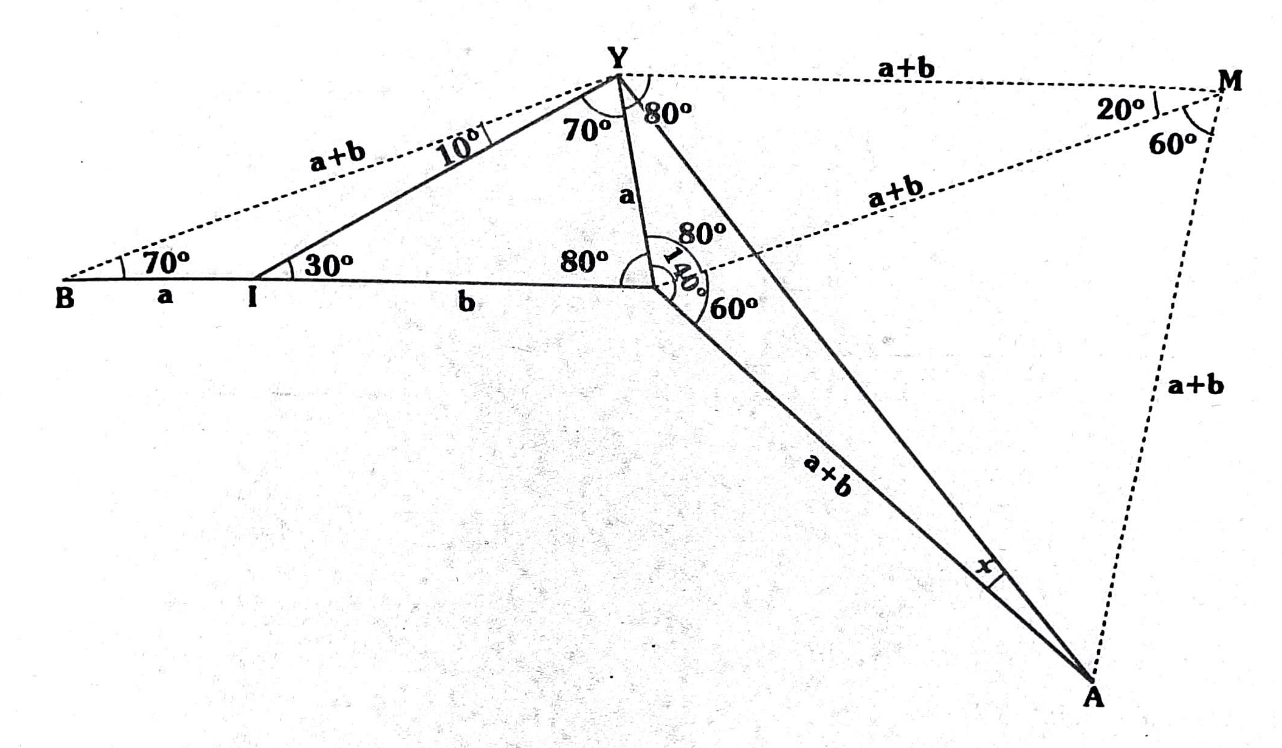
$$x + 4 = 10 + 6$$

$\therefore$ $\boldsymbol{x = 12}$

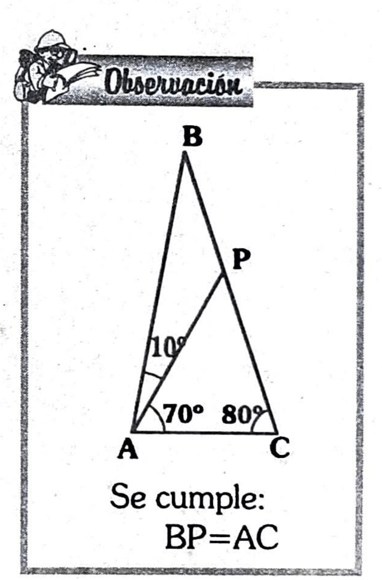
Clave C

RESOLUCIÓN Nº 103

Piden: x

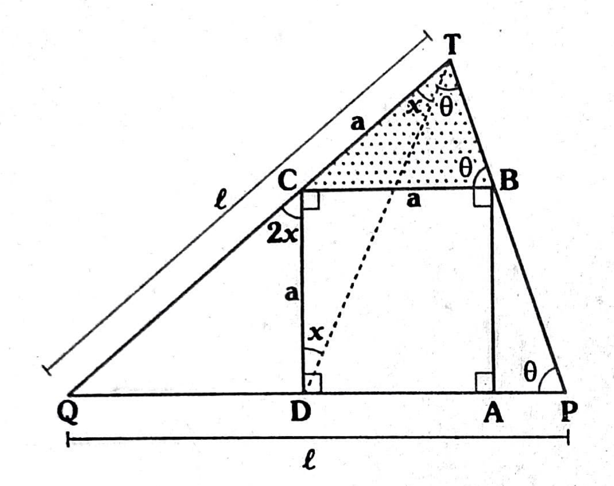


- Se prolonga $\overline{DI}$ hasta B tal que $m\measuredangle IBY = 20°$
- De la observación: IB=YD=a
- Se traza el $\Delta DMY \cong \Delta DBY$
- ΔDMA: equilátero
- Como MY=MD=MA $\rightarrow$ $\boldsymbol{x = 10°}$



Clave D

RESOLUCIÓN Nº 104



Nos piden: "x"

- ΔCTB : isósceles $\overline{CB} // \overline{QP}$

$\rightarrow$ $m\measuredangle CBT = m\measuredangle CTB = \theta$

- ΔDCT : isósceles

$2x + 90° = 2\theta$

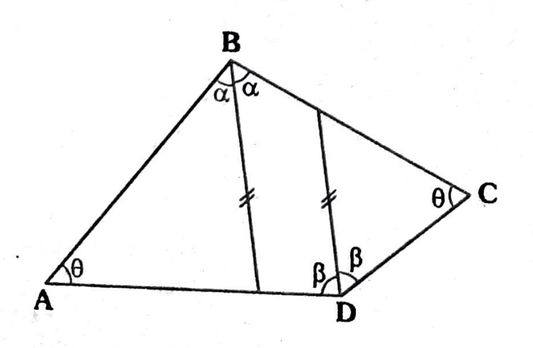
$\therefore$ $\mathbf{x = \theta - 45°}$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 105

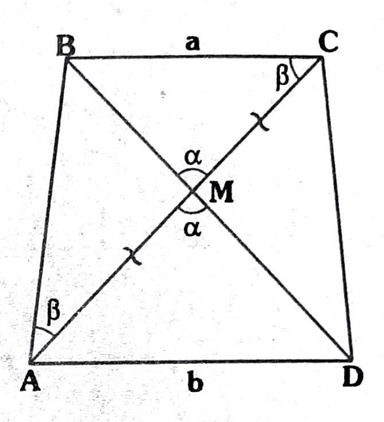
I) FALSO

Para que las bisectrices sean paralelas, es suficiente que los otros dos ángulos opuestos sean congruentes.



II) FALSO

Si una diagonal biseca a la otra, el cuadrilátero sería un paralelogramo.



Si: $\overline{AD} // \overline{BC}$ y $AM = MC$

$\rightarrow$ $\Delta AMD \cong \Delta CMB$

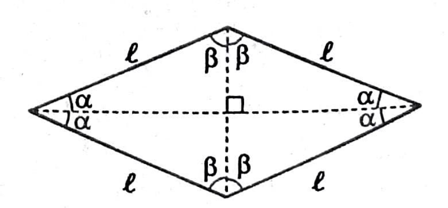
$\rightarrow$ $a = b$

$\therefore$ ABCD es paralelogramo

III) FALSO

Si las diagonales son todas congruentes en un polígono regular entonces dicho polígono regular es un "cuadrado" o "pentágono regular".

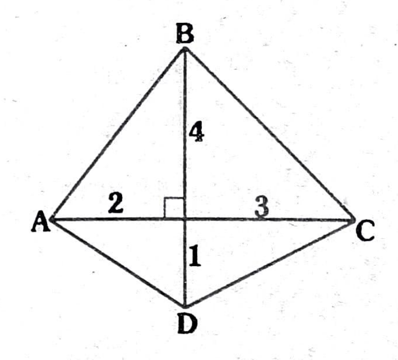
IV) VERDADERO



Clave A

RESOLUCIÓN Nº 106

I) FALSO



ABCD: no es un cuadrado

II) VERDADERO

Ya fue analizado en la página 104

III) VERDADERO

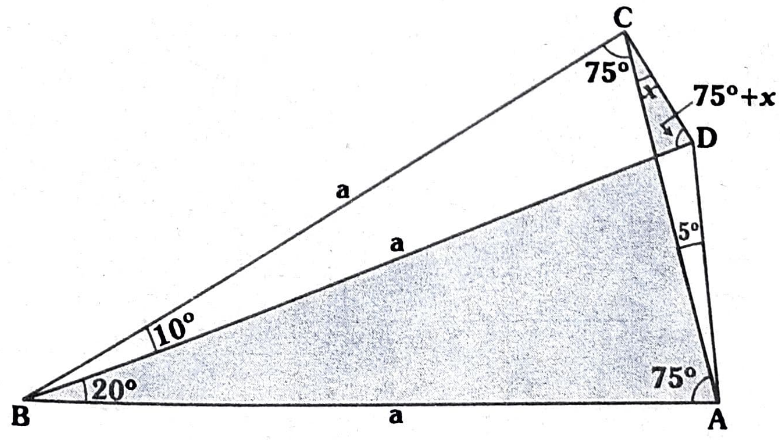
Ver proposición del problema 105

IV) FALSO

El paralelogramo puede ser también un rombo.

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 107



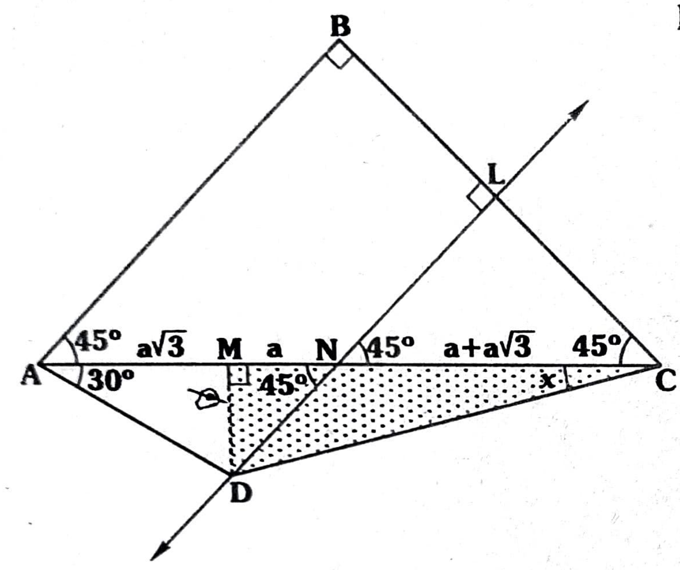
Nos piden: "x"

- Notemos que los triángulos ABD y DBC son isósceles (AB=BD=BC)
- En ⧖: $x+75°+x=20°+75°$

$$\therefore \quad x=10°$$

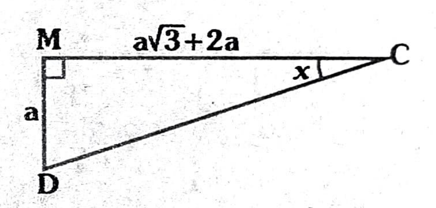
Clave B

RESOLUCIÓN Nº 108



Nos piden: "x"

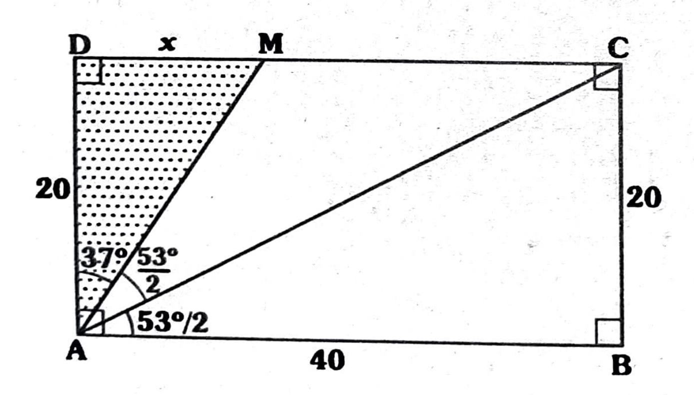
- Se traza $\overline{DM} \perp \overline{AC}$ $(M \in \overline{AC})$
- ⊿AMD: notable de 30°
- ⊿DMN: notable de 45°
- En ⊿DMC:



$$x = 15°$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 109



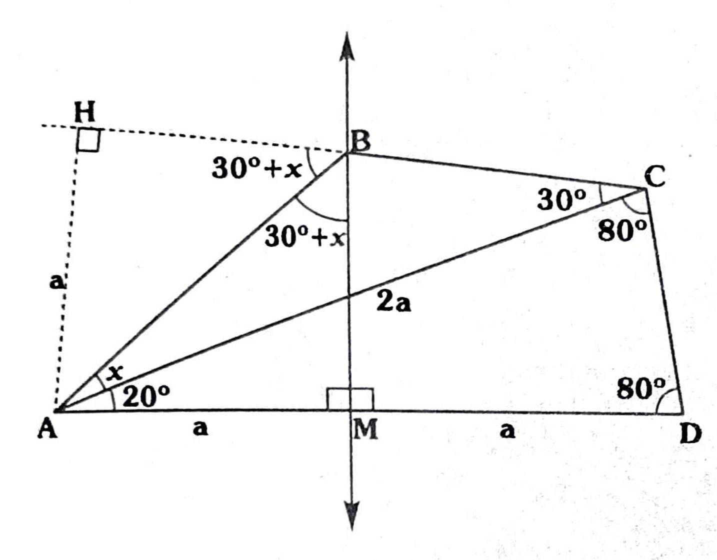
Nos piden: "x"

- ⊿ABC: notable de 53°/2 → m∢DAM=37°
- ⊿ADM: notable de 37°

$$\therefore \quad x = 15$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 110



Nos piden x

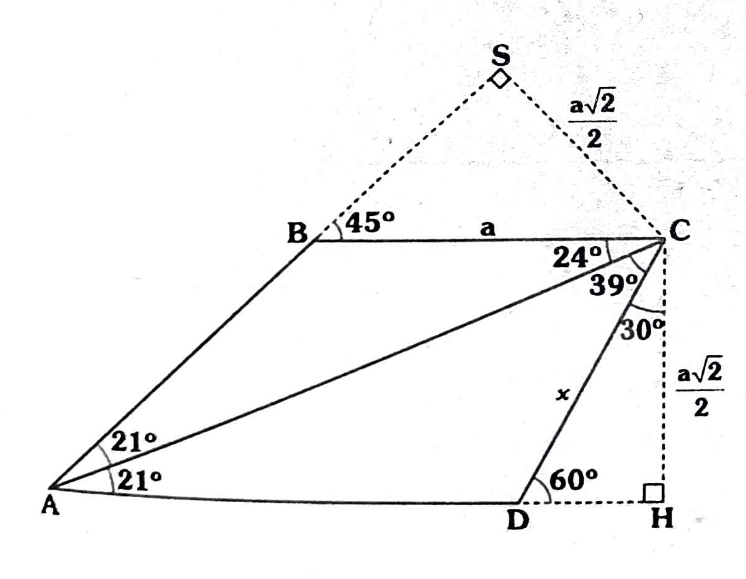
- $\triangle ADC$: isósceles $\rightarrow$ $DA = AC = 2a$
- $\triangle AHC$: notable de 30° $\Rightarrow$ $AH = a$
- Como $AH = MA$

  $\Rightarrow$ $m\sphericalangle HBA = m\sphericalangle MBA = 30° + x$
- En $\triangle AMB$: $50° + 2x = 90°$

$\therefore$ $\mathbf{x = 20°}$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 111



Piden x

- $\triangle BSC$: notable de 45° $\rightarrow$ $CS = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$
- Por teorema de la bisectriz:

$$CS = CH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

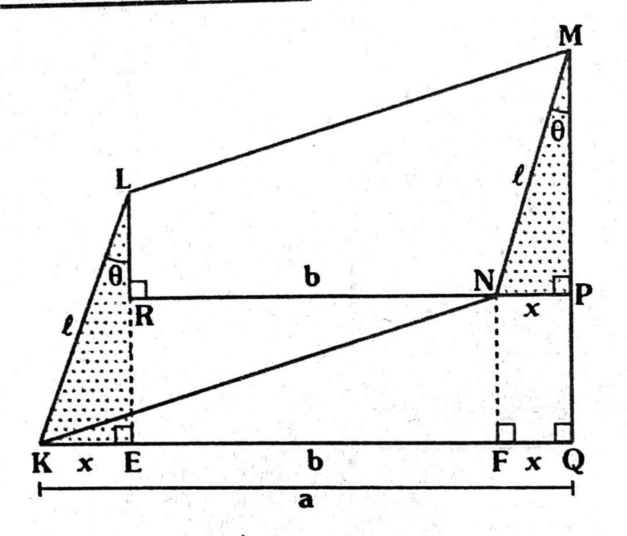
- $\triangle DHC$: notable de 30° y 60°

$$\Rightarrow \frac{x}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \; \mathbf{x = \frac{a\sqrt{6}}{3}}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 112



Nos piden: "x"

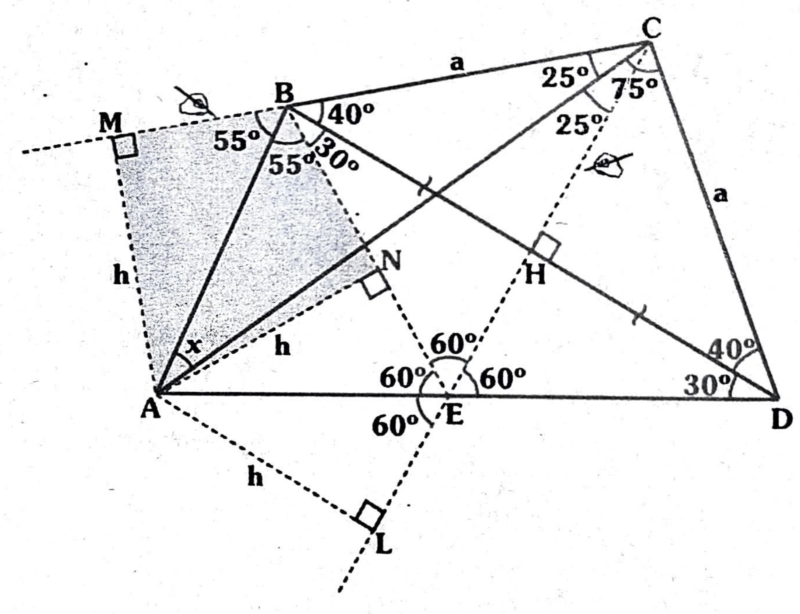
- $\triangle$LEK ≅ $\triangle$MPN → KE = NP = x
- ERNF: rectángulo → EF=b
- Luego:

$$2x + b = a$$

$$\therefore\ x = \frac{a-b}{2}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 113



Nos piden: "x"

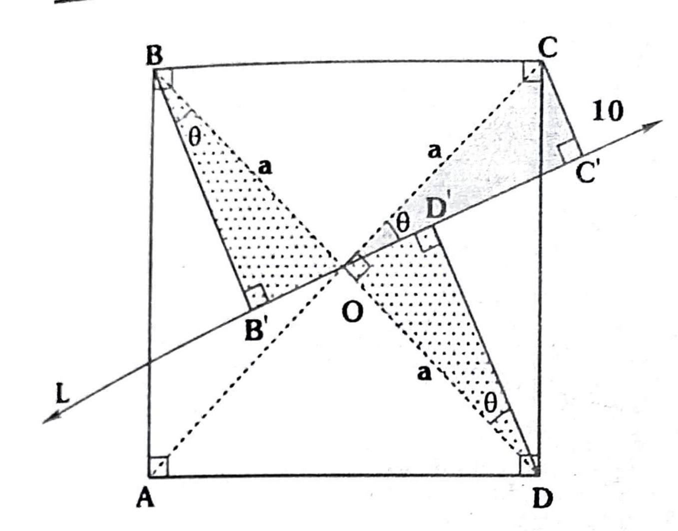
- Se traza la altura $\overline{CH}$, cuya prolongación corta a $\overline{AD}$ en E.
- Por teorema de la bisectriz: AL = AN = AM
- Como AM=AN ⇒ m∢MBA = m∢ABE = 55°
- En ΔABC:

$$x + 25° = 55°$$

$$\therefore\ x = 30°$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 114



Nos piden: "x"

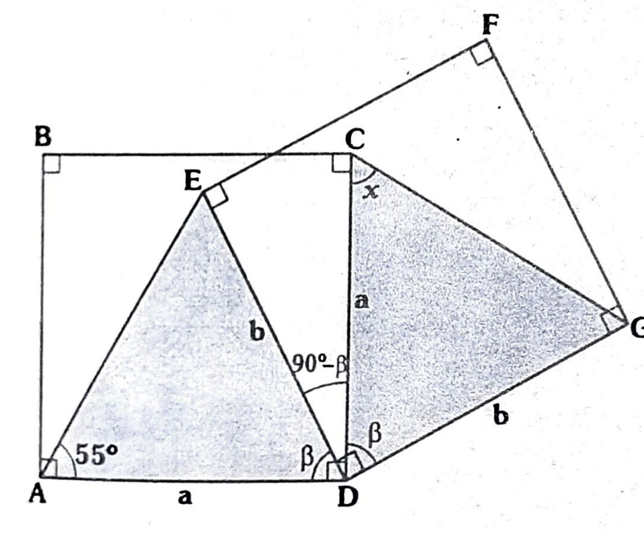
- ⊿OB'B ≅ ⊿OD'D ≅ ⊿CC'O

  → OB'=OD'=CC'=10

  ∴ **B'D' = 20**

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 115



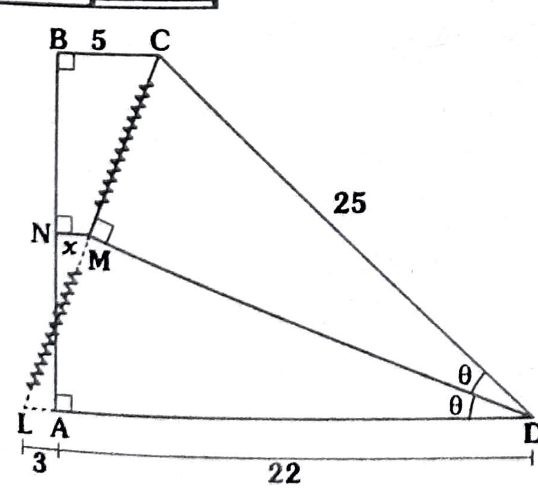
Piden: "x"

$\Delta ADE \cong \Delta CDG$ (LAL)

∴ $x = 55°$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 116



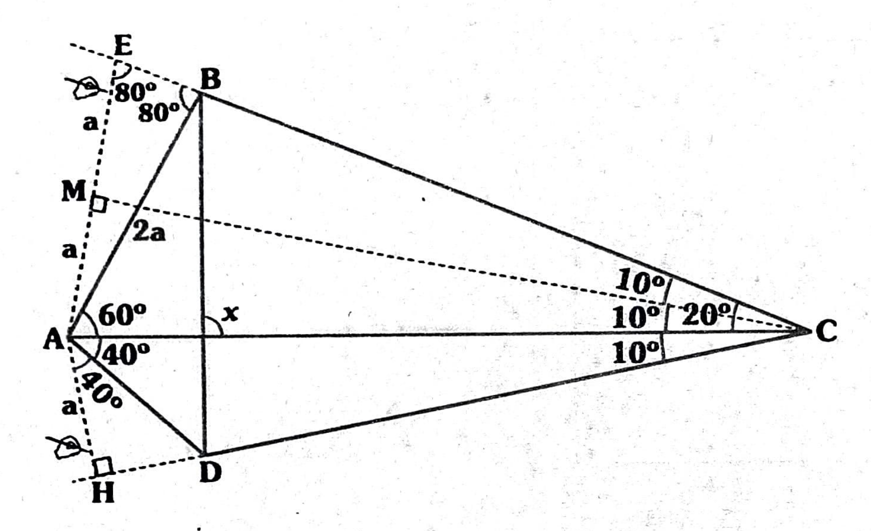
Nos piden: "x"

- Prolongamos $\overline{CM}$ y $\overline{DA}$, las cuales se cortan en L → DC=DL=15 → AL=3
- Por propiedad:

$$x = \frac{5-3}{2} = 1$$

Clave A

Resolución Nº 117



Nos piden: "x"

- Se ubica E en la prolongación de $\overline{CB}$ tal que $m\sphericalangle AEB = 80°$ → ΔAEB : isósceles
- Se traza la altura $\overline{CM}$ del ΔACE → AM=ME=a
- Por teorema de la bisectriz: AM = AH
- Como: $m\sphericalangle HAD = m\sphericalangle DAC$ entonces se traza:

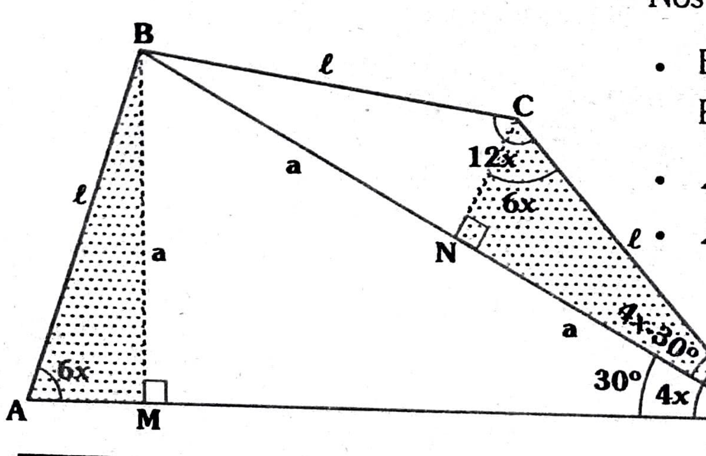
$$\overline{DQ} \perp \overline{AC} \ (Q \text{ en } \overline{AC}) \rightarrow AQ = AH = a$$

- Como $m\sphericalangle BAQ = 60°$, AB=2a y AQ=a entonces $m\sphericalangle AQB = 90°$; es decir D, Q y B son colineales

$$\therefore \ x = 90°$$

Clave B

Resolución Nº 118



Nos piden: "x"

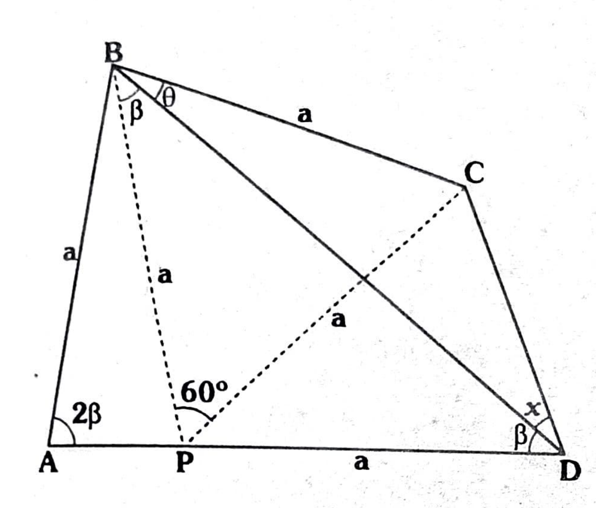
- En el ΔBCD, se traza la altura $\overline{CN}$ → BN=ND=a
- ⊿CND ≅ ⊿AMB ⇒ BM=a
- ⊿BMD: notable de 30°

$$\rightarrow \quad 6x + 4x - 30° = 90°$$

$$\therefore \ x = 12°$$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 119



Nos piden: "x"

Dato: $\theta + \beta = 60°$

- Como $m\sphericalangle BAD = 2m\sphericalangle ADB$

  → Se traza $\overline{BP}$ talque $m\sphericalangle PBD = \beta$

  → $AB = BP = PD = a$

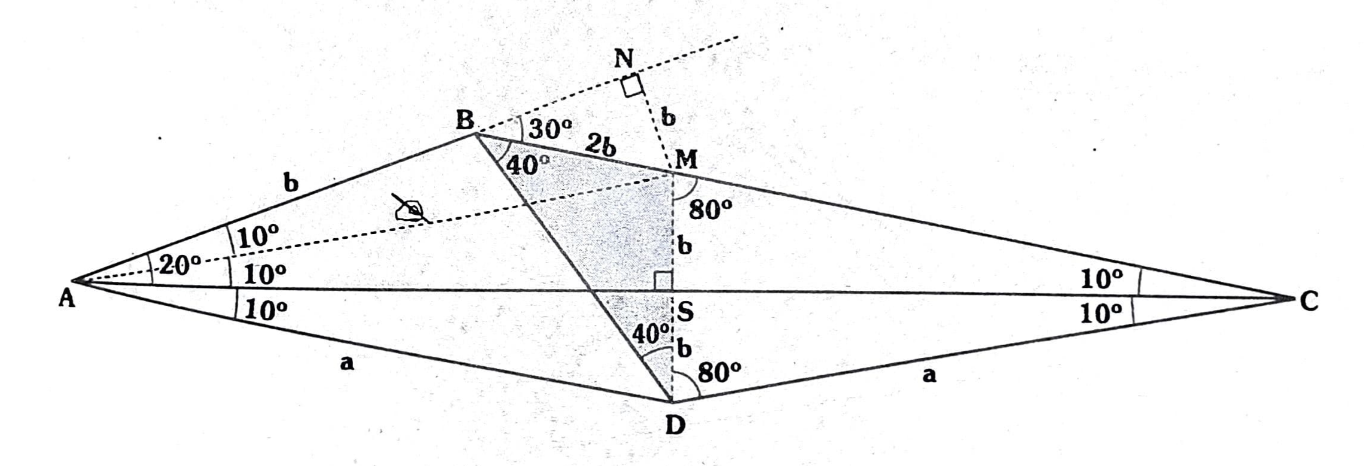
- ΔPBC : equilátero

- Como $PB = PC = PD$ y $m\sphericalangle BPC = 60°$

$\therefore$ $\boldsymbol{x = 30°}$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 120



Piden: $m\sphericalangle BDC$

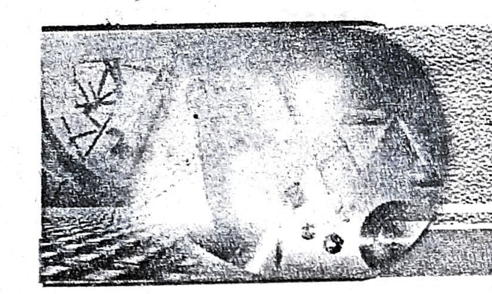
- Se ubica M en $\overline{BC}$ tal que: $\overline{MD} \perp \overline{AC}$ → $m\sphericalangle CAM = m\sphericalangle MAB = 10°$

- Como: $m\sphericalangle MBN = 30°$ → $MB = 2(BN) = 2b$

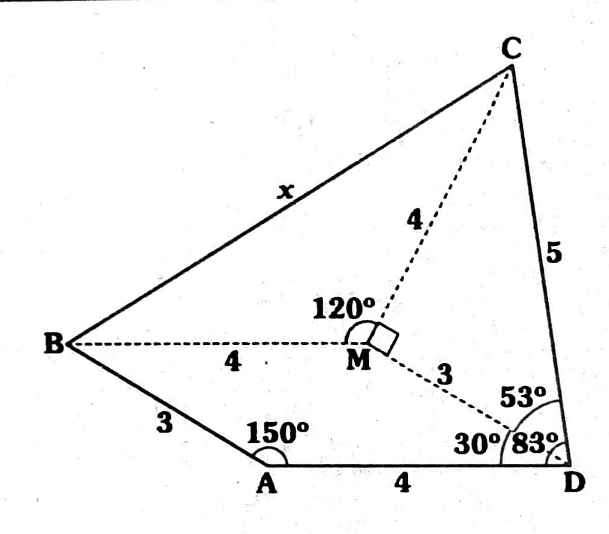
- $MS = SD = b$ → ΔMBD : isósceles → $m\sphericalangle BDM = 40°$

$\therefore$ $\boldsymbol{m\sphericalangle BDC = 120°}$

Clave C



Resolución N° 121



Nos piden: "x"

- Se ubica M en la región interior talque:

  $m\sphericalangle CDM = 53°$ y $m\sphericalangle CMD = 90°$

  $\Rightarrow$ MD=3 y $\overline{AB} // \overline{DM}$

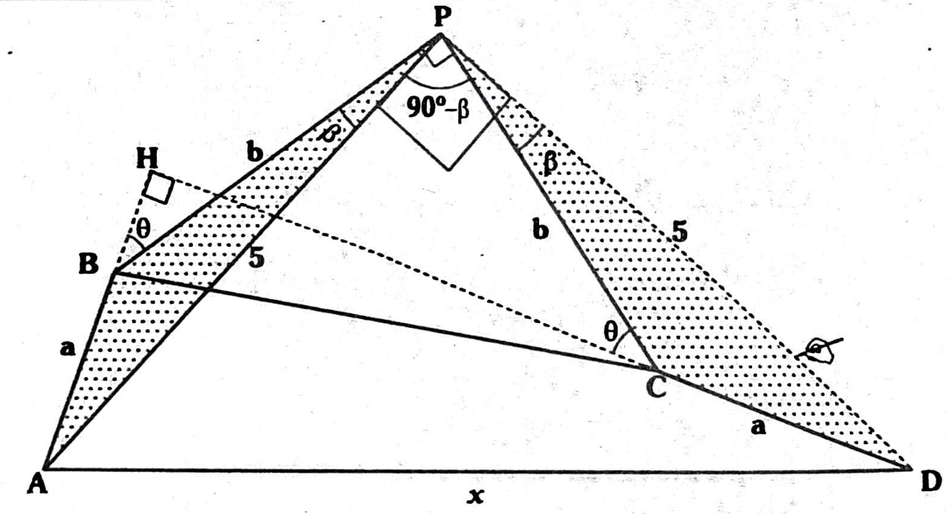
  $\Rightarrow$ ABMD es un paralelogramo

- Luego: BM=4 y $m\sphericalangle BMC = 120°$

  $\therefore$ $x = 4\sqrt{3}$

Clave C

Resolución N° 122



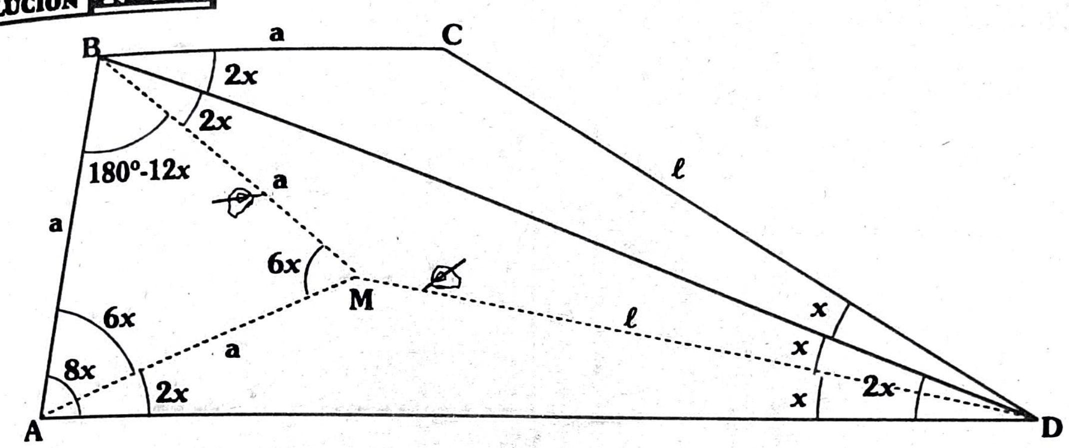
Nos piden: "x"

- Como $\overline{AB} \perp \overline{DC}$ y $m\sphericalangle BPC = 90°$ $\Rightarrow$ $m\sphericalangle PBH = m\sphericalangle PCH$
- $\Delta ABP \cong \Delta DCP$ (LAL) $\Rightarrow$ $AP = PD = 5$ y $m\sphericalangle BPA = m\sphericalangle CPD = \beta$
- Luego: $m\sphericalangle APD = 90°$

  $\therefore$ $x = 5\sqrt{2}$

Clave A

RESOLUCIÓN N° 123



Piden: "x"

- Se ubica M en la región interior del ΔABD tal que: $m\measuredangle DBM = m\measuredangle BDM = x$

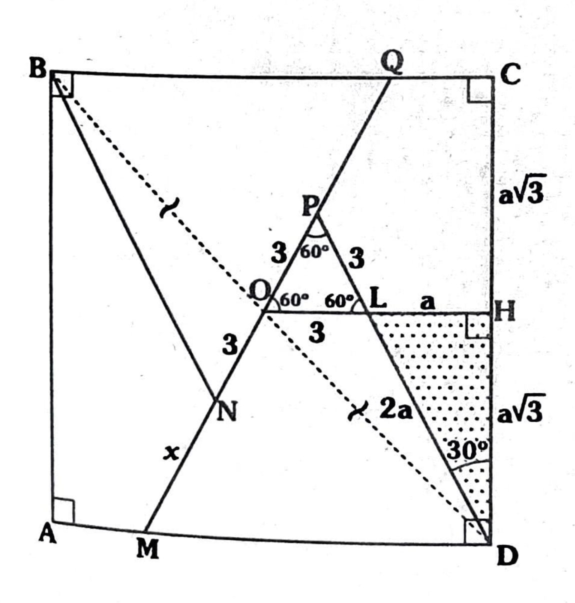
$$\Rightarrow \quad \Delta BCD \cong \Delta BMD \ (ALA) \quad \Rightarrow \quad BM = a$$

- ΔABM: isósceles $\rightarrow$ $m\measuredangle BAM = m\measuredangle BMA = 6x$
- $\Delta BDM \cong \Delta ADM$ $\rightarrow$ $AM = a$
- ΔABM: equilátero $\rightarrow$ $6x = 60°$

$$\therefore \quad \mathbf{x = 10°}$$

Clave D

RESOLUCIÓN N° 124



Piden: "x"

- Como $BN = PD \rightarrow \Delta BNO \cong \Delta DPO \rightarrow OB = OD$, es decir O es centro del cuadrado $\rightarrow OH = HC = HD$
- ⊿LHD: notable de 30°
- Luego: $x + 3 = 2a$ y

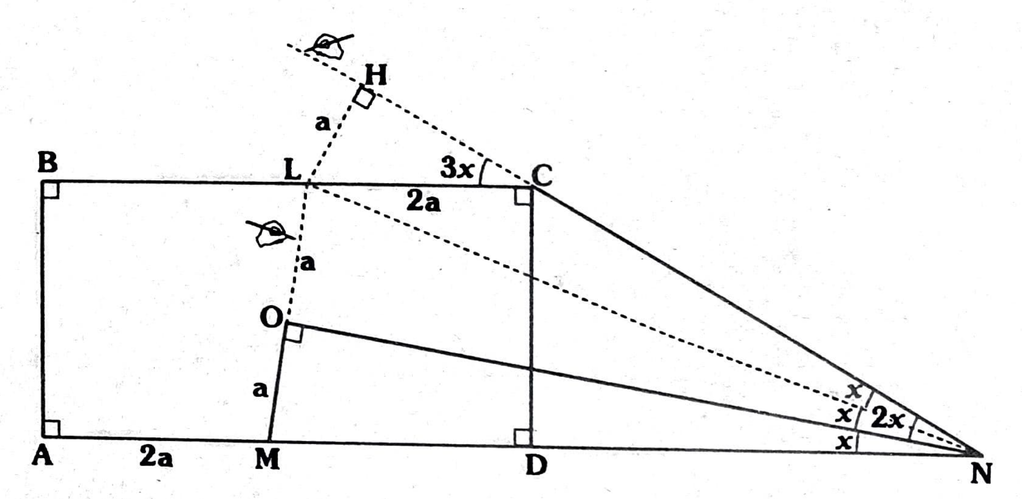
$$a + 3 = a\sqrt{3}$$

$$\rightarrow 3 = a\left(\sqrt{3} - 1\right)$$

$$\therefore \quad \mathbf{x = 3\sqrt{3}}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 125



Piden: "x"

- Como O es centro entonces al prolongar $\overline{MO}$ hasta que corte a $\overline{BC}$ en L

  $\rightarrow$ OM=OL=a y AM=LC=2a

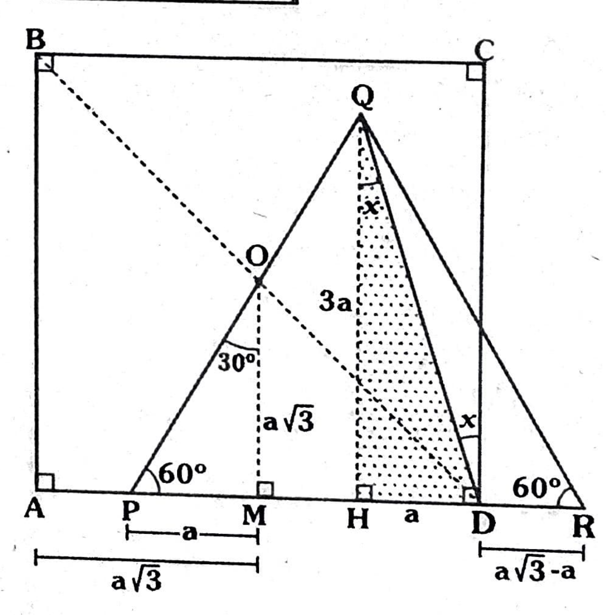
- ΔMLN : isósceles $\rightarrow$ m∢MNO=m∢ONL = x
- Por teoreama de la bisectriz: LO=LH=a
- ⊿LHC: notable de 30°:

  $3x=30°$

  $\therefore$ $\boldsymbol{x=10°}$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 126



Piden: "x"

- Se traza $\overline{OM} \perp \overline{AD}$ (M en A)

  $\rightarrow$ AM=MD=OM=$a\sqrt{3}$

- Se traza: $\overline{QH} \perp \overline{PR}$ $\rightarrow$ QH=3a
- ⊿QHD: notable

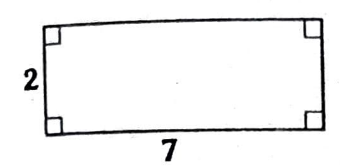
$$x = \frac{37°}{2} = 18{,}5°$$

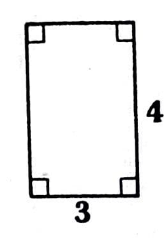
Clave D

RESOLUCIÓN Nº 127

Bastará indicar un contraejemplo

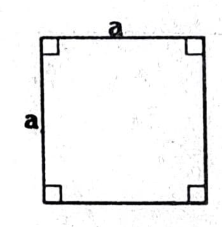
I) FALSO

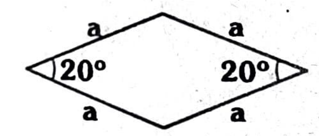




Los rectángulos no son congruentes

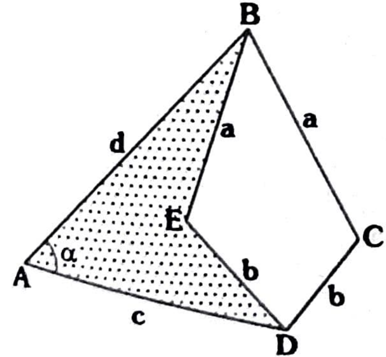
II) FALSO





Los cuadriláteros mostrados no son congruentes.

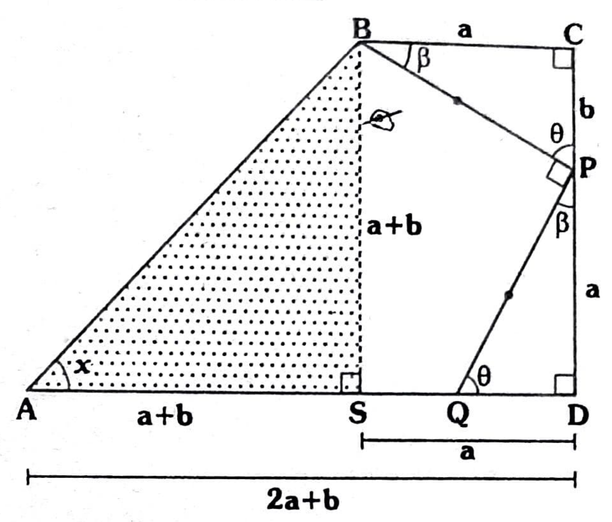
III) FALSO



Los cuadriláteros ABED y ABCD no son congruentes

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 128



Nos piden: "x"

- Notemos que: $\triangle BCP \cong \triangle PDQ$

  $\Rightarrow BC=PD$

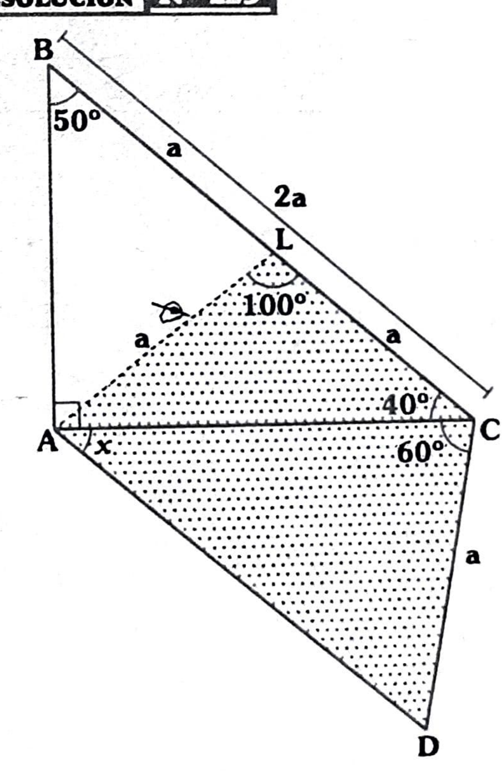
- Se traza $\overline{BS} \perp \overline{AD}$ (S en $\overline{AD}$)

  $\Rightarrow$ BS=a+b y AS=a+b

  $\therefore$ $x=45°$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 129



Nos piden: "x"

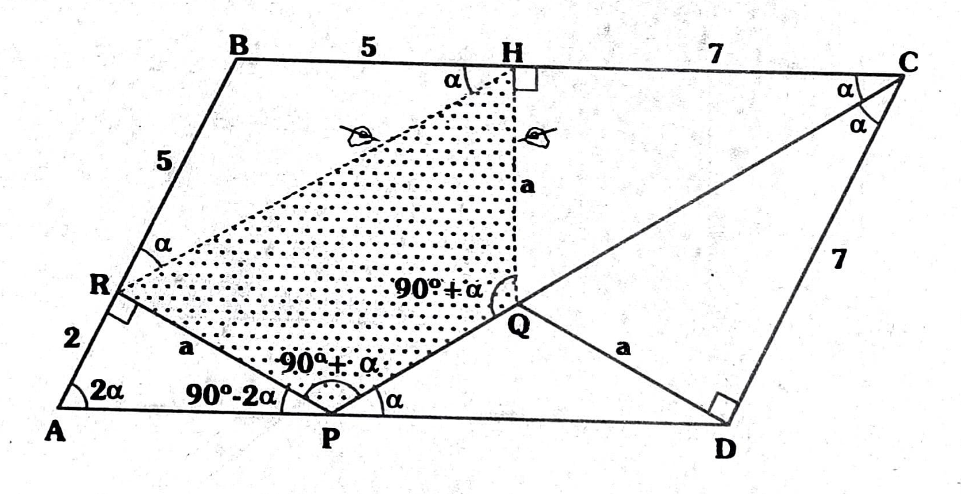
- En el ⊿BAC, se traza la mediana AL → BL = LC = AL = a
- Como: AL=CD y m∢ALC = m∢LCD

→ ALCD es trapecio isósceles → $\overline{LC} // \overline{AD}$

∴ **x = 40°**

Clave C

Resolución Nº 130



Piden AD

- Por teorema de la bisectriz: QD=QH y HC=CD=7
- Notemos que PR=QH y m∢RPQ = m∢HQP

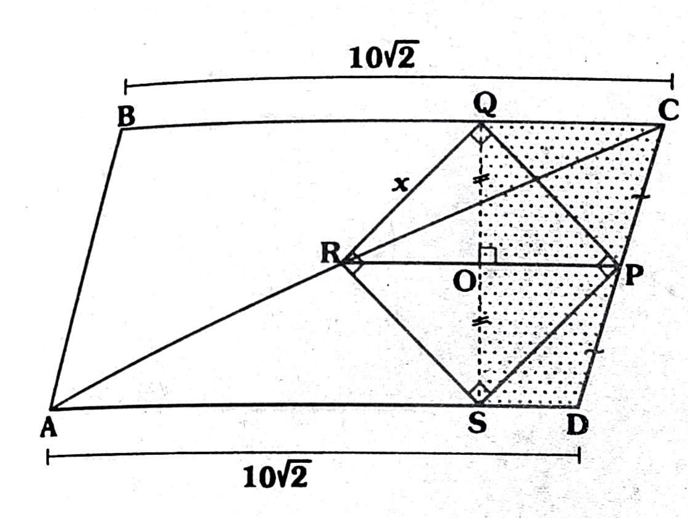
→ RPQH trapecio isósceles → $\overline{RH} // \overline{PQ}$

- ΔRBH : isósceles → RB=BH=5

∴ **AD = BC = 12**

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 131



Nos piden: "x"

Dato: $BC = 10\sqrt{2}$

- Al trazar las diagonales del cuadrado, notamos que $QO = OS$
- En el trapecio SQCD:

$$\overline{OP} // \overline{SD} \Rightarrow \overline{RP} // \overline{AD}$$

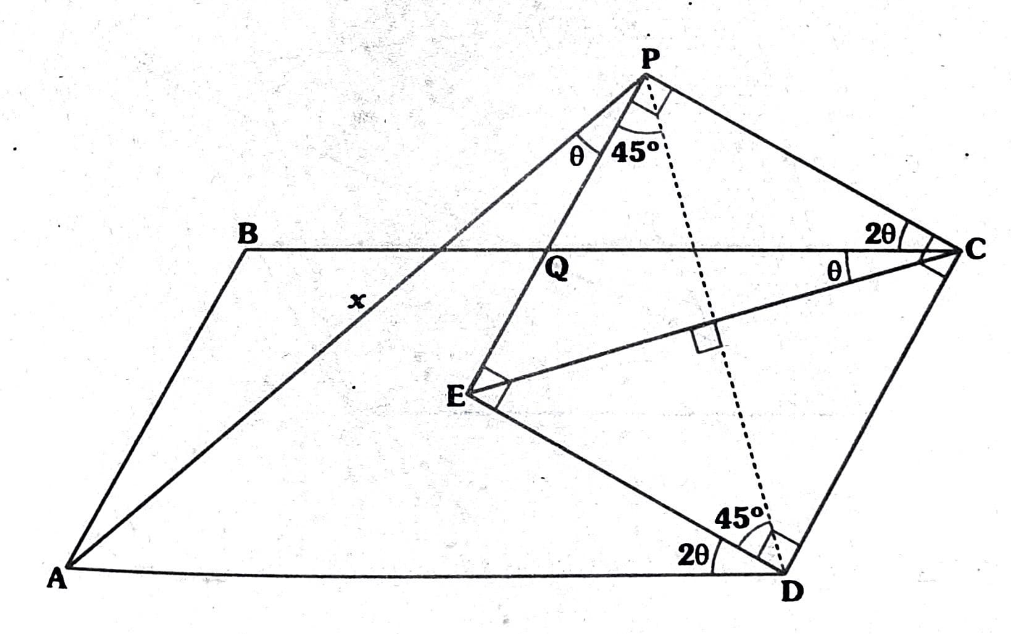
- En el ΔACD: $\overline{RP}$ es base media

$$\rightarrow \quad RP = 5\sqrt{2}$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{x = 5}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 132



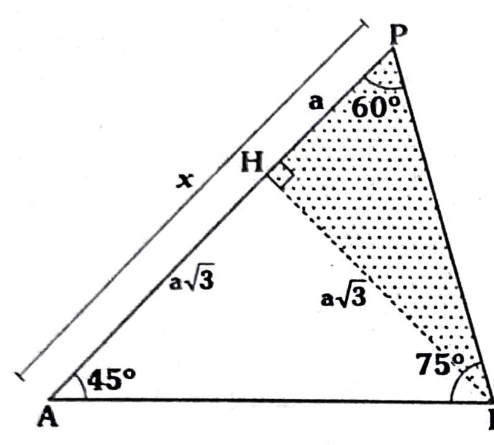
Nos piden: "x"

Dato: $EC = 4\left(\sqrt{3} - 1\right)$

- Como $\overline{AD} // \overline{BC}$ y $\overline{DE} // \overline{CP}$

$$\Rightarrow m\measuredangle BCP = 2\theta \Rightarrow 3\theta = 45° \rightarrow \theta = 15$$

- En ΔAPD:



$4(\sqrt{3} - 1) = 2a$

$2(\sqrt{3} - 1) = a$

- Notamos que:

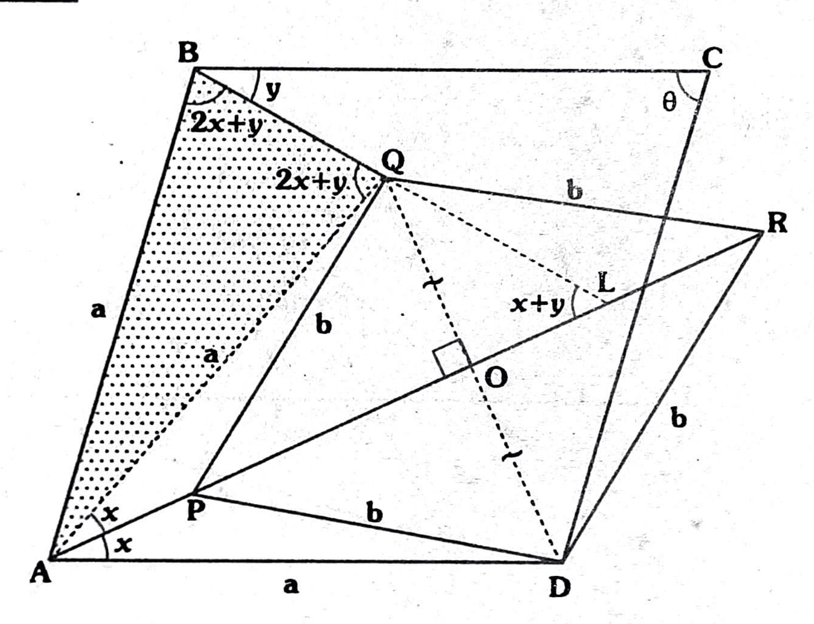
$$x = a\left(\sqrt{3}+1\right)$$

- Como $a = 2\left(\sqrt{3}-1\right)$

$$\therefore \quad \mathbf{x = 4}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 133



Piden $x + y$

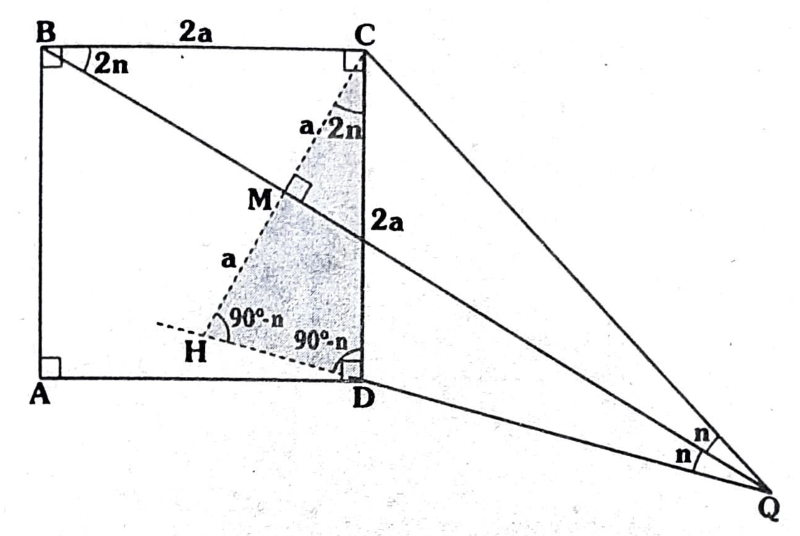
- En el rombo PQRS: $\overleftrightarrow{PR}$ es mediatriz de $\overline{QD} \rightarrow AD = AQ$
- Por ángulo entre paralelas: $m\sphericalangle ALB = x + y$
- En el ΔALQ: $m\sphericalangle AQB = 2x + y$
- ΔABQ : isósceles $\rightarrow$ $m\sphericalangle ABQ = 2x + y$
- Como $\overline{AB} // \overline{CD}$ $\rightarrow$ $2x+2y+\theta = 180°$

$$\therefore \quad \mathbf{x + y = 90° - \frac{\theta}{2}}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 134

Analizando una parte del gráfico:

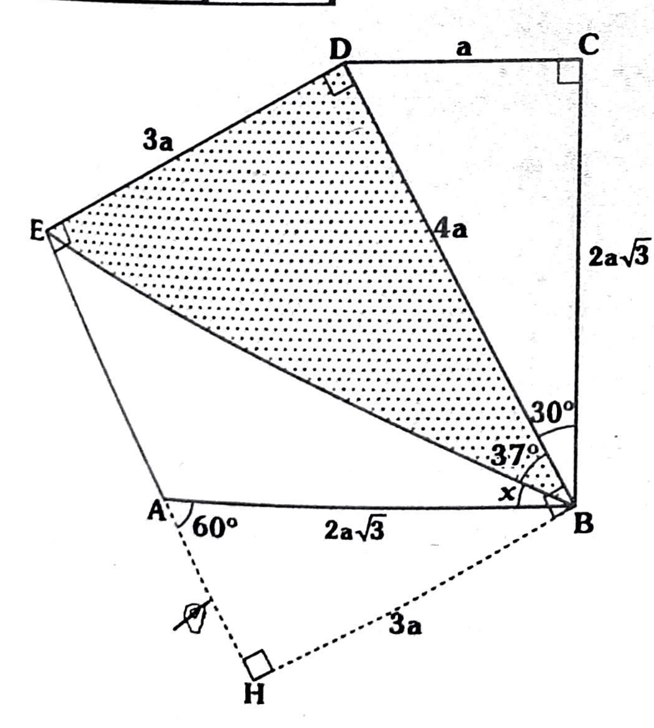


- Se traza $\overline{CM} \perp \overline{BQ}$ $\left(M \text{ en } \overline{BQ}\right)$ cuya prolongación corta a la prolongación de $\overline{QD}$ en $H \rightarrow \Delta HCQ$: isósceles
- Como $m\measuredangle HCD = 2n$ y $m\measuredangle MHQ = 90° - n$ $\rightarrow \Delta HCD$: isósceles $\rightarrow HC = CD = 2a$
- ⊿BMC: notable $\rightarrow$ $2n = 30°$
- Análogamente: $2m = 30°$

$$\therefore \ x = 120°$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 135



Piden: "x"

- Sea: $AB = BC = 2a\sqrt{3}$

  $\rightarrow$ $BD = 4a$

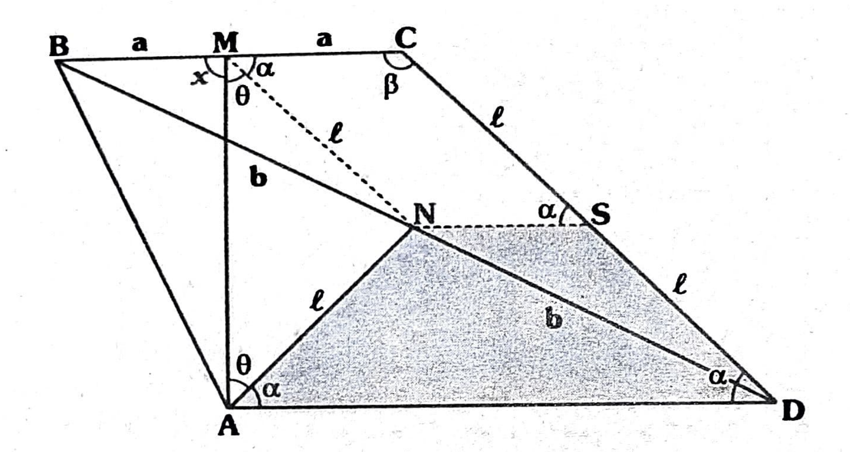
- Se prolonga $\overline{EA}$ y se ubica H tal que $m\measuredangle EHB = 90°$ $\rightarrow$ $HB = 3a$

- ⊿EDB: notable de 37°

$$\therefore \ x = 23°$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 136



Nos piden: "x"

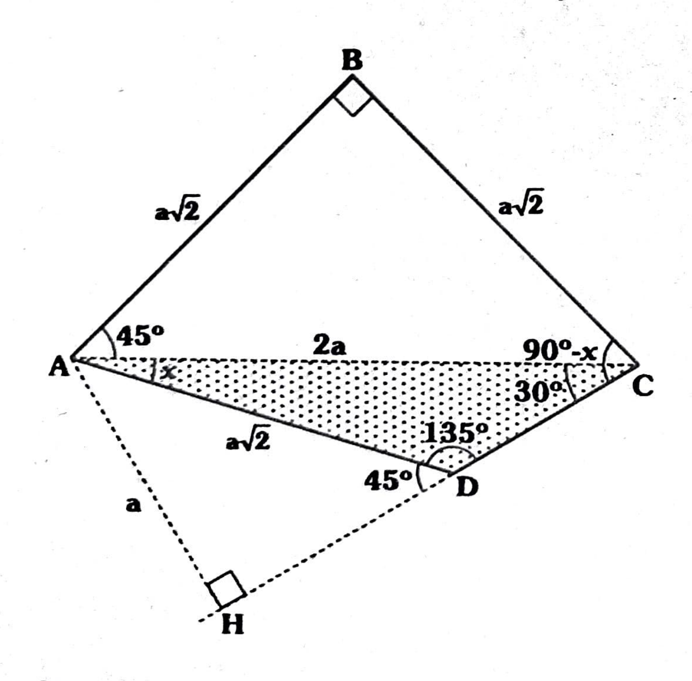
Dato: $\alpha+\beta=180^\circ \rightarrow \quad m\measuredangle ADC=\alpha$

- Se traza $\overline{NS}//\overline{AD}$ (S en $\overline{CD}$) $\rightarrow$ ANSD: trapecio isósceles $\rightarrow$ $AN=SD=\ell$
- En ΔBCD, por base media: $MN=\ell$
- Luego: $x=\alpha+\theta$ y $\alpha+\theta+x=180^\circ$

$$\therefore \quad \mathbf{x=90^\circ}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 137



Nos piden: "x"

- De los datos: $m\measuredangle ADC=135^\circ$
- Se prolonga $\overline{CD}$ y se ubica H tal que:

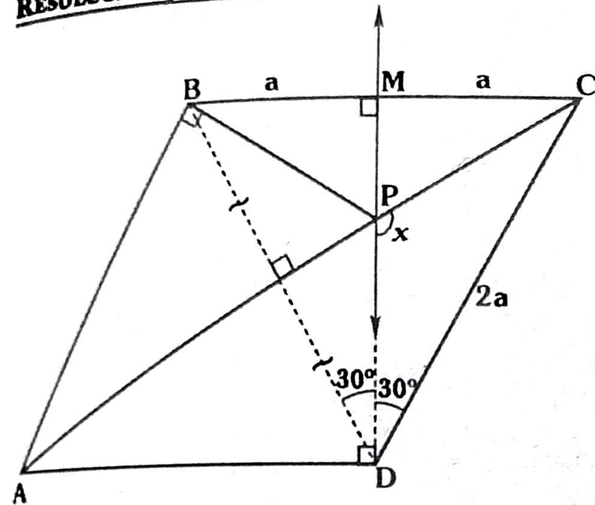
  $m\measuredangle DHA=90^\circ$
- Sea: $AB=BC=AD=a\sqrt{2}$

  $\rightarrow \quad AH=a \;\; y \;\; AC=2a$
- ⊿AHC: notable de 30°
- En ΔACD:

$$\therefore \quad \mathbf{x=15^\circ}$$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 138



Piden: "x"

- Como $\overleftrightarrow{AC}$ es eje de simetría

  → $m\sphericalangle ABP = m\sphericalangle ADP = 90°$

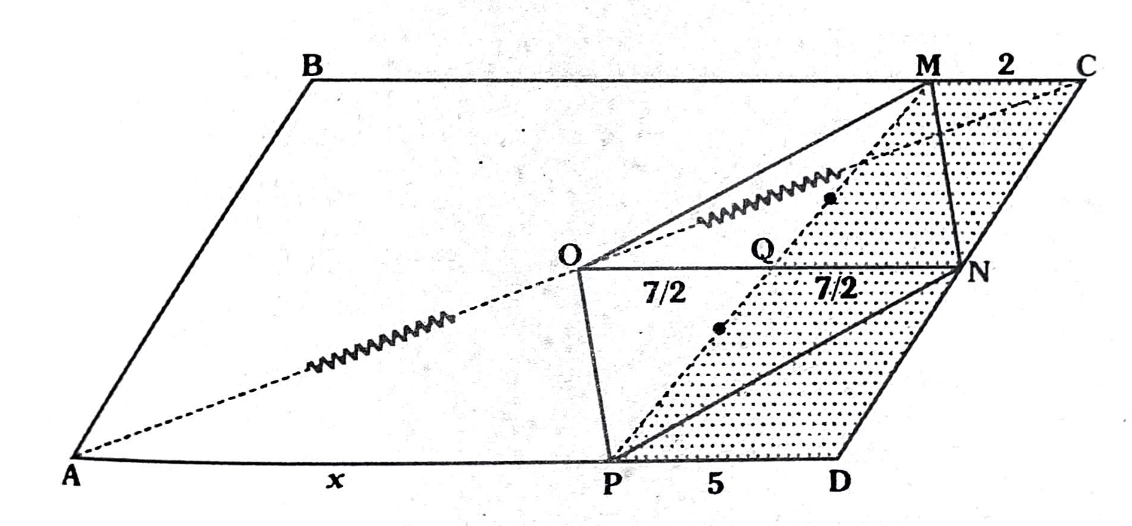
  → D, P y M son colineales

- ΔBDC: equilátero

$$\therefore \ \boldsymbol{x = 120°}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 139



Nos piden: AP

- En el romboide OMNP las diagonales se cortan en Q y sea O el centro del romboide ABCD.

- En el trapecio PMCD: $QN = \dfrac{5+2}{2} = \dfrac{7}{2}$ → $ON=7$

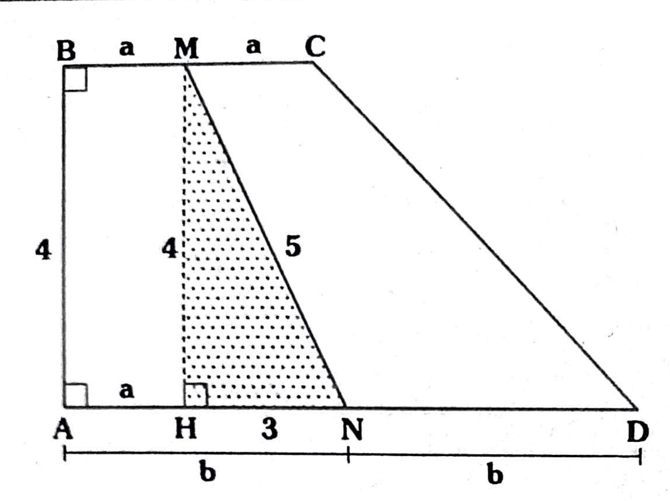
- En el ΔACD: $\overline{ON}$ es base media

$$x + 5 = 14$$

$$\therefore \ \boldsymbol{x = 9}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 140



Sea "x" la distancia entre los puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{2b - 2a}{2} = b - a$$

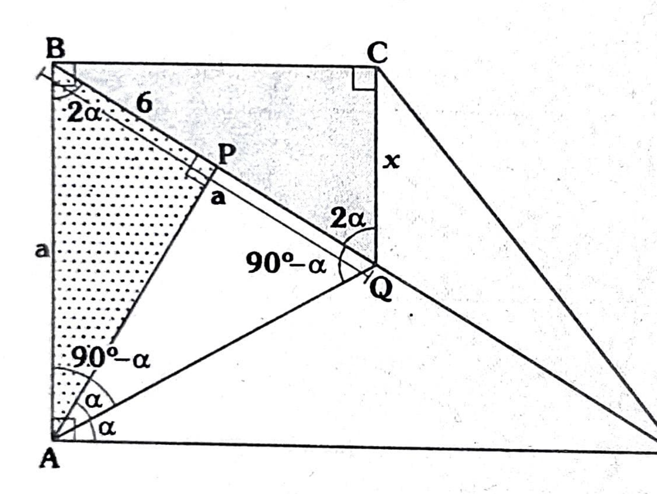
- En ⊿MHN: HN = 3

$$\rightarrow \quad b - a = 3$$

$$\therefore \quad x = 3$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 141



Nos piden: "x"

- Nos damos cuenta que:

$$m\measuredangle BAQ = m\measuredangle AQP$$

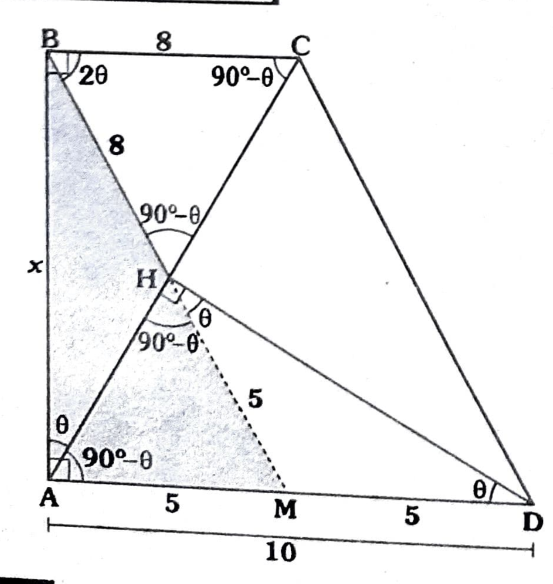
$$\rightarrow \quad AP = BQ$$

- ⊿BPA ≅ ⊿QCB

$$\therefore \quad x = 6$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 142



Nos piden: "x"

- Se prolonga $\overline{BH}$, cuya prolongación corta a $\overline{AD}$ en M.
- En ⊿AHD, $\overline{HM}$ es mediana

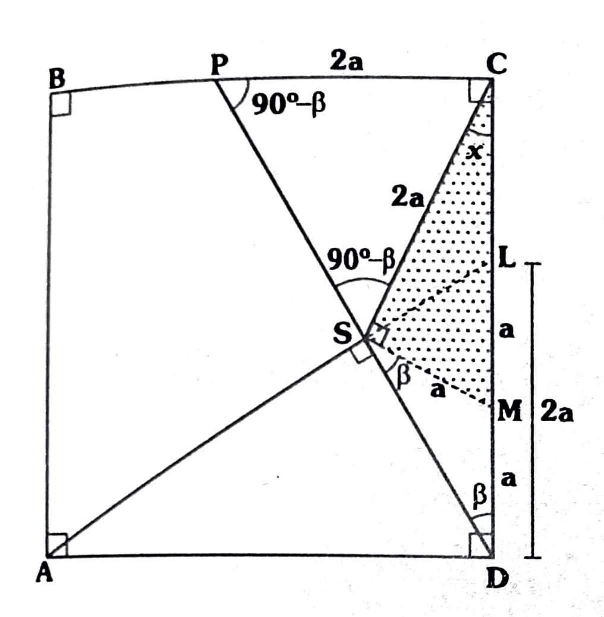
$$\rightarrow \quad AM = MH = MD = 5$$

- ΔHBC : isósceles → HB = BC = 8
- En ⊿MAB:

$$x = 12$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 143



Piden: "x"

- Se prolonga $\overline{AS}$ hasta que corte a $\overline{CD}$ en L.
- ⊿ADL ≅ ⊿DCP

 → PC = LD = 2a

- En ⊿LSD se traza la mediana $\overline{SM}$

 → LM=MD=SM=a

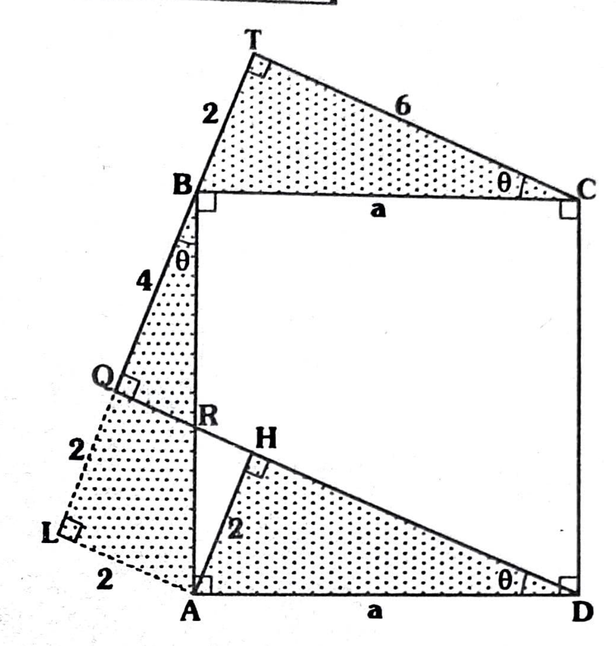
- Notamos que m∢CSM = 90°

 → ⊿CSM: notable

$$\therefore\ x = \frac{53^\circ}{2}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 144



Nos piden: CT – QH

- Notemos que:

 ⊿BTC ≅ ⊿ALB ≅ ⊿AHD

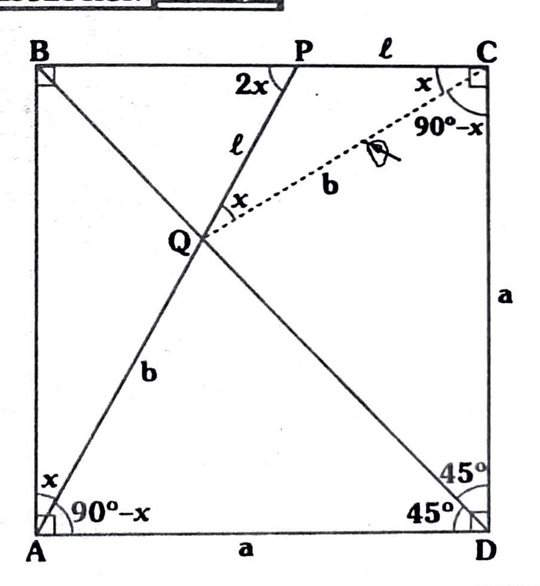
 → AL=BT=QH=2 y

 CT = BL = 6

 ∴ **CT – QH = 6 – 2 = 4**

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 145



Nos piden: "x"

- $\Delta ADQ \cong \Delta CDQ$ (LAL)

  $\rightarrow$ $m\measuredangle DAQ = m\measuredangle DCQ = 90^{\circ} - x$

  $\rightarrow$ $m\measuredangle QCP = x$

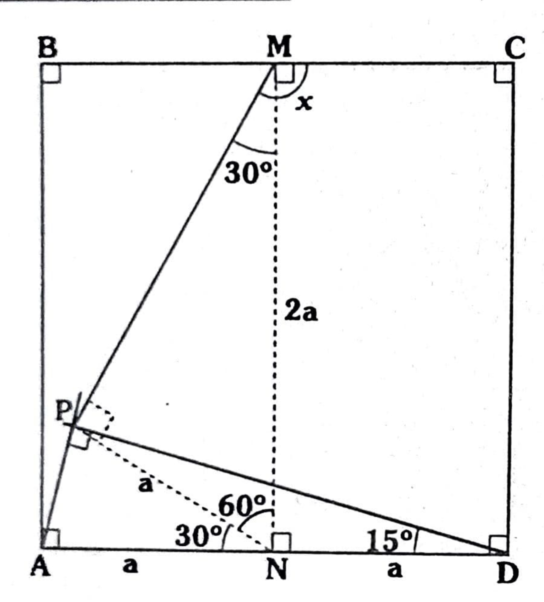
- ΔQPC : isósceles

- $\triangle ABP$: $x + 2x = 90^{\circ}$

  $\therefore$ $\boldsymbol{x = 30^{\circ}}$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 146



Nos piden: "x"

- Se traza $\overline{MN} \perp \overline{AD}$ $\left(N \text{ en } \overline{AD}\right)$

  $\rightarrow$ En el $\triangle APD$ se traza $\overline{PN}$

  $\rightarrow$ $AN = ND = NP$

- En el ΔNPM : $NM = 2(NP)$ y

  $m\measuredangle MNP = 60^{\circ}$

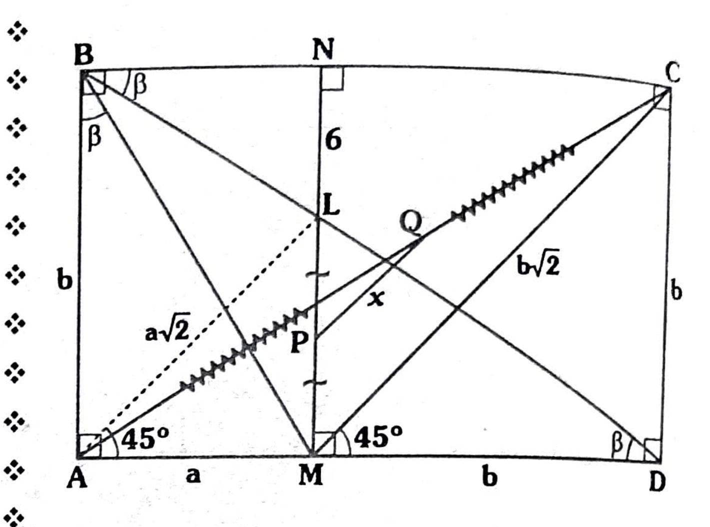
  $m\measuredangle NPM = 90^{\circ}$ y

  $m\measuredangle NMP = 30^{\circ}$

  $\therefore$ $\boldsymbol{x = 120^{\circ}}$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 147



Nos piden: "x"

- Notemos: $\triangle BAM \cong \triangle DML$

  $\Rightarrow$ $ML = a$ $\rightarrow$ $b - a = 6$

- Como $AM = ML$ $\rightarrow$ $AL = a\sqrt{2}$

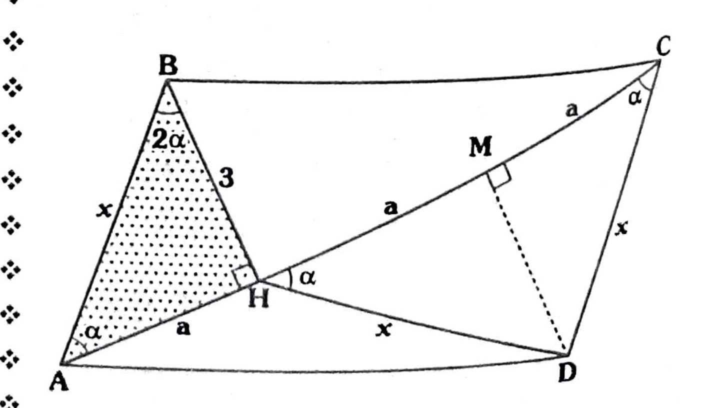
- Luego: $\overline{AL} // \overline{MC}$, por propiedad:

$$x = \frac{b\sqrt{2} - a\sqrt{2}}{2} = \left(\frac{b - a}{2}\right)\sqrt{2}$$

$\therefore$ $\boldsymbol{x = 3\sqrt{2}}$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 148



Piden: "x"

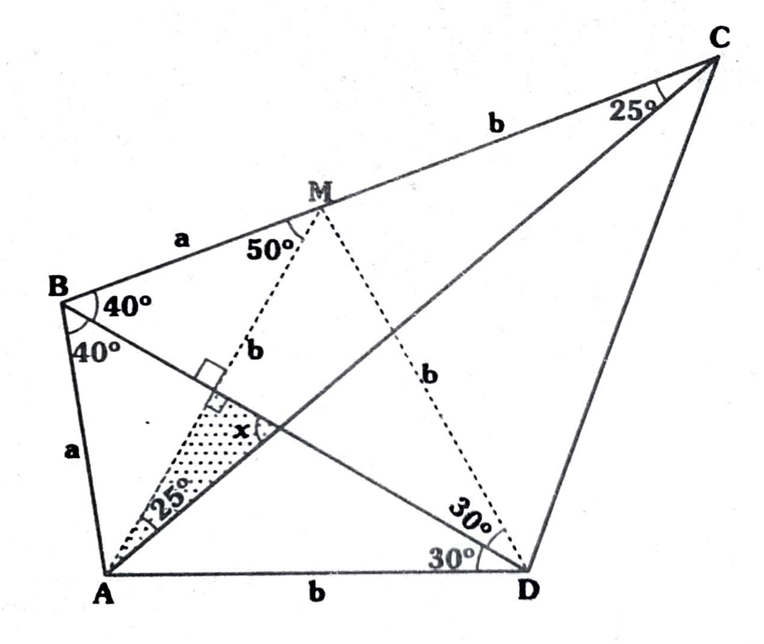
- Como $CH = 2(AH)$, al trazar al altura DM del $\Delta DCH \rightarrow CM = AH$
- ΔDCH: isósceles $\rightarrow DC = x$
- En ⊿AHB: $3\alpha = 90°$

$$\alpha = 30°$$

$$\therefore \ \mathbf{x = 6}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 149



Piden: "x"

Dato $BC = AB + AD$

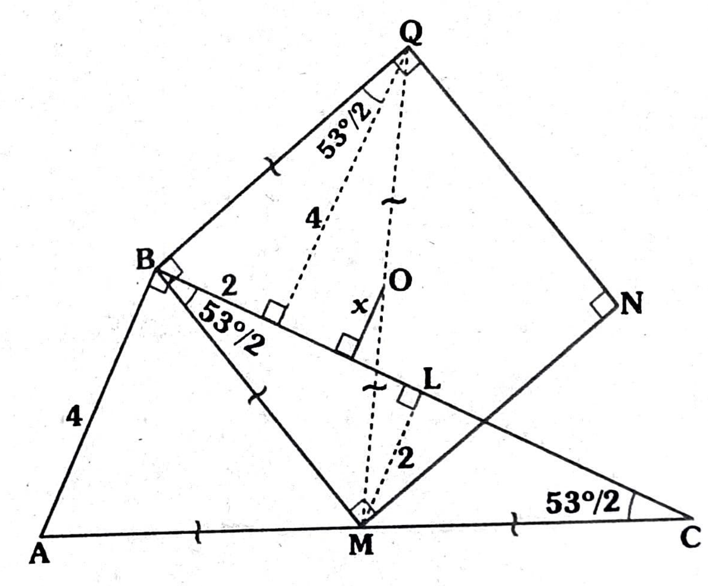
- Se ubica M en $\overline{BC}$ tal que: $m\measuredangle BDM = 30° \rightarrow \Delta ABD \cong \Delta MBD$
- ABMD: trapecio de simétrico $\Rightarrow \overline{BD} \perp \overline{AM}$
- ΔAMD: equilátero
- $MC = MD = MA \rightarrow m\measuredangle AMB = 50°$

$$\rightarrow m\measuredangle MAC = m\measuredangle MCA = 25°$$

$$\therefore \ \mathbf{x = 65°}$$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 150



Piden: "x"

- Como: $BC = 2(AB)$

$$\rightarrow \quad m\measuredangle ACB = \frac{53^\circ}{2}$$

- Se traza $\overline{ML} \perp \overline{BC}$ (L en $\overline{BC}$)

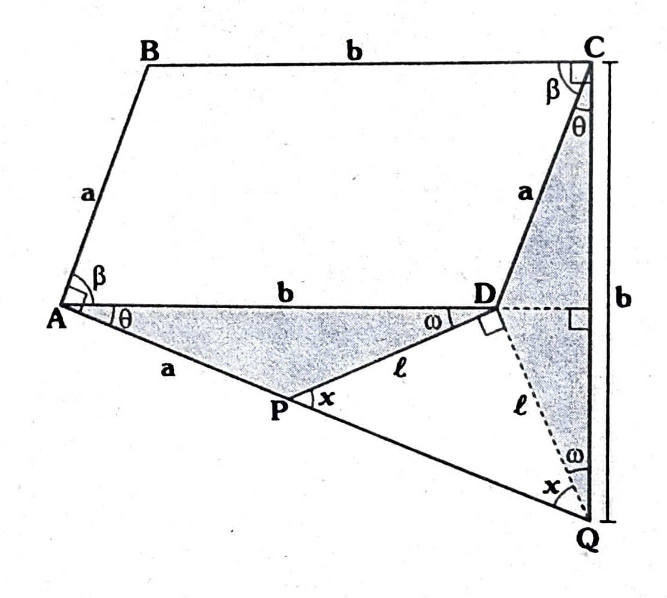
$$\rightarrow \quad ML = 2$$

- Por propiedad:

$$\boldsymbol{x = \frac{4-2}{2} = 1}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 151



Piden: "x"

- Como $m\measuredangle BAD = m\measuredangle BCD$

$\rightarrow \quad m\measuredangle PAD = m\measuredangle DCQ$

$\rightarrow \quad \Delta PAD \cong \Delta DCQ$ (LAL)

$\rightarrow \quad PD = DQ$ y

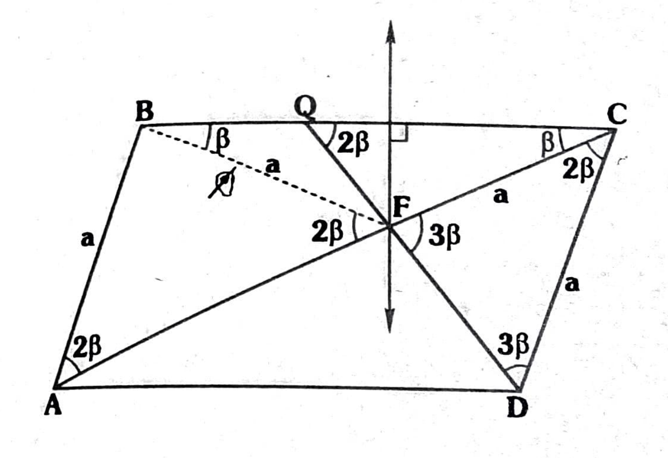
$m\measuredangle ADP = m\measuredangle CQD$

- Como $\overline{AD} \perp CQ \rightarrow m\measuredangle PDQ = 90^\circ$
- ΔPDQ : isósceles

$$\therefore \quad \boldsymbol{x = 45^\circ}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 152



Nos piden: $m\sphericalangle ACD$

- Por teorema de la mediatriz:

$$FB = FC$$

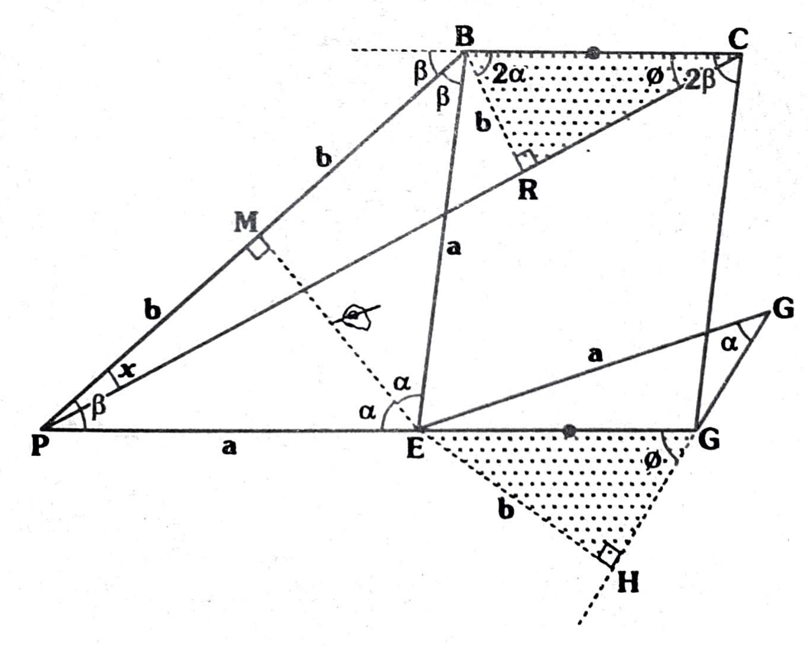
- ΔBFC , ΔABF y ΔFCD : isósceles

$$\Rightarrow \quad 3\beta + 3\beta + 2\beta = 180°$$

$$\therefore \quad \mathbf{2\beta = 45°}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 153



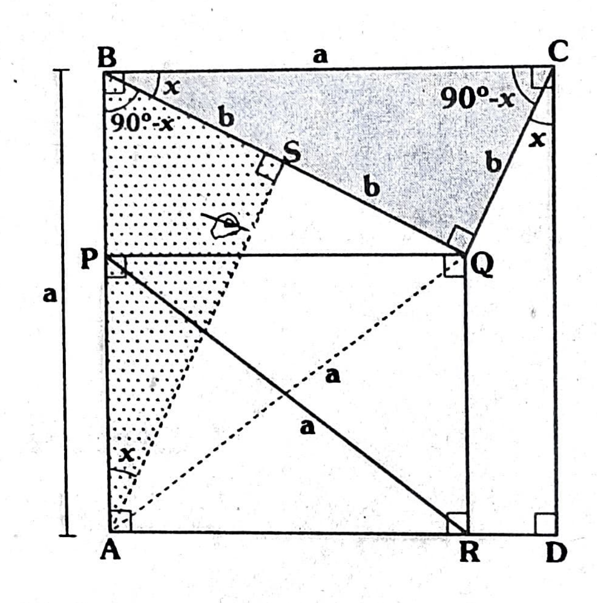
Nos piden: "x"

- Tenemos: $2\alpha + 2\beta = 180° \rightarrow \alpha + \beta = 90°$
- $⊿EMB \cong ⊿EHG \quad \rightarrow EH = PM = MB = b$
- $⊿EHG \cong ⊿BRC \quad \rightarrow BR = EH = b$
- $⊿PRB$: notable

$$\therefore \quad \mathbf{x = 30°}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 154



Piden: "x"

- Como APQR es un rectángulo

$\rightarrow$ AQ=PR

- ΔAQB : isósceles (AB=AQ)

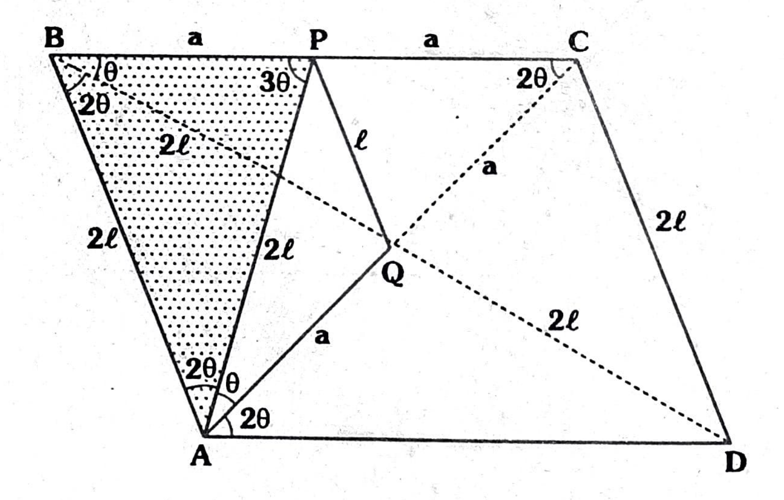
Se traza la altura $\overline{AS}$ $\rightarrow$ BS=SQ=b

- $\measuredangle$ASB $\cong$ $\measuredangle$BQC $\rightarrow$ CQ=b
- $\measuredangle$BQC: notable

$$x=\frac{53°}{2}=26°30'$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 155



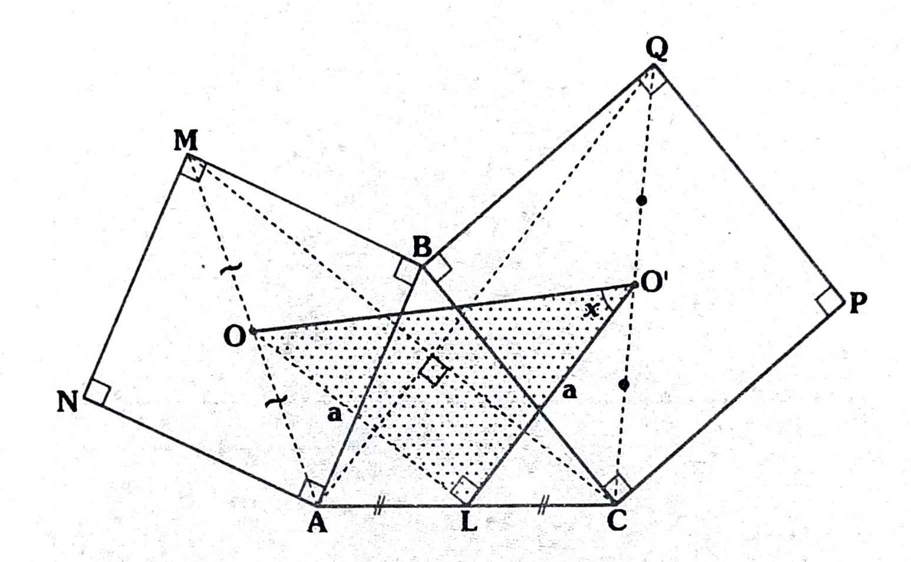
Piden "θ"

- Como ABPQ es un trapecio isósceles y $\overline{AQ}\not\parallel\overline{BP}$ $\Rightarrow$ $\overline{AB}//\overline{QP}$ y AQ=BP
- $\overline{PQ}$ para el ΔABC es base media
- ΔABP : isósceles $\Rightarrow$ 2θ+3θ+3θ=180°

$$\therefore\ \theta=\frac{45°}{2}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 156



Piden: "x"

- $\Delta ABQ \cong \Delta MBC \rightarrow AQ = MC$ y $\overline{AQ} \perp \overline{MC}$
- Por base media en:

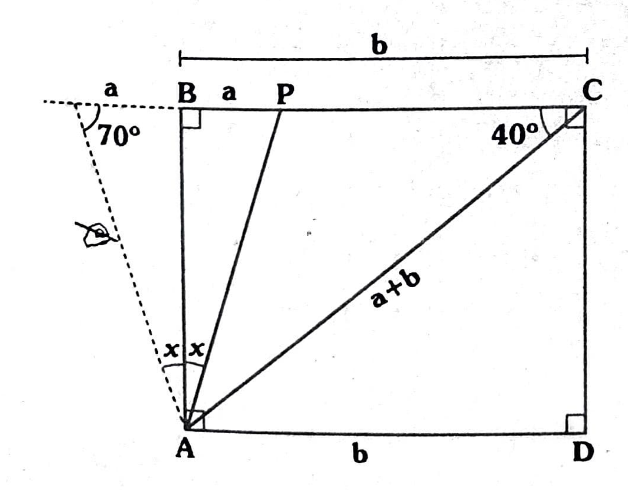
  – ΔAQC: $LO' = \dfrac{AQ}{2}$ y $\overline{LO'} // \overline{AQ}$ – ΔCMA: $LO = \dfrac{CM}{2}$ y $LO // \overline{MC}$

- Luego, el $\Delta OLO'$: isósceles

$\therefore$ $\mathbf{x = 45°}$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 157



Piden: "x"

- Se prolonga $\overline{CB}$ hasta L tal que:

  BP = BL = a

  $\Rightarrow$ ΔLPA: isósceles

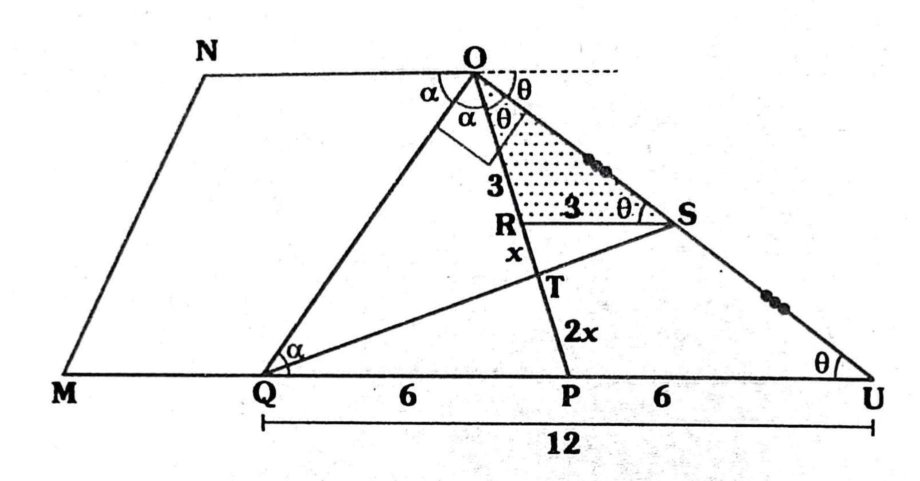
- Como LC=AC $\Rightarrow$ ΔALC: isósceles

  $\Rightarrow$ $m\measuredangle ALC = 70°$

$\therefore$ $\mathbf{x = 20°}$

Clave A

Resolución Nº 158



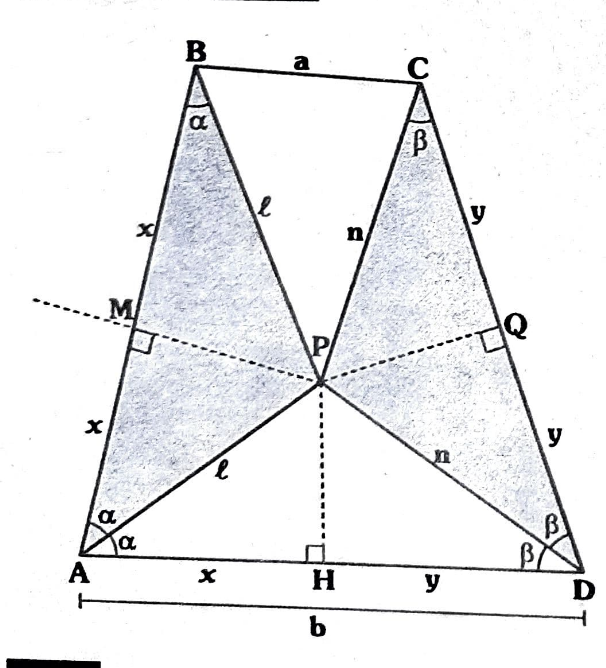
Piden: "x"

- Notemos que $m\measuredangle QOU = 90°$ y $\overline{RS}$ es base media del ΔPOU y $\overline{OP}$ es mediana del $\triangle QOU \Rightarrow$ QP=PU=OP=6 y RS=3
- Como RS=3 y QP=6 $\Rightarrow$ PT=2x
- Como OR=RP $\Rightarrow$ 3x=3

$$\therefore \quad \mathbf{x=1}$$

Clave A

Resolución Nº 159



Nos piden el perímetro de ABCD

- Por teorema de la bisectriz:

AM=AH y DH=DQ

- Como los triángulos APB y CPD son isósceles entonces:

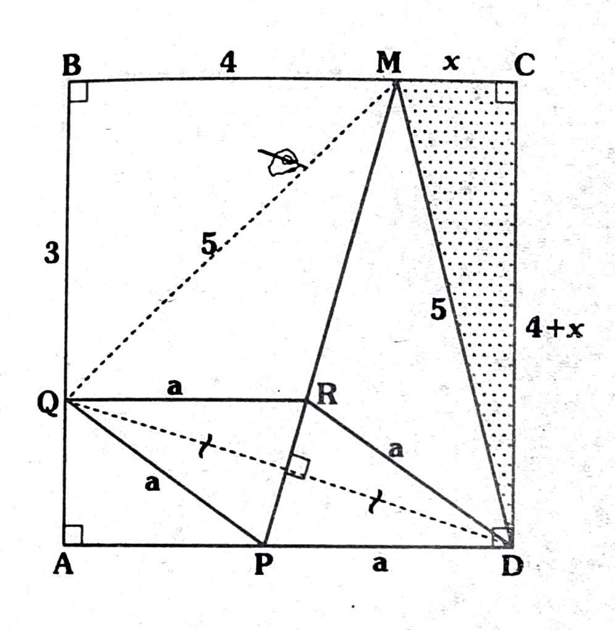
AM=MB y CQ=QD

- $\text{Perímetro}_{ABCD} = \underbrace{3x+3y}_{3b} + a$

$$\therefore \ \textbf{Perímetro}_{\textbf{ABCD}} = \mathbf{3b + a}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 160



Nos piden: "x"

- Se sabe que $\overleftrightarrow{PR}$ es mediatriz de $\overline{QD}$ $\Rightarrow$ HQ=HD=5
- ⊿HCD:

$$x^2+(x+4)^2=5^2$$

$$\Rightarrow \quad 2x^2+8x+16=25$$

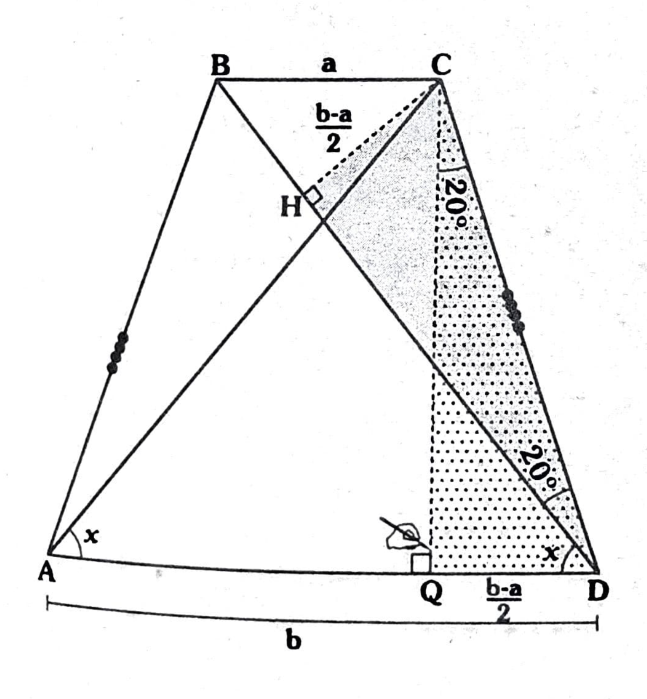
$$\underbrace{x^2+4x+4}=25=\frac{9}{2}+4$$

$$(x+2)^2=\frac{17}{2}$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{x=\frac{\sqrt{34}-4}{2}}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 161



Piden: "x"

- Por dato :

$$CH=\frac{b-a}{2}$$

- Propiedad (pág.):

$$DQ=\frac{b-a}{2}$$

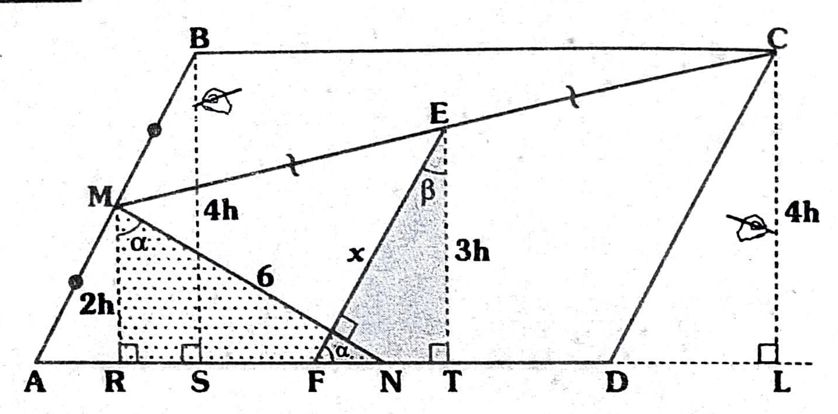
- Luego ⊿CHD ≅ ⊿DQC

$$\Rightarrow \quad m\measuredangle QCD=m\measuredangle HDC=20°$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{x=50°}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 162



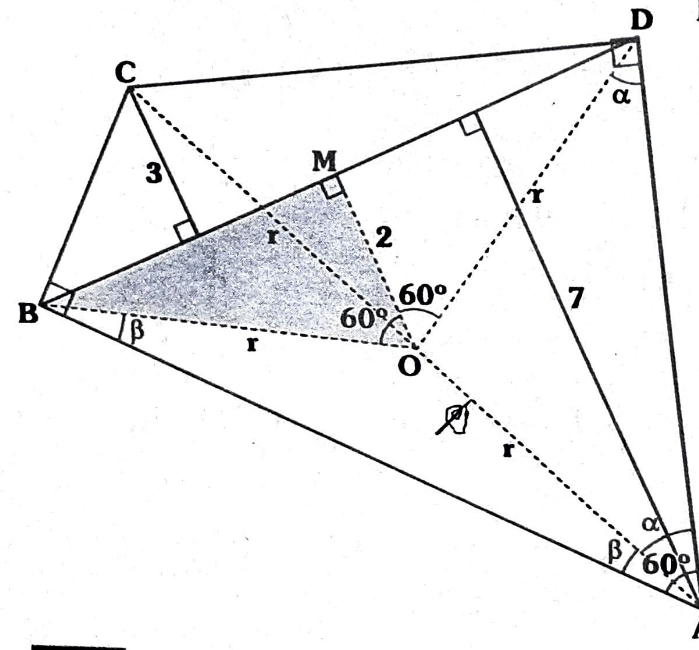
Piden: "x"

- Sea $CL = 4h \rightarrow BS = 4h$ y $MR = 2h$
- En el trapecio RMCL: $ET = \dfrac{2h+4h}{2} = 3h$
- En ⊿RMN y ⊿FTE: $\text{sen}\alpha: \dfrac{3h}{x} = \dfrac{2h}{6}$

$\therefore$ $\mathbf{x = 9}$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 163



Nos piden BD

- Sea O el punto medio $\overline{AC}$

$\Rightarrow$ AO=OC=OB=OD

$\Rightarrow$ $\alpha+\beta = 60°$ y $m\measuredangle BOD = 120°$

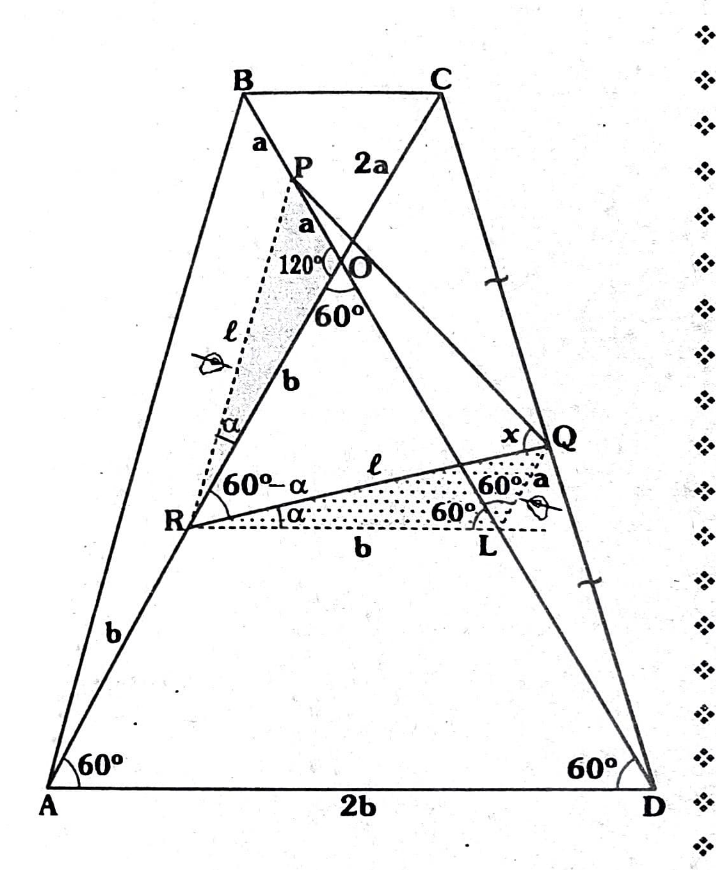
- Por propiedad: $OM = \dfrac{7-3}{2} = 2$
- ⊿BMO: notable de 30° y 60°

$\Rightarrow$ $BM = 2\sqrt{3}$

$\therefore$ $\mathbf{BD = 4\sqrt{3}}$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 164



Piden: "x"

- Como ABCD es un trapecio isósceles y m∢AOD = 60° ⇒ ΔBOC y ΔAOD son equiláteros.
- $\overline{LQ}$ es base media en el ΔBCD y ΔAOD
- ΔROP ≅ ΔRLQ

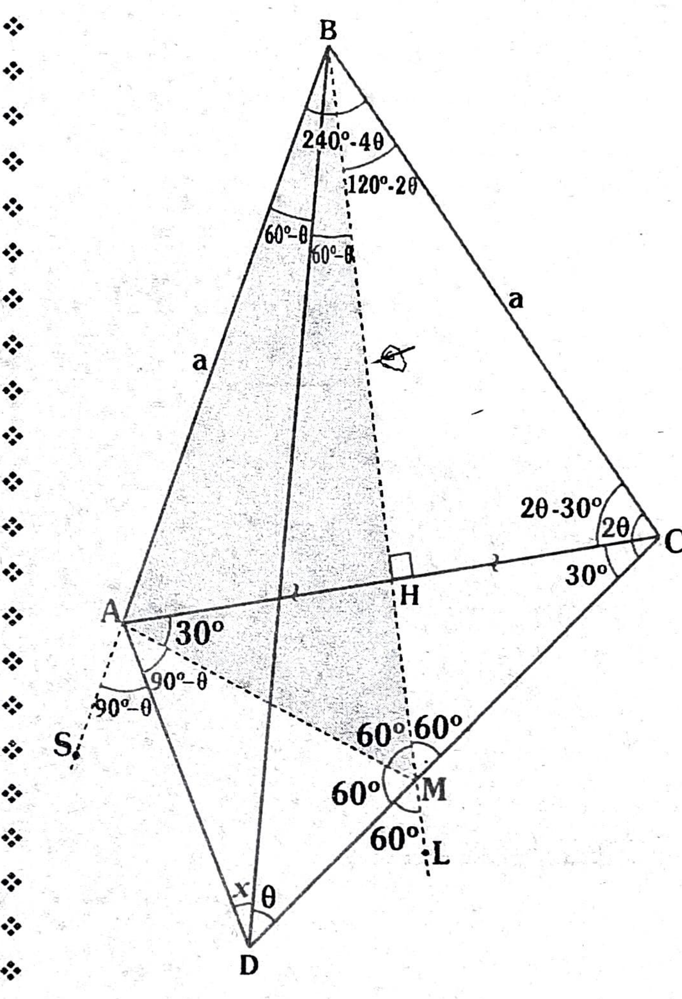
  ⇒ RP=RQ y

  m∢PRQ = 60°
- ΔRPQ : equilátero

∴ **x = 60°**

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 165



Piden: "x"

- Se traza la altura $\overline{BH}$ cuya prolongación corta a $\overline{DC}$ en M.

  ⇒ m∢CMH=m∢HMA = 60°
- Notemos que:

  m ∢ABD=m∢DBM y

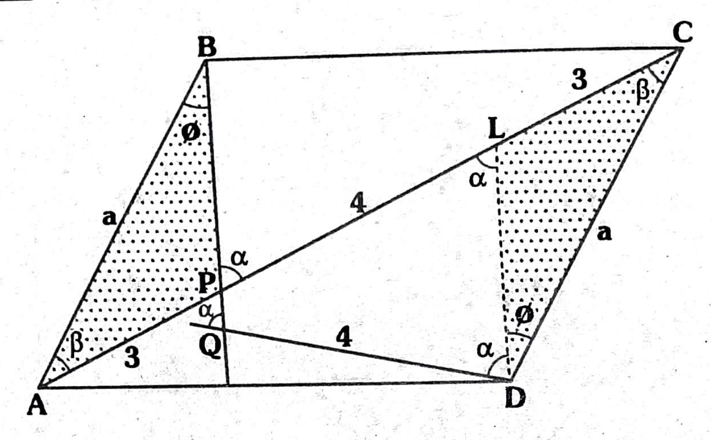
  m∢AMD=m∢DML

⇒ m∢SAD=m∢DAM = 90°−θ

∴ **x = 30°**

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 166



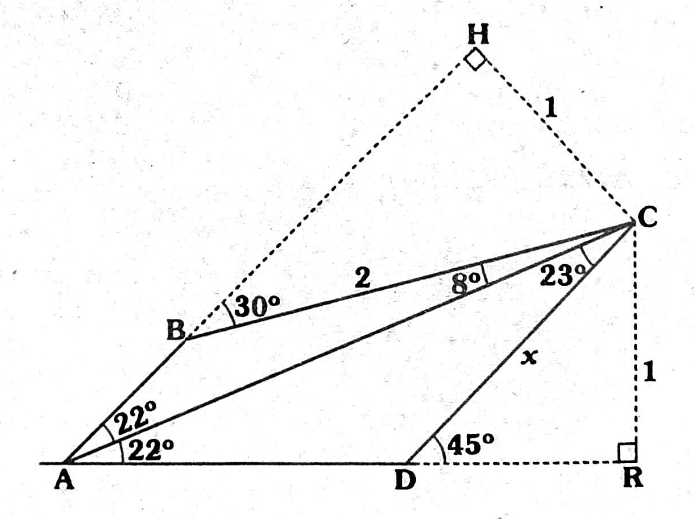
Piden: PC

- Se trata $\overline{DL} // \overline{QB}$ (L en $\overline{PC}$) $\Rightarrow$ QPLD es trapecio isósceles $\Rightarrow$ QD=PL=4
- $\Delta ABP \cong \Delta CDL$ (ALA) $\Rightarrow$ LC=3

$$\therefore \ \mathbf{PC = 7}$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 167

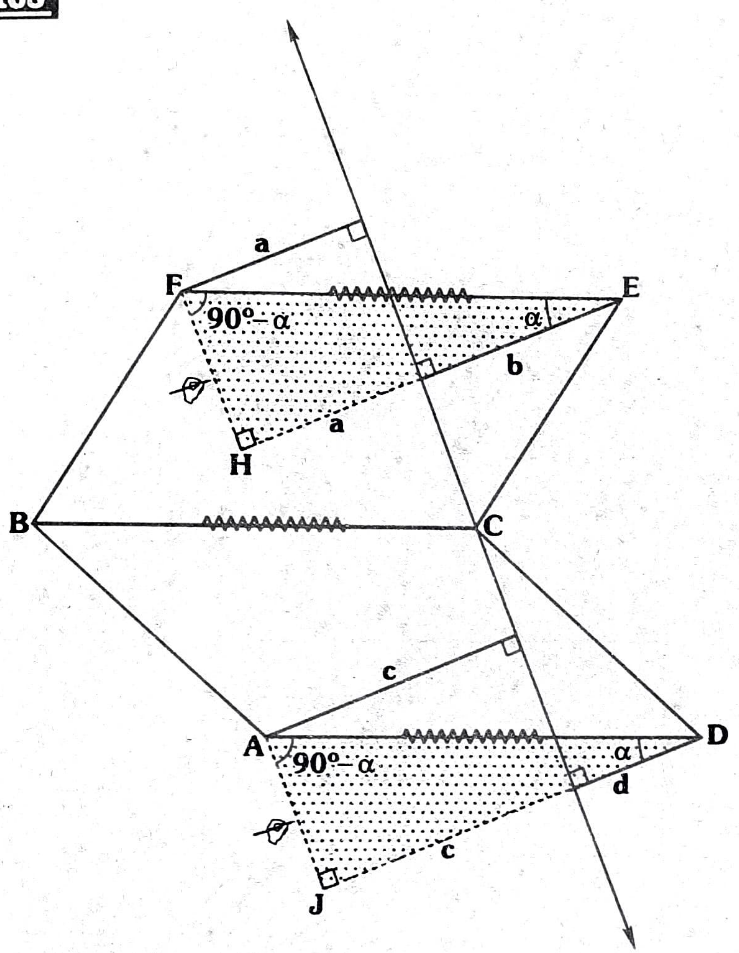


Piden: "x"

- Notemos que: $m\sphericalangle CBH = 30°$ y $m\sphericalangle CDR = 45°$
- En ⊿BHC: HC=1
- En ⊿DRC: $\mathbf{x = \sqrt{2}}$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 168

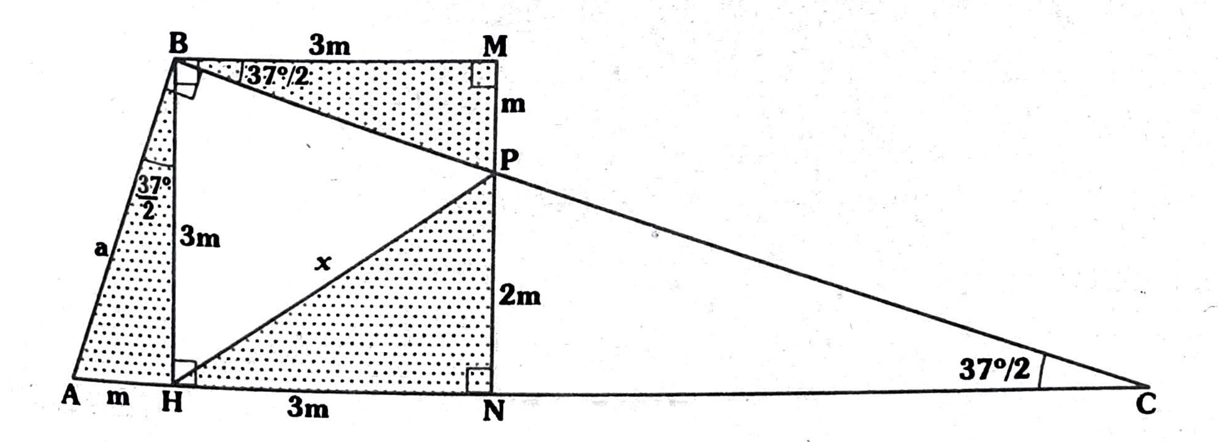


Piden la relación entre a, b, c y d

- Notemos que: $\triangle EFH \cong \triangle DJA \Rightarrow a+b=c+d$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 169



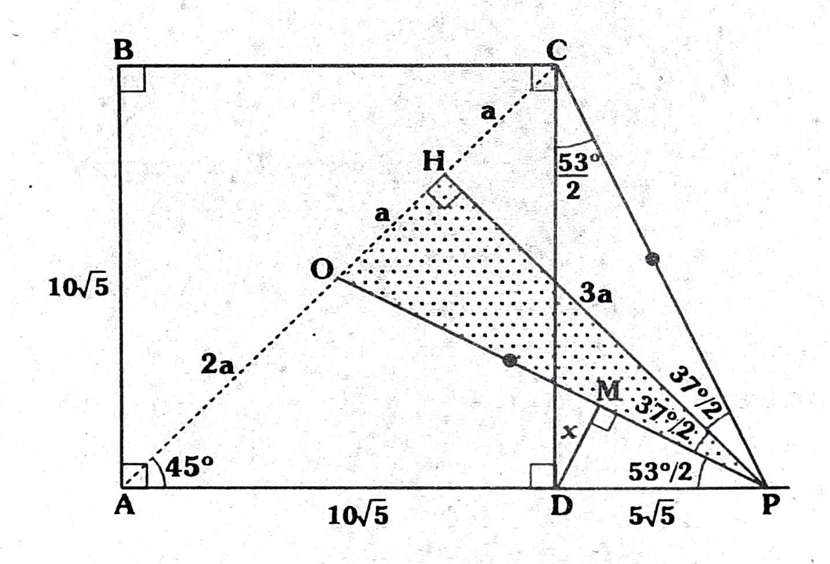
Piden: "x"

- $\triangle$AHB ≅ $\triangle$PMB
- En $\triangle$HNP: $x = m\sqrt{13}$
- En $\triangle$AHB: $a = m\sqrt{10}$

$$\therefore \quad x = \frac{a\sqrt{130}}{10}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 170



Piden: "x"

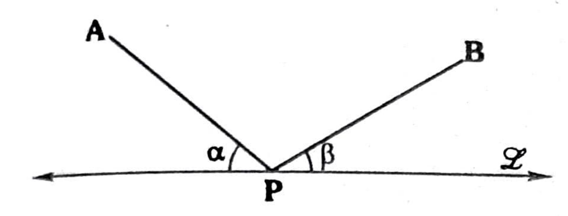
- Se traza $\overline{PH} \perp \overline{OC}$ (H en $\overline{OC}$) $\Rightarrow$ OH=HC=a
- $\triangle$AHP: HP=3a
- $\triangle$OHP: notable de 37°/2
- Luego: $m\sphericalangle DCP = 53°/2 \rightarrow DP = 5\sqrt{5}$
- En $\triangle$DMP:

$$x = 5$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 171

Usaremos:



Si "AP+PB" es el mínimo recorrido para ir de A hacia B tocando $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$ $\Rightarrow$ $\alpha=\beta$

- Primero: como BF=FO$\Rightarrow$ F$\in$ $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$ ($\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$ es mediatriz de $\overline{BO}$)
- Segundo: como el perímetro de AFCE es mínimo$\Rightarrow$ AF+FC es mínimo.
- Tercero: de la observación previa, F está en $\overline{BO}$
- Finalmente:

$$2a\sqrt{2} = 2\sqrt{10}$$

$$\rightarrow \quad a=\sqrt{5}$$

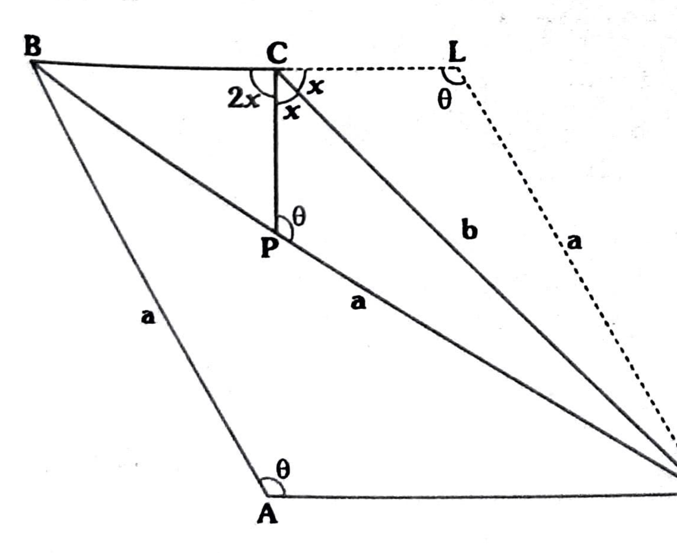
$$\rightarrow \quad FC=5$$

$\therefore$ **Perímetro$_{(AFCE)}$ = 20**

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 172

Piden: "x"



- Se traza el paralelogramo ABLD

$\Rightarrow$ LD=a y m$\sphericalangle$DLC = θ

- Como $\theta > 2x$ en el ΔBCP $\rightarrow$ $\theta > x$

$\Rightarrow$ $\Delta DPC \cong \Delta DLC$ (*4to caso*)

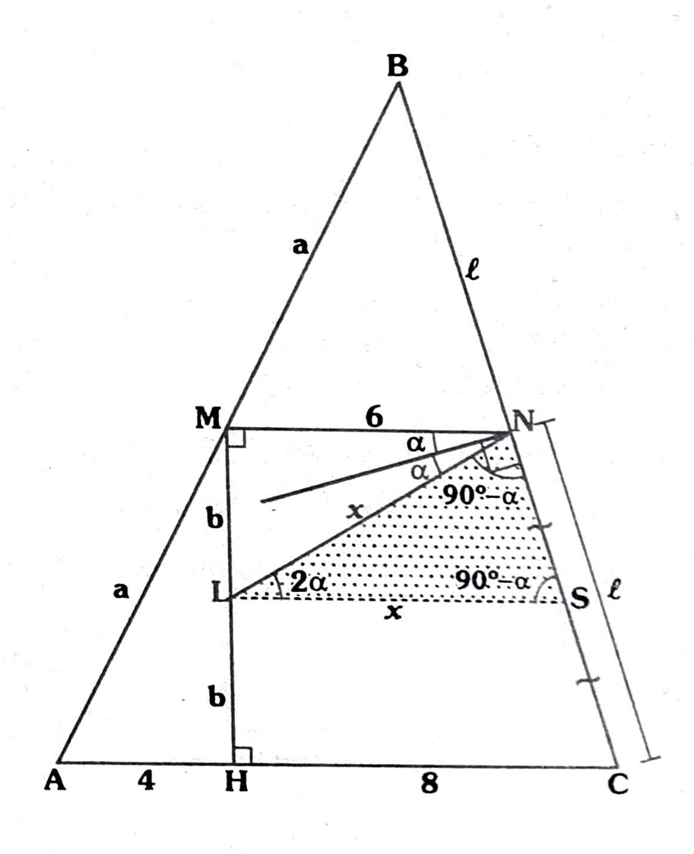
$\Rightarrow$ m$\sphericalangle$DCL = x

$$4x = 180^\circ$$

$\therefore$ $\mathbf{x = 45^\circ}$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 173



Nos piden: "x"

- En el trapecio HMNC se traza la base media $\overline{LS}$ $\Rightarrow$ $\overline{LS} // \overline{MN}$

  $\Rightarrow \Delta LNS$: isósceles $\Rightarrow$ $LS = x$

- En el ΔABC, $\overline{MN}$ es base media

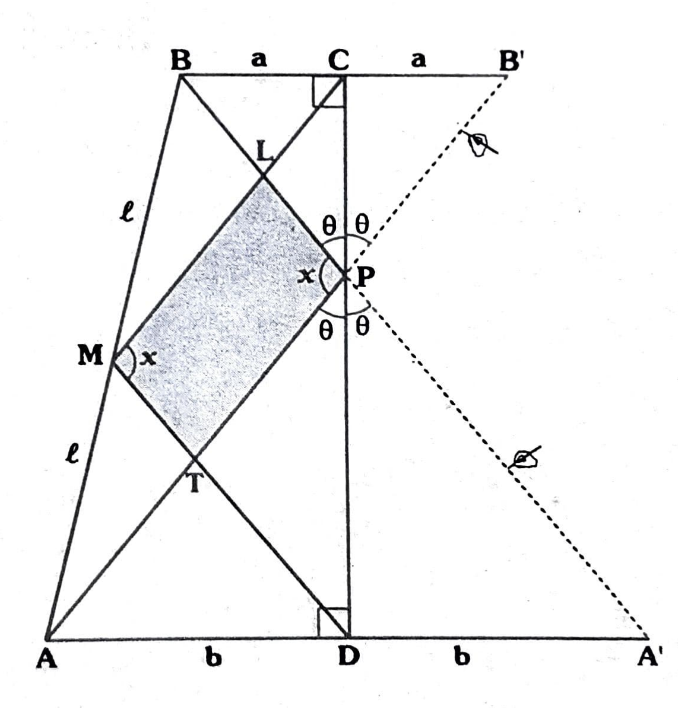
  $\Rightarrow MN = 6$

- Finalmente: $x = \dfrac{6+8}{2}$

  $\therefore$ $\boldsymbol{x = 7}$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 174



Piden "x" en función de "θ"

- En $\Delta ABB'$: $\overline{MC}$ es base media

  $\Rightarrow$ $\overline{MC} // \overline{AB'}$

- En $\Delta ABA'$: $\overline{MD}$ es base media

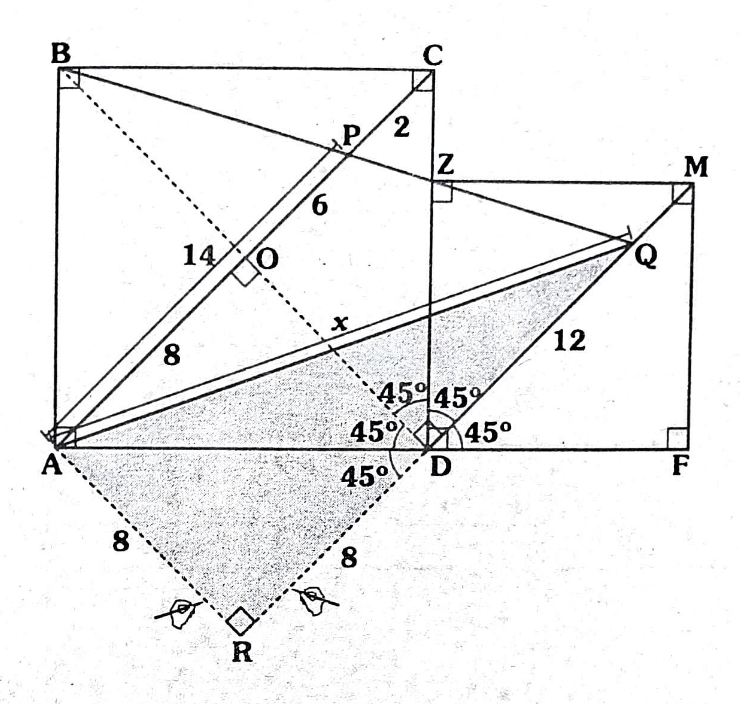
  $\Rightarrow$ $\overline{MD} // \overline{BA'}$

- Luego: MLPT es paralelogramo

  $\boldsymbol{x = 180° - 2\theta}$

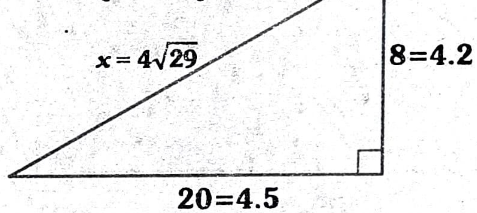
Clave C

RESOLUCIÓN Nº 175



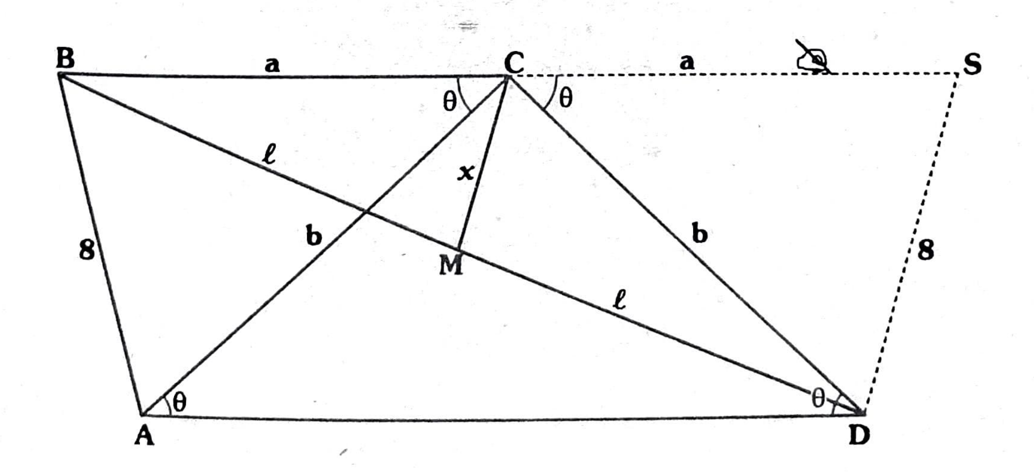
Nos piden: "x"

- Por base media en el ⊿BDQ: DQ=6
- En el ⊿ARQ :



Clave A

RESOLUCIÓN Nº 176



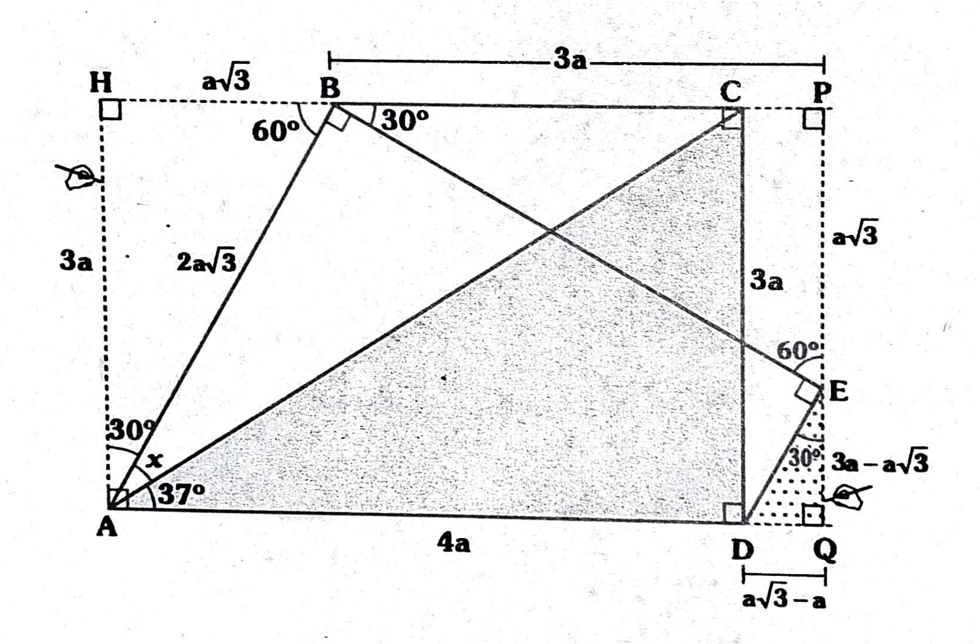
Piden : "x"

- Se prolonga $\overline{BC}$ hasta S tal que CS=BC=a
- $\Delta ACB \cong \Delta DCS$ (L.A.L) → DS=8
- En ΔDBS : $\overline{CM}$ es base media

$$\therefore\ x = 4$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 177



Piden: "x"

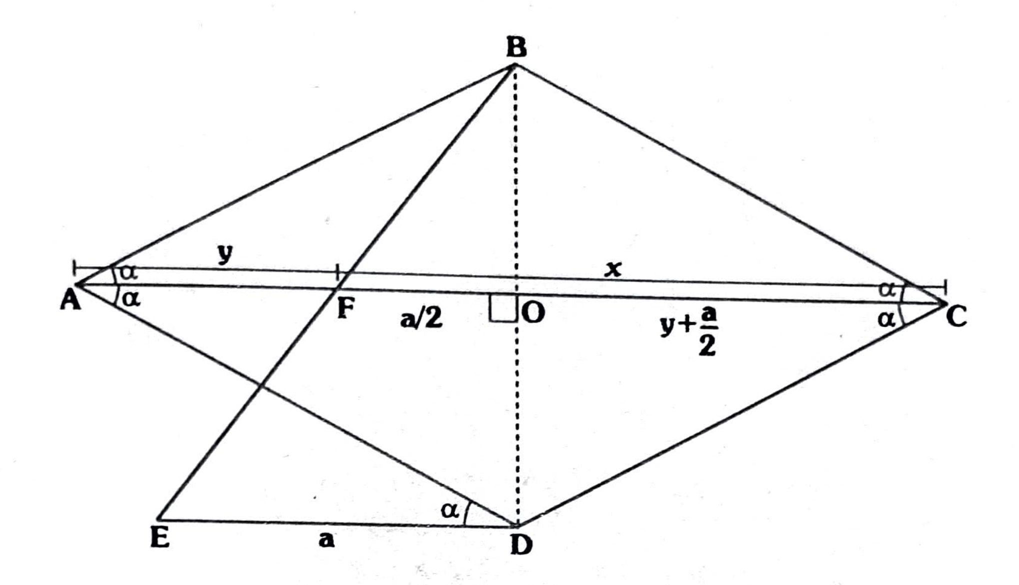
- Sean $AB = BE = 2a\sqrt{3}$ ⇒ AH=3a , $HB = a\sqrt{3}$
- ⊿DQE: notable $\left(EQ = 3a - a\sqrt{3}\right)$ ⇒ $DQ = a\sqrt{3} - a$

  ⇒ AD=4a
- ⊿ADC: notable de 37°

$$\therefore\ x = 23°$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 178



Nos piden: $x-y$

- Como $\overline{ED} /\!/ \overline{AC}$ y BO=OD

$$\Rightarrow \quad \overline{OF} \text{ es base media del } \triangle EDB \quad \Rightarrow \quad OF=\frac{a}{2}$$

- Como:

$$AO=OC=y+\frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow \quad x=y+a$$

$$\therefore \quad \mathbf{x-y=a}$$

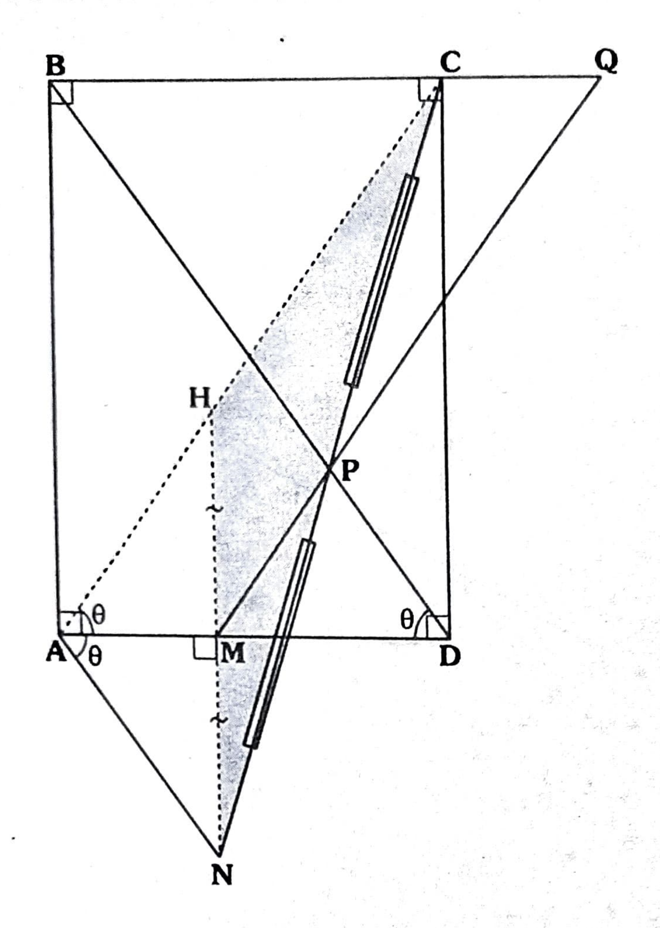
Clave D

RESOLUCIÓN Nº 179

Nos piden: BD

Dato: MQ=8

- Notamos en el $\triangle NAH$: N=MH
- En el $\triangle NHC$: $\overline{MP}$ es base media $\Rightarrow$ $\overline{MP} /\!/ \overline{HC}$
- Luego: ACQM es un paralelogramo

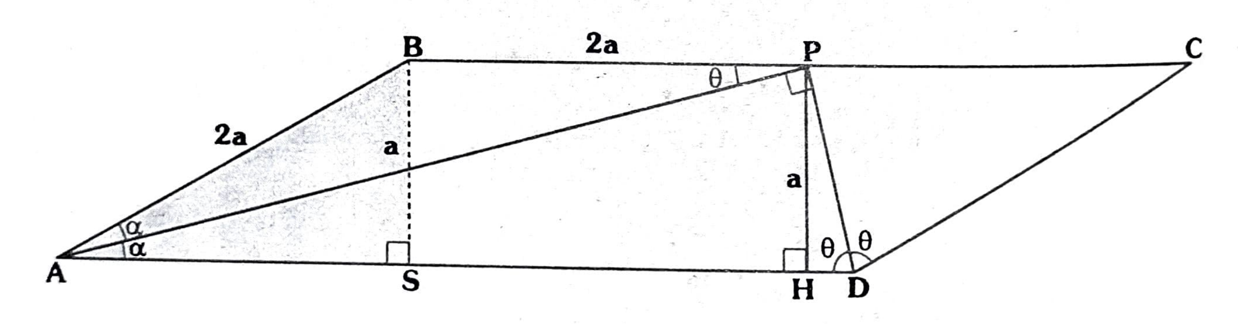


$$\Rightarrow \underbrace{AC}_{BD} = MQ = 8$$

$\therefore$ **BD = 8**

Clave E

Resolución Nº 180



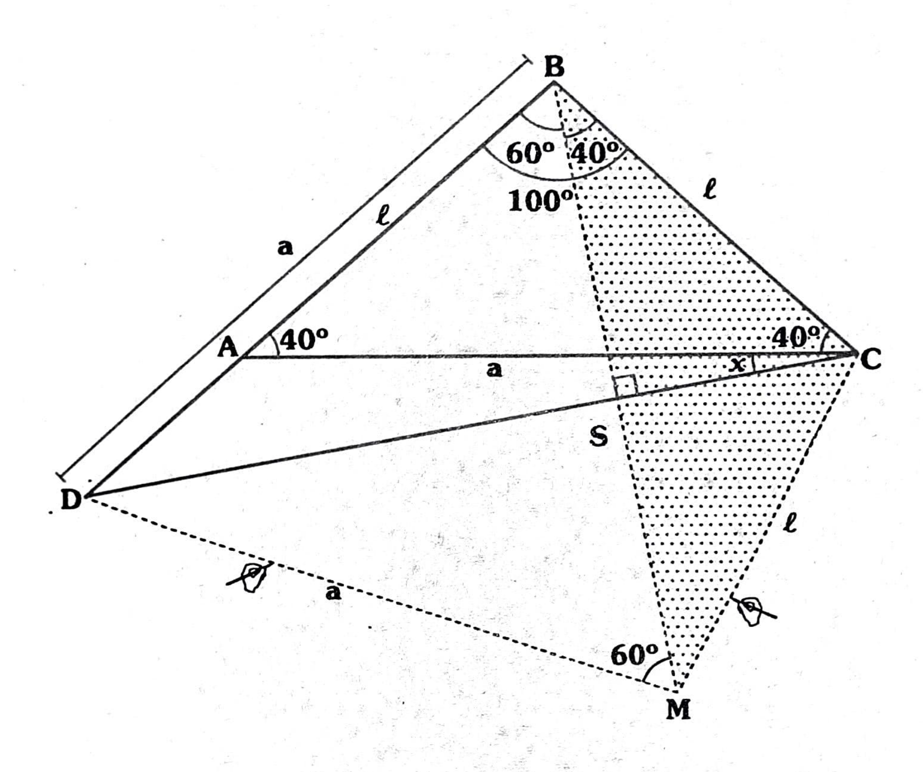
Nos piden: m∢BCD

- ΔABP : isósceles $\Rightarrow$ AB=BP=2a
- Se traza $\overline{BS} \perp \overline{AD}$ (S en $\overline{AD}$) $\Rightarrow$ BS=PH=a
- ◺ASB: notable de 30° $\Rightarrow \underbrace{2\alpha}_{m∢BCD}$ **=30°**

Clave B



Resolución Nº 181



Nos piden: "x"

- Se ubica M en la región exterior relativa a $\overline{AC}$ tal que:

$$m\measuredangle DBM = 60^\circ \;\; y \;\; BM = DB = a \;\; \Rightarrow \;\; \Delta DBM: \text{equilátero}$$

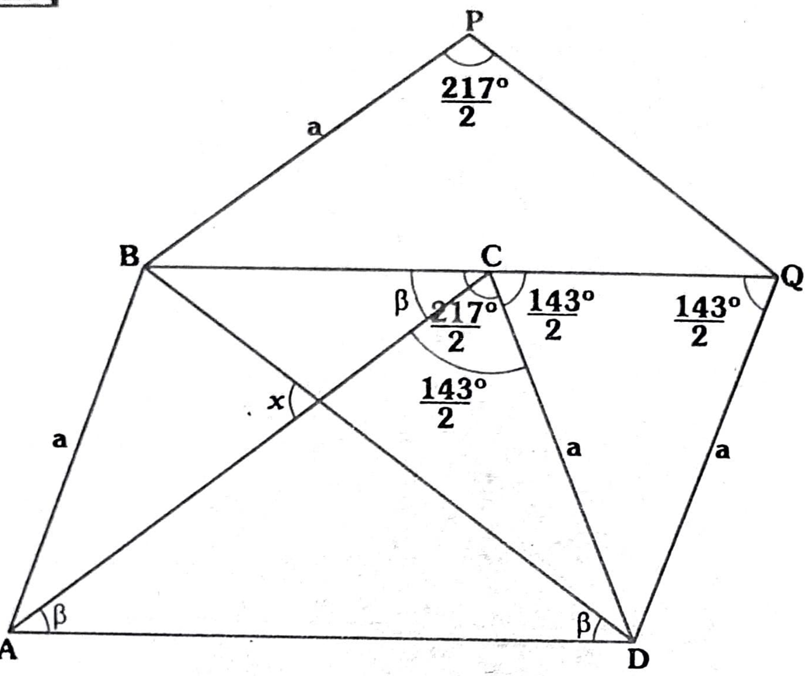
- $\Delta ABC \cong \Delta CBM \Rightarrow CM = \ell$
- ABCM: trapezoide simétrico

$$\Rightarrow \quad x + 40^\circ = 50^\circ$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{x = 10^\circ}$$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 182



Piden: "x"

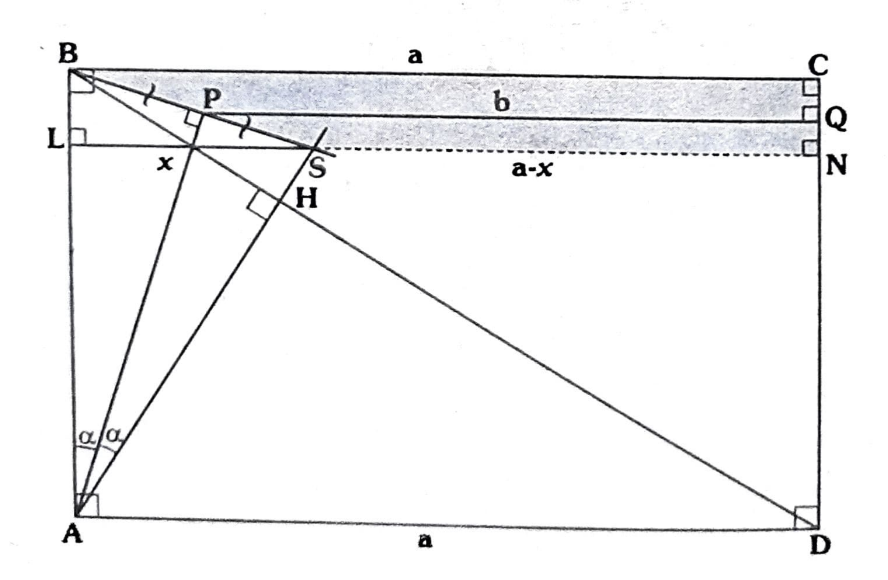
- Como los trapecios son isósceles y congruentes

$$\Rightarrow DC=DQ \text{ y } m\measuredangle BPQ = m\measuredangle DCP = \frac{217°}{2} \Rightarrow m\measuredangle DCQ = \frac{143°}{2} \Rightarrow \beta = 37°$$

$$\therefore \ \mathbf{x = 74°}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 183



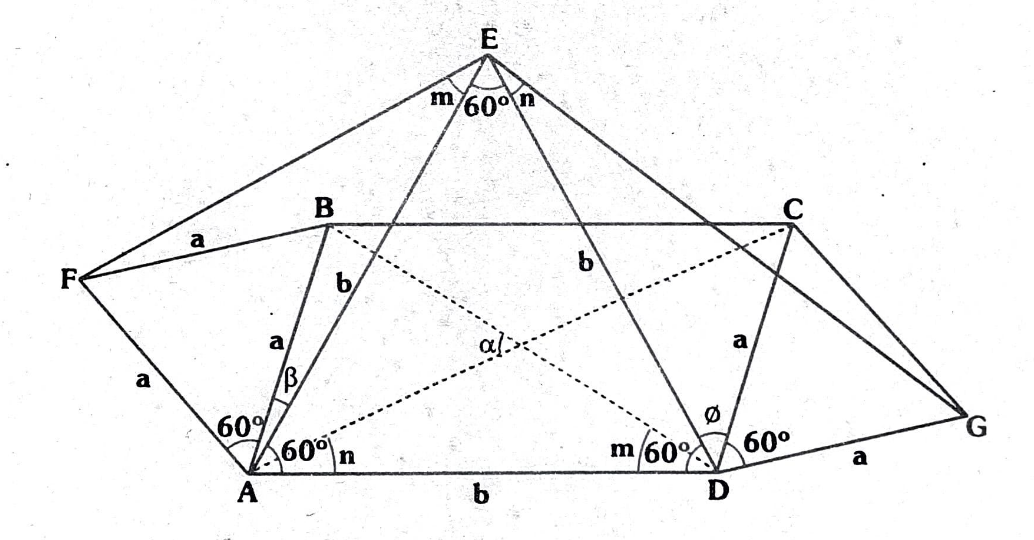
Piden: BH

- $\triangle ABS$: isósceles $\Rightarrow$ BP=PS
- $\measuredangle BLS \cong \measuredangle SHB$ $\Rightarrow$ $SL=BH=x$
- En el trapecio SNCB: $\dfrac{a-x+a}{2}=b$

$$\therefore\ \ x = 2a - 2b$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 184



Piden: $m\measuredangle FEG$

$\triangle FAE \cong \triangle BAD$ $\rightarrow$ $m\measuredangle FEA = m\measuredangle BAD = m$

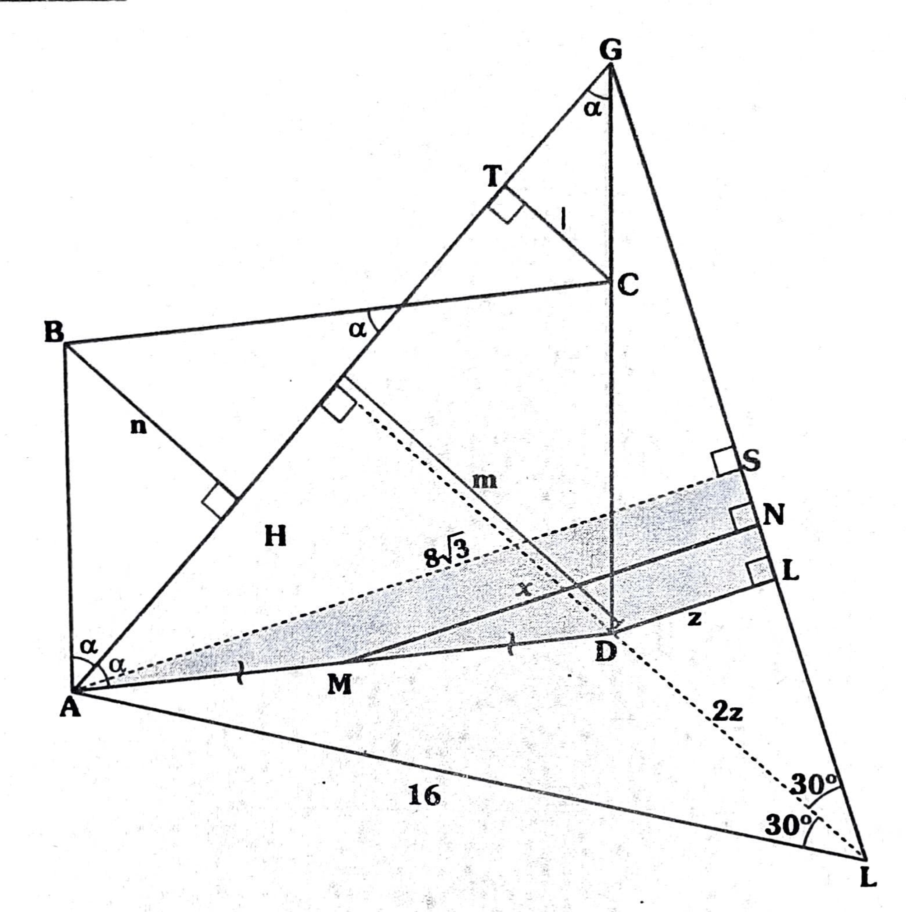
$\triangle GDE \cong \triangle CDA$ $\rightarrow$ $m\measuredangle DEG = m\measuredangle CAD = n$

- Como: $m+n=\alpha$

$$\therefore\ \ m\measuredangle FEG = 60° + \alpha$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 185



Nos piden: "x"

Datos: $n + \ell = 6\sqrt{3}$

- En el trapecio ASLD: $x = \dfrac{8\sqrt{3} + z}{2}$ ... (I)

- Como $AD = DG \Rightarrow \overline{LD} \perp \overline{AG} \Rightarrow 2z + m = 8\sqrt{3}$ ... (II)
- En el paralelogramo ABCD: $m = n + \ell$ ... (III)

- De (I) y (III):

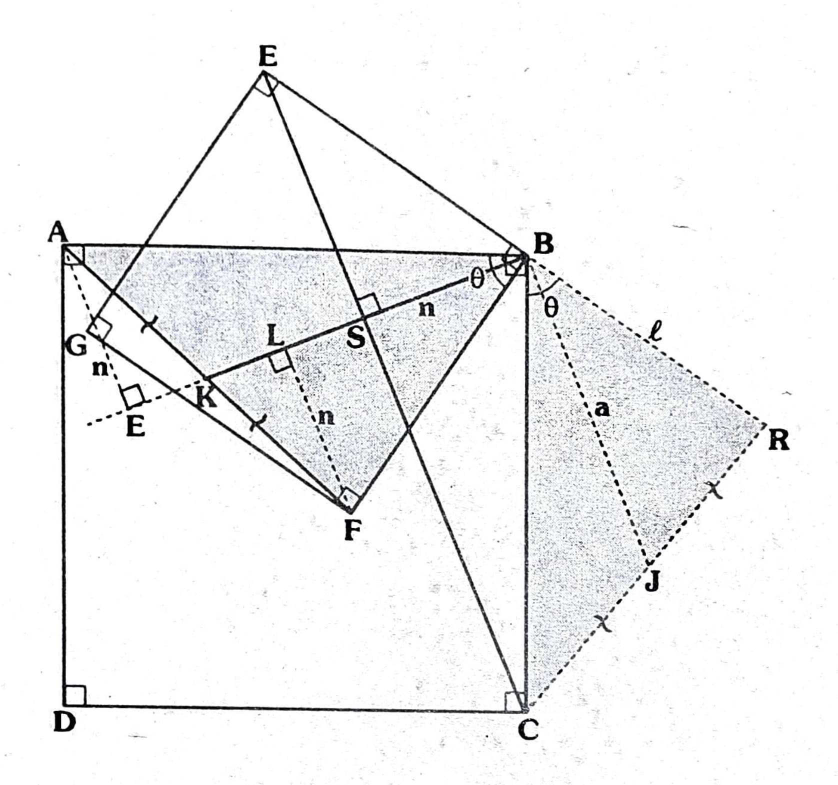
$$2z + \underbrace{n + \ell}_{6\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \ z = \sqrt{3}$$

$$\therefore \ \mathbf{x = 4,5\sqrt{3}}$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 186



Nos piden EC

- ⊿CSB ≅ ⊿AEB → AE = BS = n
- ⊿ESB ≅ ⊿BLF → LF = BS = n
- ⊿AEK ≅ ⊿FLK → AK = KF
- Se prolonga $\overline{EB}$ hasta R tal que EB = BR

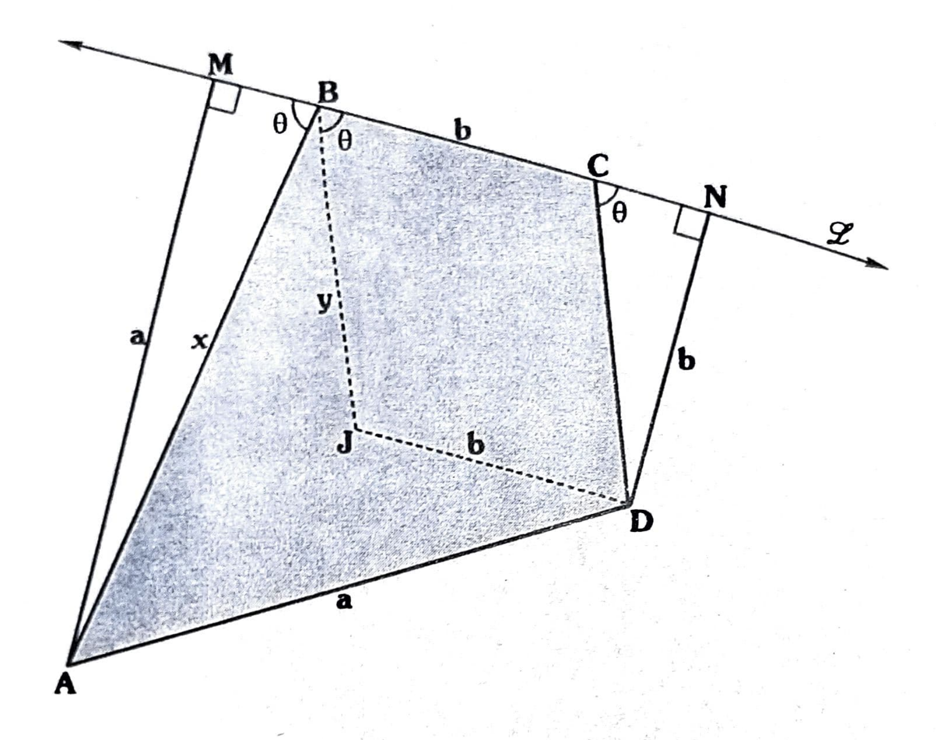
  → ΔABF ≅ ΔCBR

  → BK = BJ = a (*medianas homólogas*)
- En ΔERC : $\overline{BJ}$ es base media

$$\therefore \ \mathbf{EC = 2a}$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 187



Piden: $\dfrac{x}{y}$

Dato: perímetro$_{(ABCD)}$ es mínimo

- Perímetro$_{(ABCD)} = \underbrace{a+b}_{CTE} + x + y \quad \Rightarrow \quad$ "$x+y$" es mínimo O
- Se traza el paralelogramo DCBJ.
- Como A y J son fijos, el problema consiste en ubicar B en $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$ tal que AB+BJ es mínimo

$$\Rightarrow \quad m\sphericalangle ABM = m\sphericalangle JBC$$

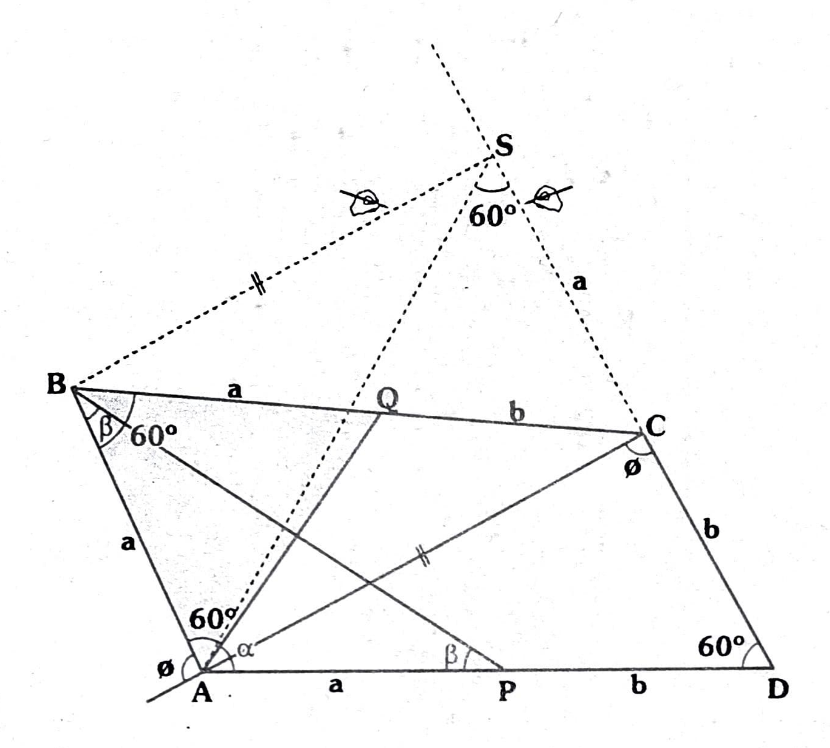
- Luego en ⊿ABM y ⊿DNC

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

$$\therefore \quad \frac{x}{y} = \frac{a}{b}$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 188



Nos piden: $2\beta+\alpha$

- Se prolonga a $\overline{DC}$ hasta S tal que CS=a ⇒ BACS es trapecio isósceles

  ⇒ AS=BC=a+b

- ΔADS : equilátero
- También:

$$m\measuredangle ASC = m\measuredangle ABC = 60° \Rightarrow \Delta ABQ: \text{ equilátero}$$

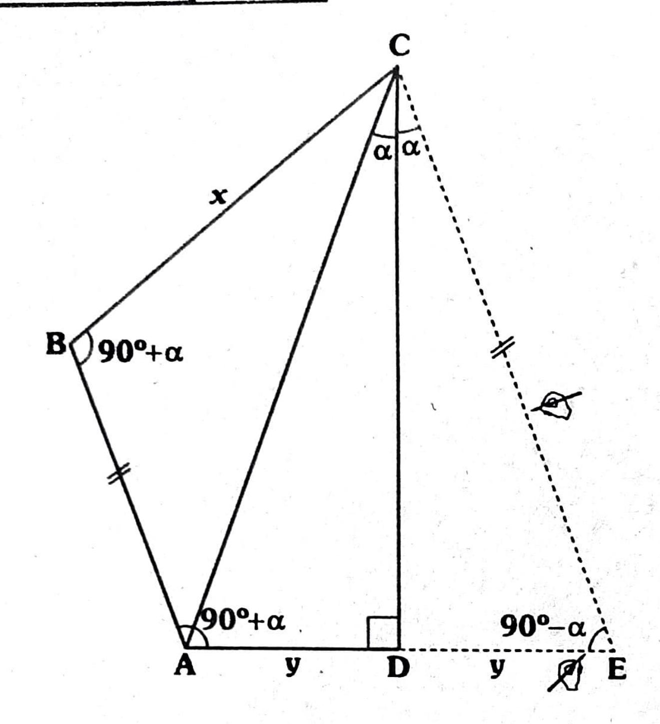
- En ΔABP :

$$2\beta+\alpha+60°=180°$$

$$\therefore \ \mathbf{2\beta+\alpha=120°}$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 189



Piden: $\frac{x}{y}$

- Se prolonga $\overline{AD}$ hasta E tal que AD=DE=y

$\Rightarrow$ ΔACE : isósceles

$\Rightarrow$ $m\sphericalangle AEC = 90° - \alpha$

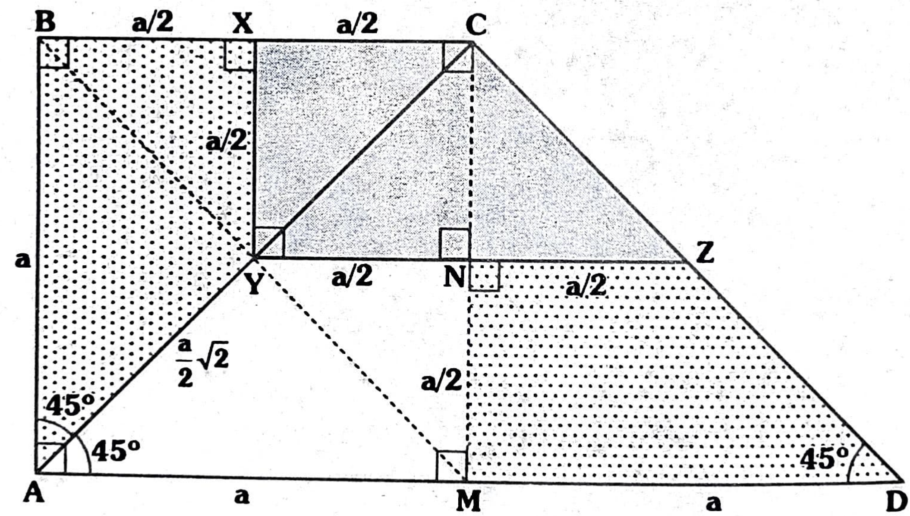
- Notemos que EABC es trapecio isósceles

$\Rightarrow$ $x = 2y$

$\therefore$ $\frac{x}{y} = 2$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 190

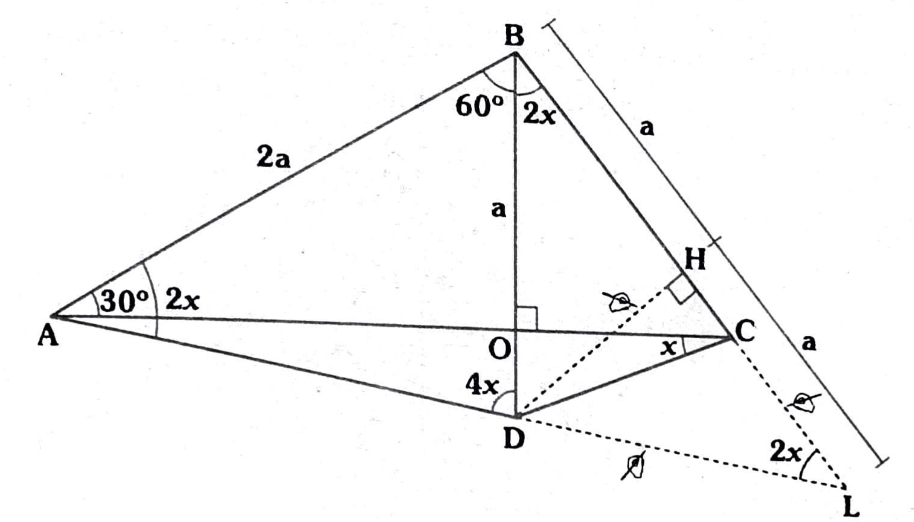


Nos piden el perímetro de cada una de las regiones congruentes en que se divide el trapecio ABCD.

- Al trazar la altura $\overline{CM}$ se observa que ABCM es un cuadrado y el ⊿CMD es isósceles.
- Las regiones ABXY, ZYXC, DMNZ y AMNY son congruentes.
- Luego su perímetro es: $2a + \frac{a}{2}\sqrt{2}$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 191

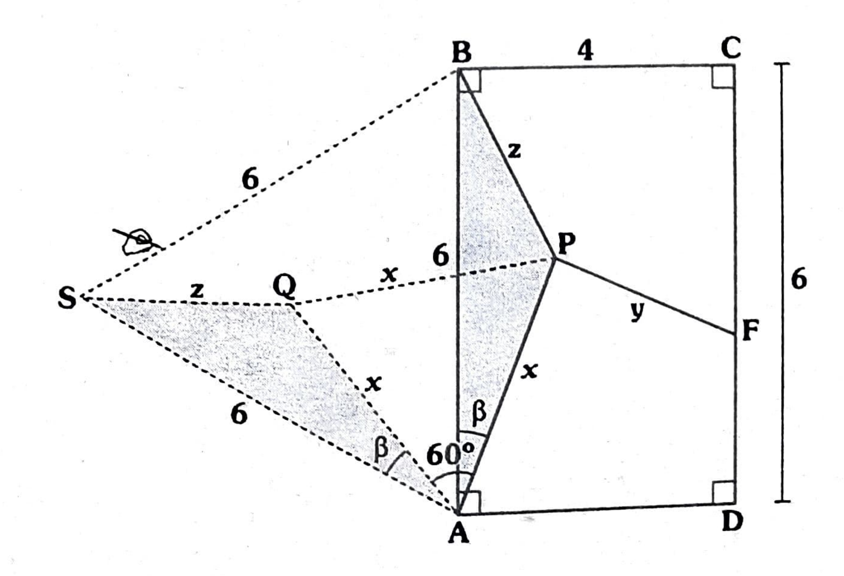


Nos piden: "x"

- Se prolonga $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ hasta que se corten en L
- Luego ΔDBL y ΔDBC : isósceles
- Se traza altura $\overline{DH}$ en el ΔDBL $\Rightarrow$ BH=HL=a
- En ΔDBC : isósceles $\Rightarrow$ OB = BH = a
- ⊿AOB: notable de 30° $\Rightarrow$ AB=2a
- ΔABL : isósceles $\Rightarrow$ m∢BAD = 2x
- En ΔABD : $\quad x = 20°$

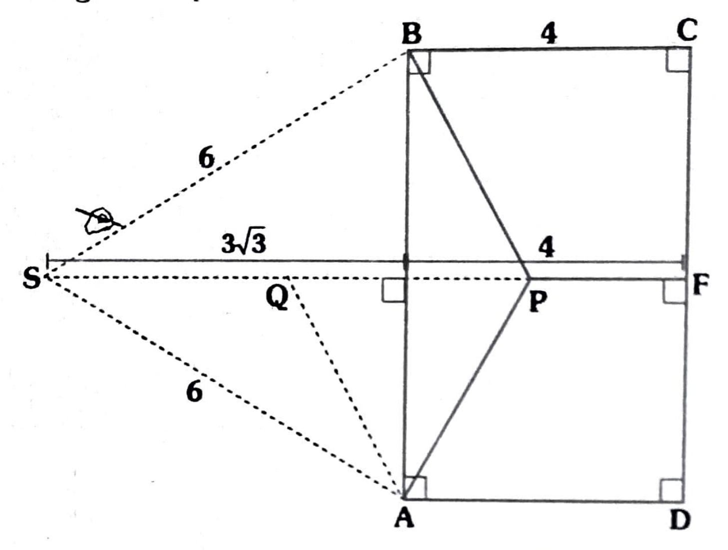
Clave C

RESOLUCIÓN Nº 192



Piden el mínimo valor de "$x + y + z$"

- Se trazan los triángulos equiláteros AQP y ABS $\Rightarrow \Delta PAB \cong \Delta QAS \Rightarrow SQ = Z$
- El mínimo valor se dá cuando: S, Q, P y F son colineales y la recta que los contiene debe ser perpendicular a $\overline{CD}$.
- El gráfico quedaría asi:



Finalmente:

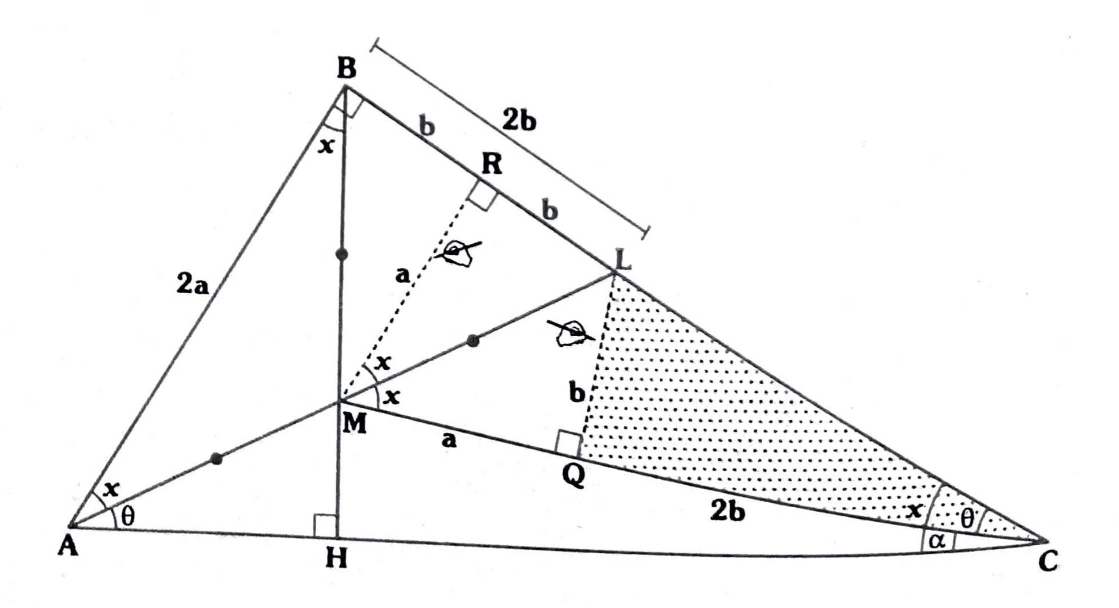
$$x + y + z = SF = 4 + 3\sqrt{3}$$

Clave C



Se prueba que: AP=PB y CF=FD

RESOLUCIÓN Nº 193



Nos piden: "x"

Dato: MC=a+2b

- Como $AM = ML$ entonces al trazar $\overline{MR} // \overline{AB}$ (R en $\overline{BL}$) $\Rightarrow$ BR=RL=b y MR=a
- Notemos: $\alpha + \theta = x \Rightarrow m\measuredangle CML = x$
- Por teorema de la bisectriz: MR=MQ=a

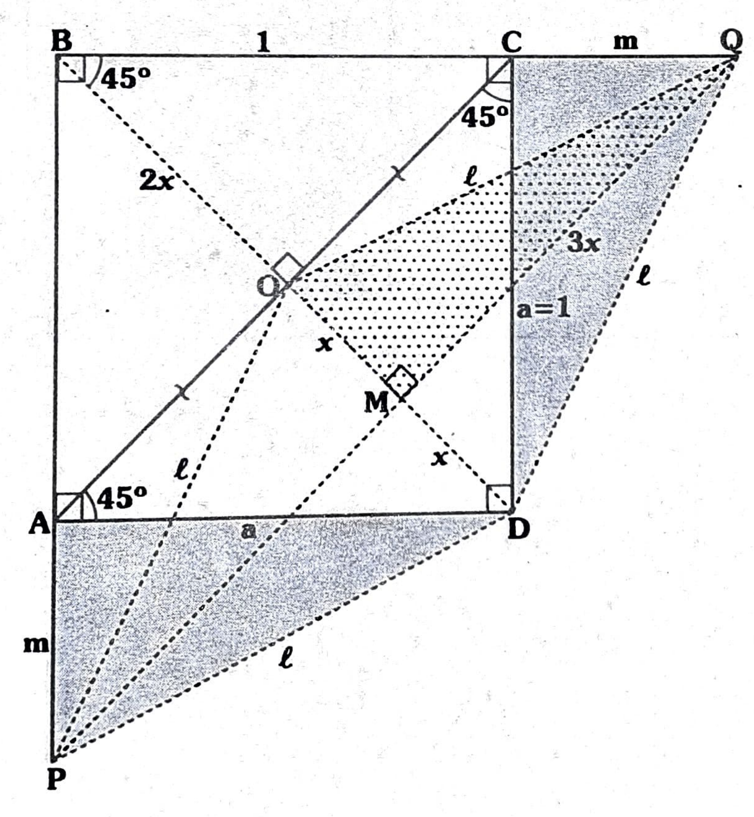
$$LR = LQ = b \Rightarrow QC = 2b$$

- ⊿LQC: notable de 53°/2

$$\therefore \quad \mathbf{x = 31{,}75°}$$

Clave C

Resolución Nº 194



Sea el perímetro del rombo POQD: ℙ

Nos piden: ℙ

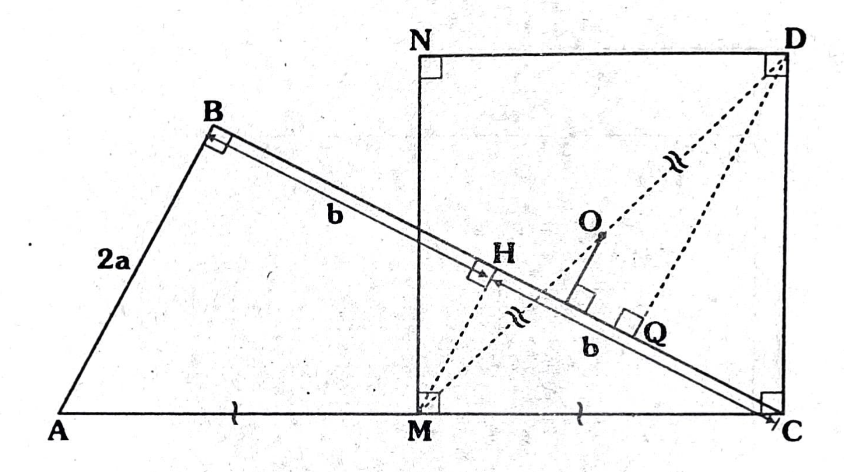
- ⊿PAD ≅ ⊿QCD ⇒ AP=CQ
- ΔPAO ≅ ΔQCO ⇒ AO=OC ⇒ O es centro del cuadrado
- ⊿BMQ: notable de 45

- $\measuredangle$OMQ: notable $\Rightarrow$ $\ell = x\sqrt{10}$
- $\measuredangle$BOC: $2x\sqrt{2} = 1$ $\Rightarrow$ $4\ell = 4x\sqrt{2}\sqrt{5}$

$$\therefore \quad \mathbb{P} = 4\ell = 2\sqrt{5}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 195



Nos piden: "x"

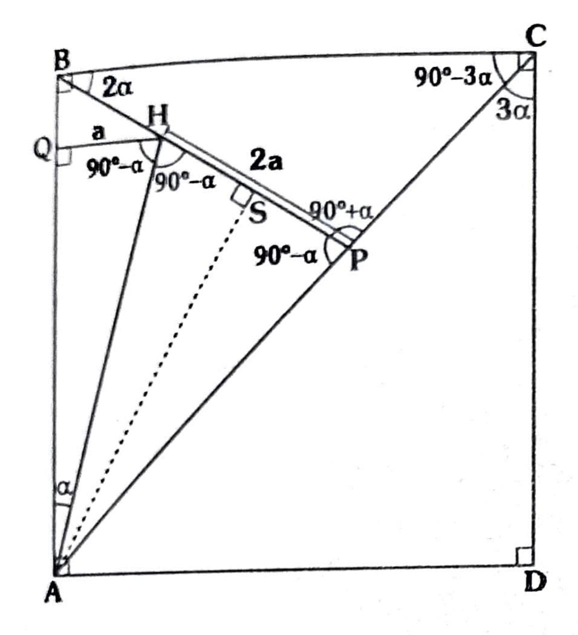
Datos: $BC - AB = 4\sqrt{3}$ $\Rightarrow$ $2b - 2a = 4\sqrt{3}$ $\Rightarrow$ $b - a = 2\sqrt{3}$

- Se traza: $\overline{MH} \perp \overline{BC}$ y $\overline{PQ} \perp \overline{BC}$
- En $\measuredangle$ABC, por base media: MH=a y BH=HC
- $\measuredangle$MHC $\cong$ $\measuredangle$PQC $\Rightarrow$ PQ=b
- Por propiedad:

$$x = \frac{b-a}{2} = \sqrt{3}$$

Clave D

Resolución N° 196



Analizando los datos, tenemos:

$$m\measuredangle QHA = m\measuredangle AHP$$

$\Rightarrow$ HQ=HS

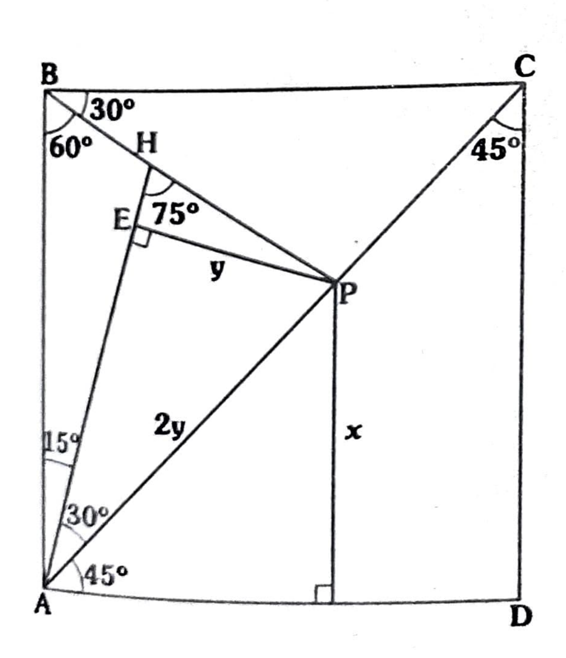
$\Rightarrow$ ΔAHP: isósceles

$\Rightarrow$ $m\measuredangle APH = 90° - \alpha$

$\Rightarrow$ A, P y C: colineales

$\Rightarrow$ $3\alpha = 45 \Rightarrow \alpha = 15$

La figura quedaría así:



Nos piden: $\dfrac{x}{y}$

$\triangle$AEP: notable de 30°

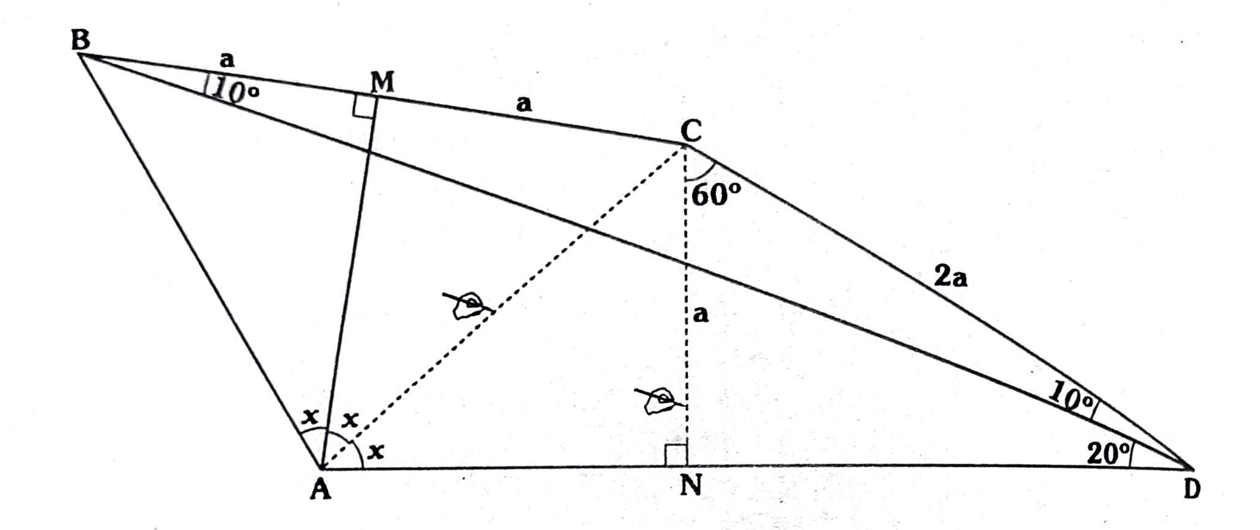
$\triangle$AFP: notable de 45°

$$\Rightarrow x\sqrt{2} = 2y$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \sqrt{2}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 197



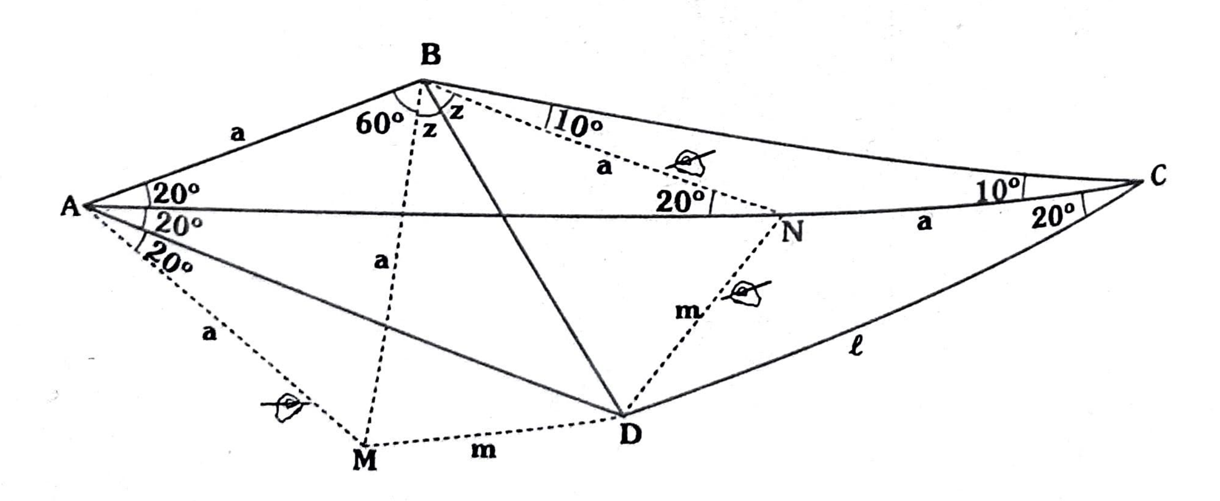
- Se traza $\overline{AC}$ y $\overline{CN} \perp \overline{AC}$ (N en $\overline{AC}$) $\Rightarrow$ AB=AC
- ⊿CND: notable de 30°, como BC=CD=2a $\Rightarrow$ CN=a
- $\overrightarrow{AC}$ es bisectriz del ∢MAN
- Como m∢BCN = 100°

$$\therefore \quad x = 40°$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 198

Nos piden m∢DBC



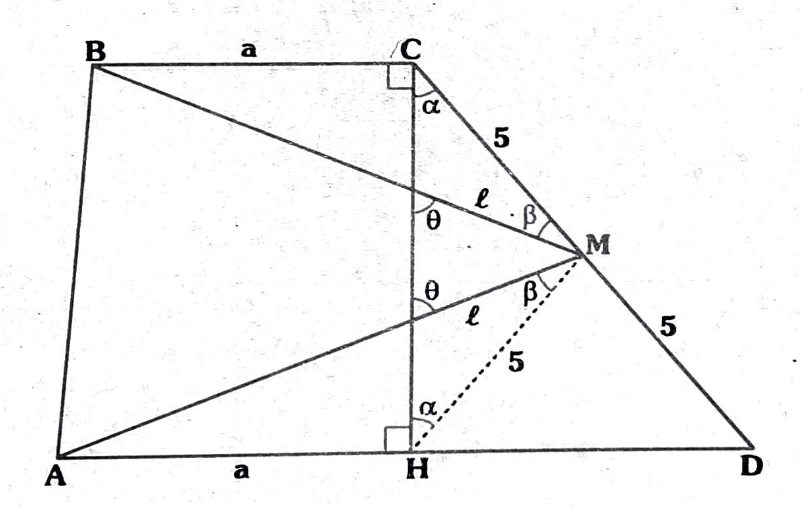
- Se ubica N en $\overline{AC}$ tal que: $m\measuredangle NBC = 10°$
- Se ubica M en la región exterior relativa a $\overline{AD}$ tal que: $m\measuredangle DAM = 10°$ y $AM=AB=a$
- $\Delta MAD \cong \Delta NCD$
- ΔABM : equilátero
- ◸MBND: es trapezoide simétrico $\Rightarrow$ en el ΔABC

$$100° + 2z = 180° \quad \rightarrow \quad z = 40°$$

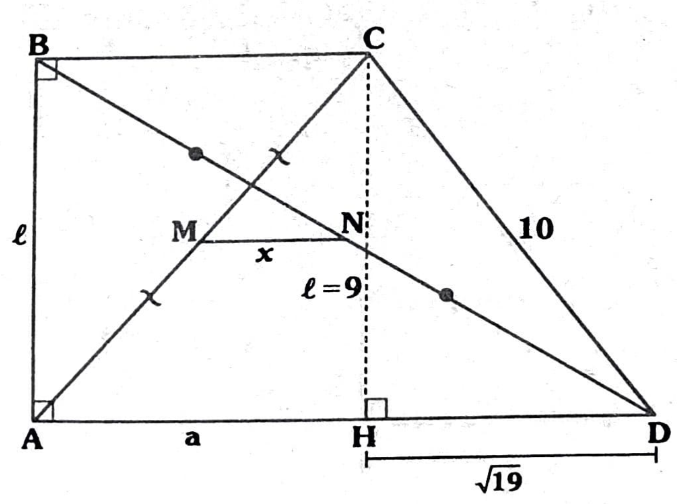
$$\therefore \quad \mathbf{m\measuredangle DBC = 50°}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 199



- Analizando el gráfico, tenemos: $\Delta MHA \cong \Delta MCB$ (ALA) $\rightarrow$ $AH=BC$
- Como $AH = BC$ $\rightarrow$ AHCB es un rectángulo
- El gráfico quedaría asi:



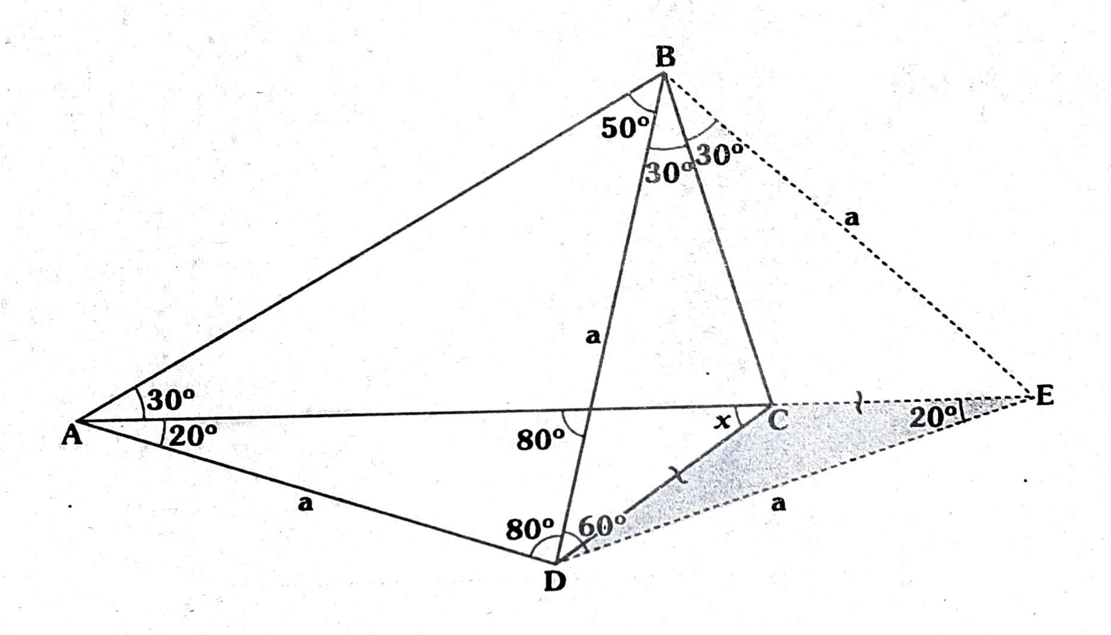
- Como $\underbrace{CH}_{\ell} < 10$ y por dato ℓ es mínimo entero $\rightarrow \ell = 9$ y $HD = \sqrt{19}$

- Finalmente:

$$x = \frac{a + \sqrt{19} - a}{2} = \frac{\sqrt{19}}{2}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 200



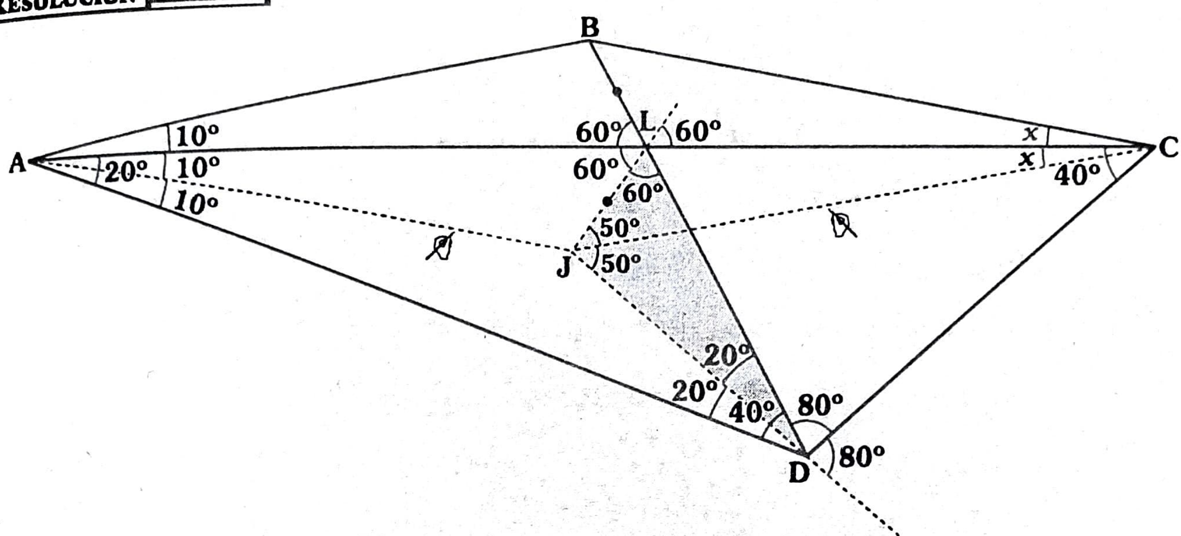
Nos piden: "x"

- Notamos que AD=DB
- Se ubica E en la prolongación de $\overline{AC}$ tal que $m\sphericalangle AED = 20^\circ \rightarrow AD = DE$ y $m\sphericalangle BDE = 60^\circ$
- ΔDBE : equilátero
- Como: $m\sphericalangle DBC = m\sphericalangle CBE \rightarrow DC = CE$
- ΔDCE : isósceles

$$\therefore \; x = 40^\circ$$

Clave B

RESOLUCIÓN N° 201



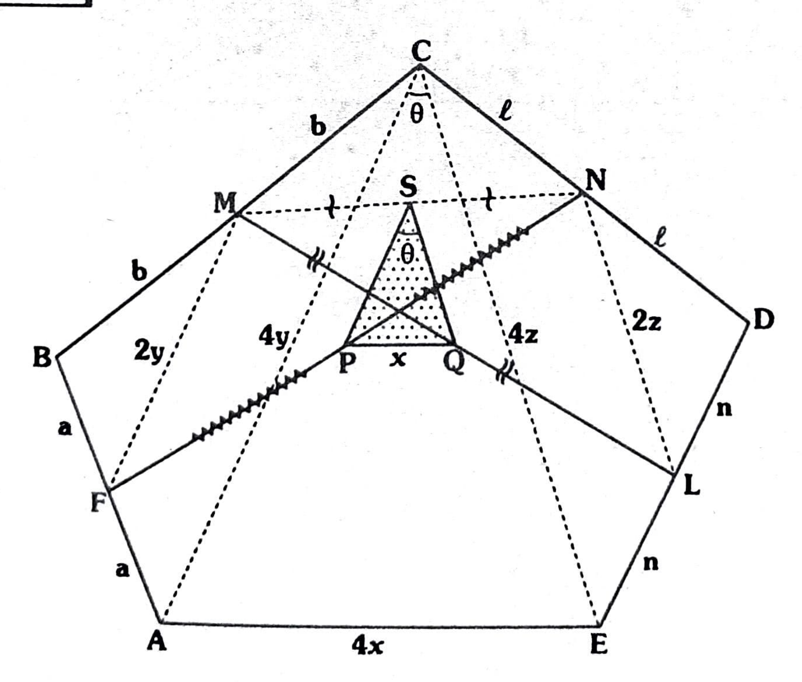
Piden: "x"

- Sea J el simétrico de B respecto de $\overleftrightarrow{AC} \to m\sphericalangle LCJ = x$
- J es incentro del ΔALD
- C es excentro del ΔJLD
- En ΔJLC: $x + 50° = 60°$

$$\therefore \quad x = 10°$$

Clave A

RESOLUCIÓN N° 202



Nos pide la suma de valores de $\dot{A}E$.

Dato: PQ es entero

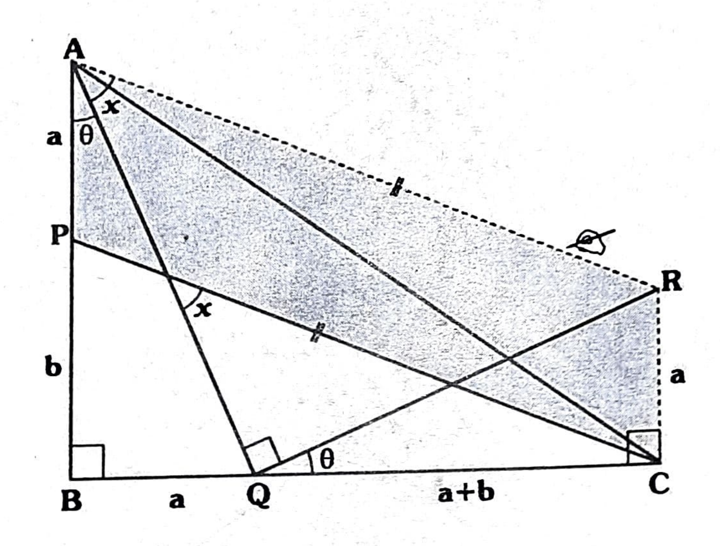
Longitudes de los lados del pentágono ABCDE: $\{4; 5; 6; 7; 8\}$

- Por base media
  Sea: $PS=y \rightarrow FM=2y \rightarrow AC=4$ y $SQ=z \rightarrow NL=2z \rightarrow CE=4z$
- De los triángulos PSQ y ACE: $AE=4x$
- Como "x" en entero $\rightarrow$ AE es multiplo de 4 $\rightarrow$ $AE=\{4\ ;\ 8\}$

$\therefore$ **Suma de valores de AE es 12**

Clave A

Resolución N° 203



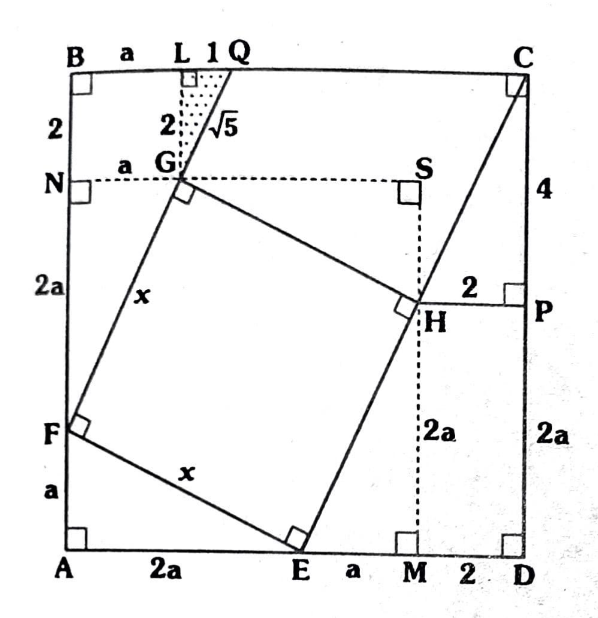
Nos piden: "x"

- Se ubica R tal que ARCR se un paralelogramo
- $\triangle ABQ \cong \triangle QCR \rightarrow AQ=QR$ y $m\measuredangle AQR=90^\circ$
- Como $\overline{PC} // \overline{AR} \rightarrow m\measuredangle RAQ=x$
- En $\triangle AQR$:

$$x=45^\circ$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 204



Nos piden: "x"

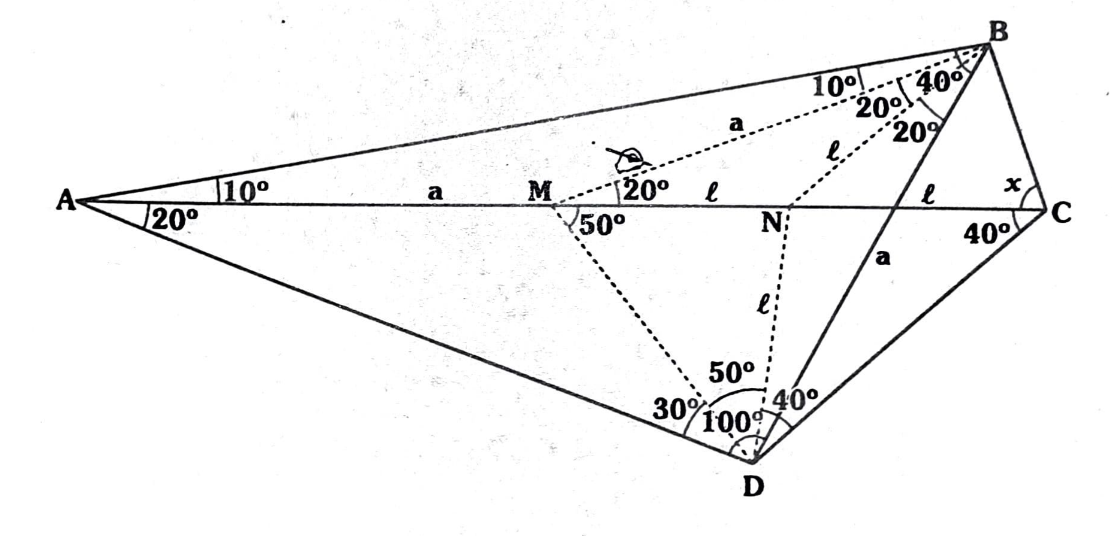
- Se traza ANSM, el cual es un cuadrado → MD=NB=2
- Notemos que el ⊿GLP es notable de 53°/2
- También: $m\sphericalangle NFG = 53°/2$
- Luego: $2+3a = 2a+4$

  $\rightarrow$ a=2

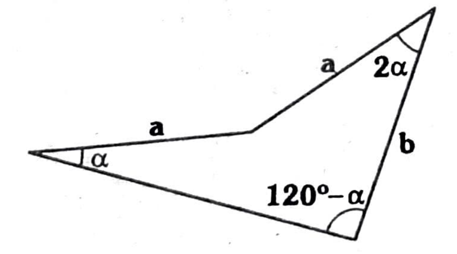
  $\therefore$ $\boldsymbol{x = 2\sqrt{5}}$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 205



Usaremos esta propiedad:



Se cumple: a=b

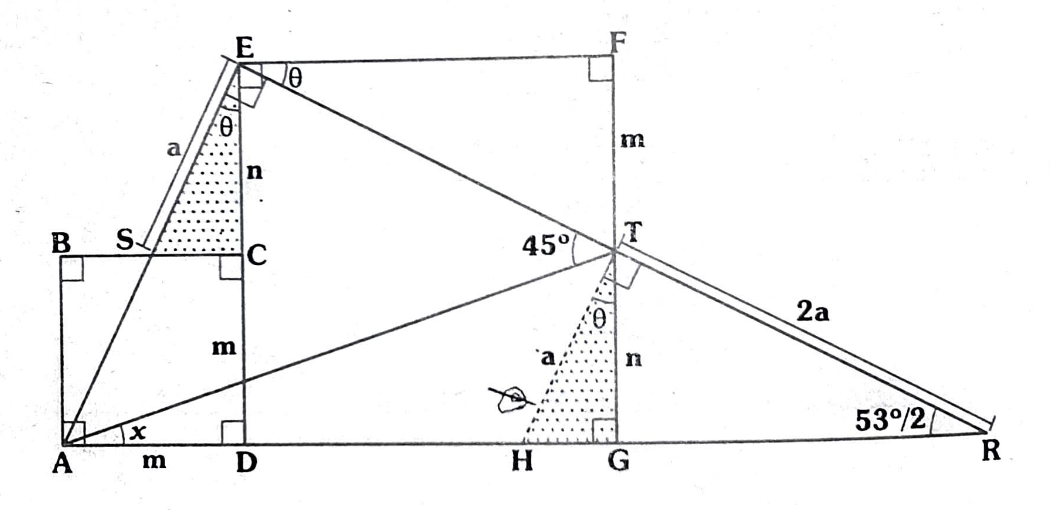
- Nos piden: "x"
- Se ubica M en $\overline{AC}$ tal que $m\sphericalangle ABM = 10°$

- En el cuadrilátero concavo ADBM, de la observación: BD=BM=a
- Como el ΔMBD : isósceles $\rightarrow$ BN=MN=ND
- También: ND=NC
- Como: MN = NB = NC

$$x = 70^\circ$$

Clave C

Resolución Nº 206



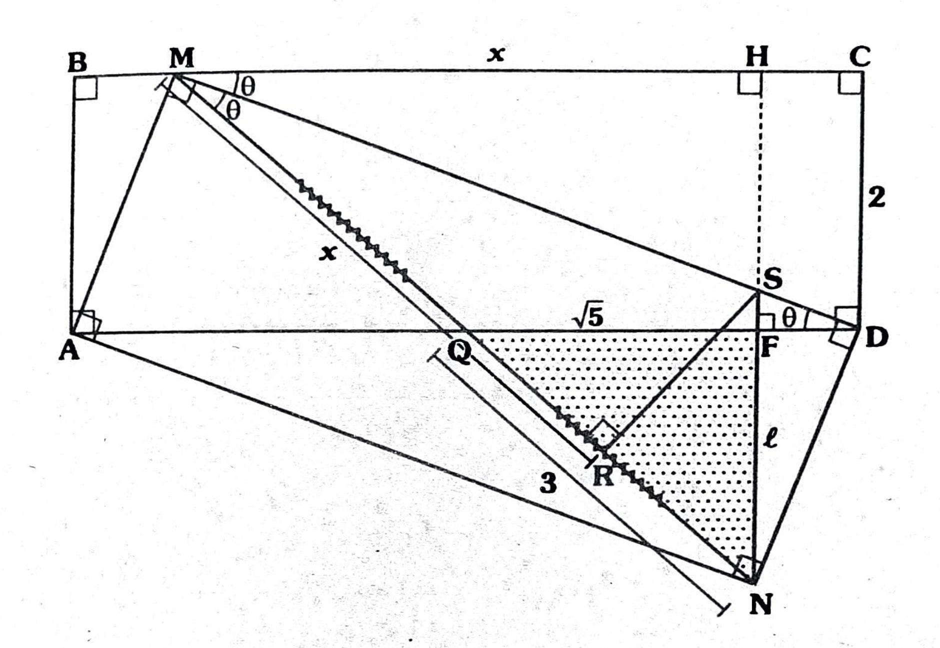
Nos piden: "x"

- ⊿ADE ≅ ⊿EFT → AE=ET → m∢ATE = 45°
- ⊿ECS ≅ ⊿TGH → HT=a
- ⊿HTR: notable de 53°/2

$$\therefore\ x = \frac{37^\circ}{2} = 18,5^\circ$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 207



Nos piden: "x"

Dato: AB=2 y BC=6

- Como AMDN es un rectángulo → AD=MN=6 y Q es el centro

→ m∢QMD=m∢QDM

→ MR = MH

- En ⊿MHN: $\overline{QF}$ es su base media

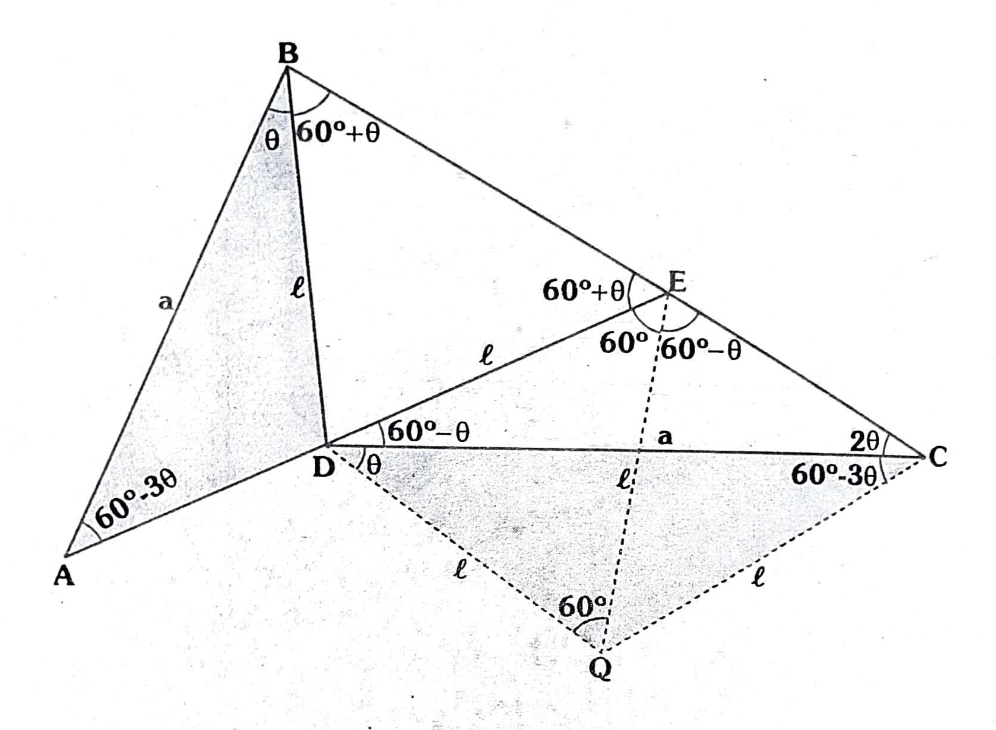
→ HF=FN y MQ=QN=3

- En ⊿QFN: QF = $\sqrt{5}$

$$\therefore \quad x = 2\sqrt{5}$$

Clave E

RESOLUCIÓN N° 208



Piden: θ

- Se ubica Q en la región exterior relativa a $\overline{CD}$ del ΔDEC tal que:

$$m\sphericalangle CDQ = \theta \quad y \quad m\sphericalangle DCQ = 60° - 3\theta$$

$$\rightarrow \quad \Delta ABD \cong \Delta CDQ \quad \rightarrow \quad DQ = \ell$$

- ΔQEC : isósceles $\rightarrow$ $QC = \ell$

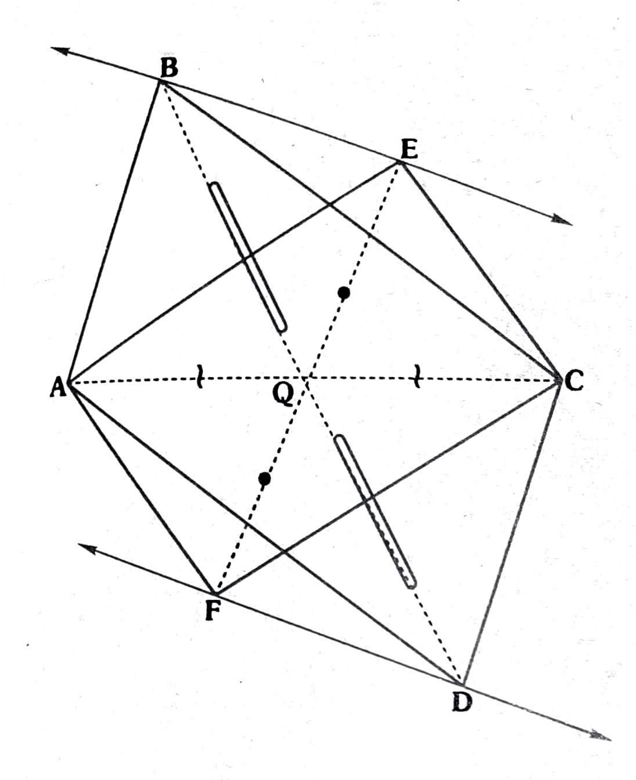
- En ΔDQC :

$$\theta = 60° - 3\theta$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{\theta = 15°}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 209

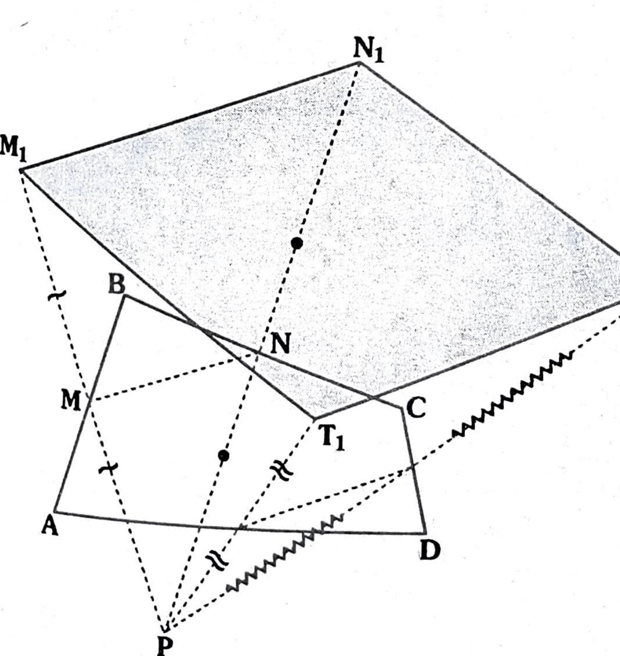


Por demostrar: $\overline{BE} // \overline{FD}$

- Como ABCD y AECF son paralelogramos entonces $\overline{AC}$, $\overline{EF}$ y $\overline{BD}$ concurren en sus puntos medios
- Luego BEDF es un paralelogramo

$\therefore$ $\mathbf{\overline{BE} // \overline{FD}}$

RESOLUCIÓN Nº 210



- Por demostrar que $M_1N_1L_1T_1$ es un paralelogramo.
- Se sabe que $\overline{MN} // \overline{TL}$ y $MN = TL$
- Por base media es:

– ΔPM_1N_1 :

$$M_1N_1 = 2(MN) \quad y \quad \overline{M_1N_1} // \overline{MN}$$

– ΔPT_1L_1 :

$$T_1L_1 = 2(TL) \quad y \quad \overline{T_1L_1} // \overline{TL}$$

- Luego:

$$\overline{M_1N_1} // \overline{T_1L_1} \quad y \quad M_1N_1 = T_1L_1$$

$\therefore$ $M_1N_1L_1T_1$ es un paralelogramo

RESOLUCIÓN Nº 211

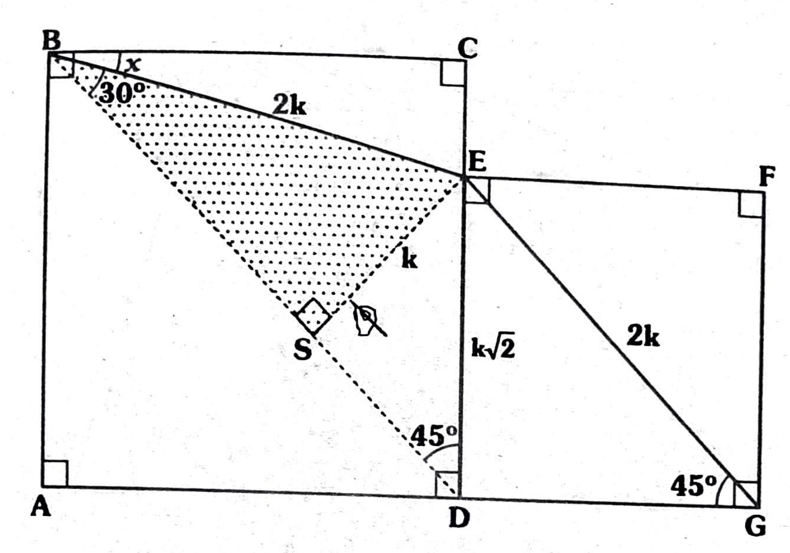
Nos piden: m∢MBN

- $\Delta APC \cong \Delta MPQ$ → $MQ=2a$
- $\Delta DQC \cong \Delta PQN$ → $NP=a$
- $\overline{PB}$ y $\overline{PS}$ son medianas homólogas → $PB=\overline{PS}$ y m∢BPS = 60° → ΔBPS es equilátero
- Al prolongar $\overline{QM}$ hasta que corte a $\overline{AC}$ en H → m∢QHD = 60°
- ⏢HNQD: inscriptible → m∢AHN = 60° → P, N y H: colineales
- $\Delta NPB \cong \Delta MSB$ → m∢NBP=m∢MBS

∴ **m∢MBN = 60°**

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 212



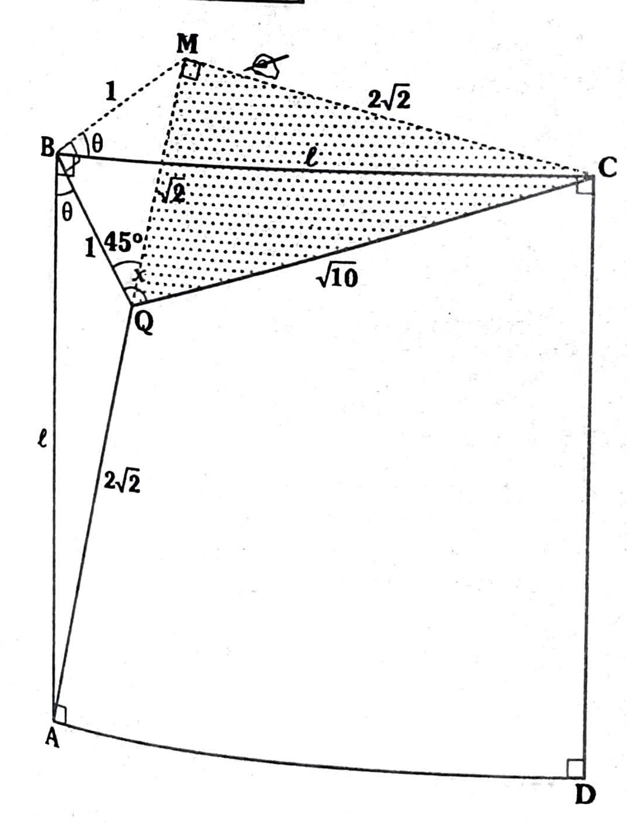
Nos piden: "x"

- Sea EG=BE=2k $\rightarrow$ $ED = k\sqrt{2}$
- En ⊿DES: ES=k
- ⊿BSE: notable de 30°: $x + 30° = 45°$

$\therefore$ $\boldsymbol{x = 15°}$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 213



Nos piden: "x"

- Se ubica M en la región exterior relativa a $\overline{BC}$ tal que:

$$m\measuredangle QBM = 90° \quad y$$

$$BQ = BM = 1$$

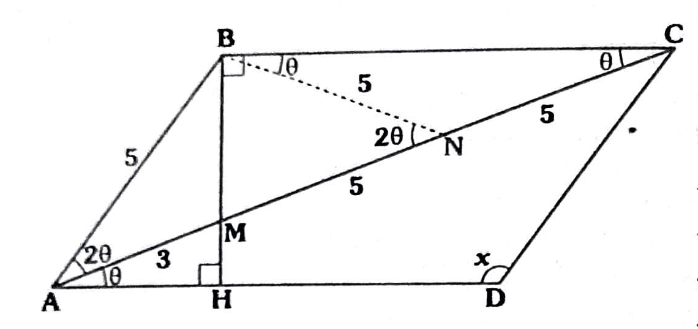
- $\Delta ABQ \cong \Delta CBM \rightarrow MC = AQ = 2\sqrt{2}$
- Notemos que el triángulo QMC es triángulo rectangulo notable:

$$x = 45° + \frac{127°}{2}$$

$\therefore$ $\boldsymbol{x = 108{,}5°}$

Clave B

Resolución Nº 214



Nos piden: "x"

- $x + 3\theta = 180°$

- En ⊿MBC, se traza la mediana BN

$\rightarrow \quad MN = NC = BN = 5$

- En ΔABN, de la observación:

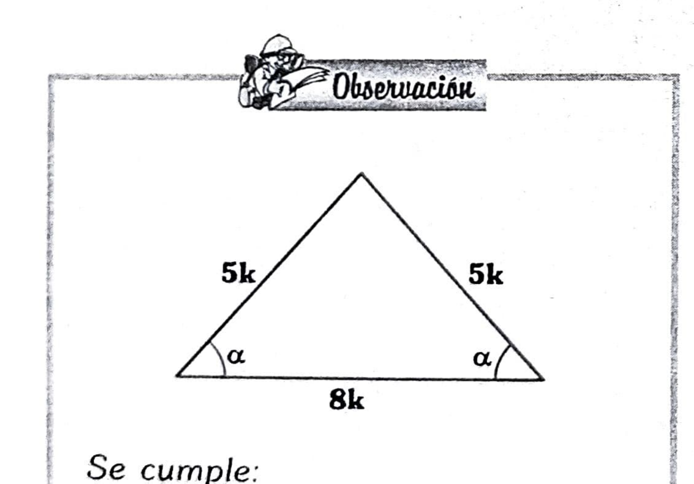
$$2\theta = 37°$$

$$\rightarrow \theta = \frac{37°}{2}$$

$$\therefore \quad \mathbf{x = 124° 30'}$$

Clave E

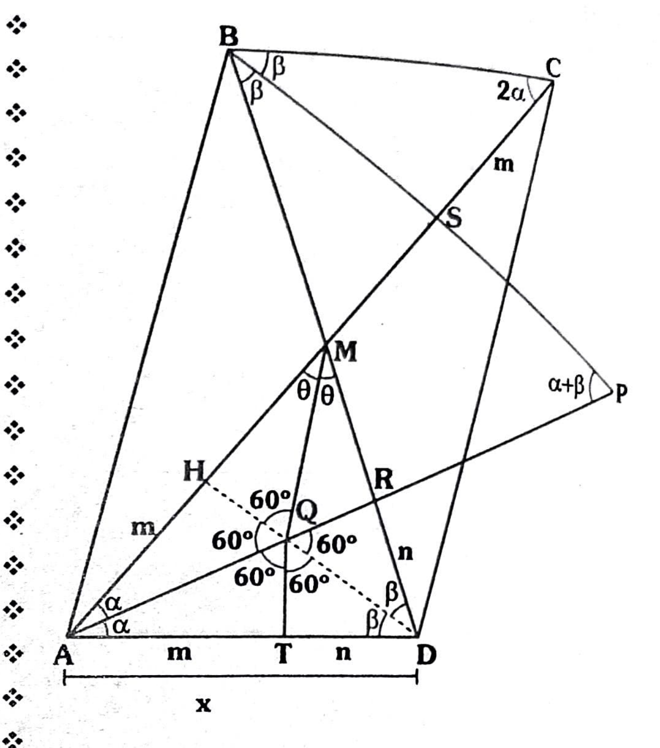
Observación



Se cumple:

$$\therefore \quad \alpha = 37°$$

Resolución Nº 215



Nos piden: "x"

- Del dato: $\alpha + \beta = 2\theta$

$\rightarrow$ m∢AMB=4θ

- Luego: $\theta = 30°$

- Se traza la bisectriz DH del ΔAMD

$\rightarrow$ AH=CS=m

- Se traza $\overline{QT}$ $\left(\text{T en } \overline{AD}\right)$ tal que :

m∢AQT = m∢TQD = 60°

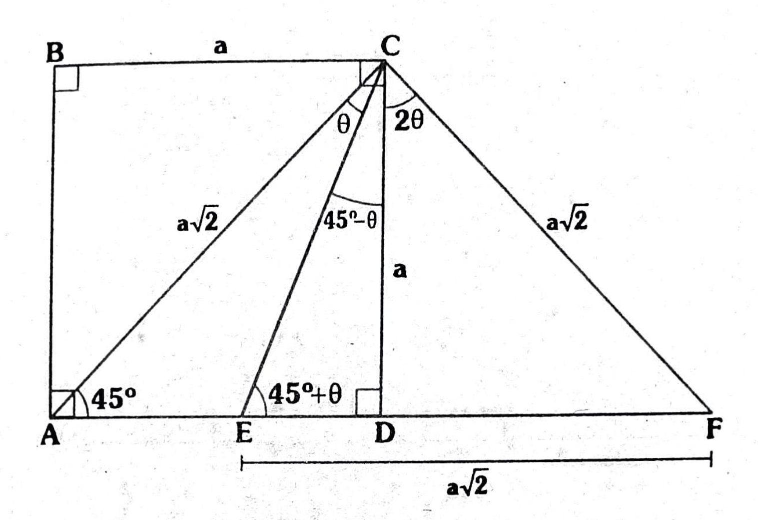
- $\Delta QAH \cong \Delta QAT \rightarrow AH = AT = m$

- $\Delta QDR \cong \Delta QDT \rightarrow DR = DT = n$

$$\therefore \quad \mathbf{x = m + n}$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 216



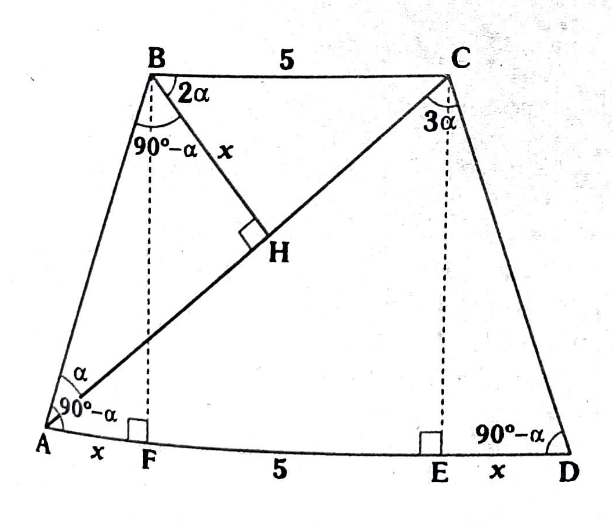
Piden: m∢DCF

- Notemos que: m∢CEF = m∢ECF = 45° +θ → CF=EF=a$\sqrt{2}$
- ⊿CDF: notable de 45°

$$\therefore\ \mathbf{m∢DCF = 45°}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 217



Piden: "x"

- Luego de completar ángulos vemos que: m∢BAD = m∢CDA → ABCD es un trapecio isósceles
- ⊿AHB ≅ ⊿BFA

 → AF= x
- Por propiedad:

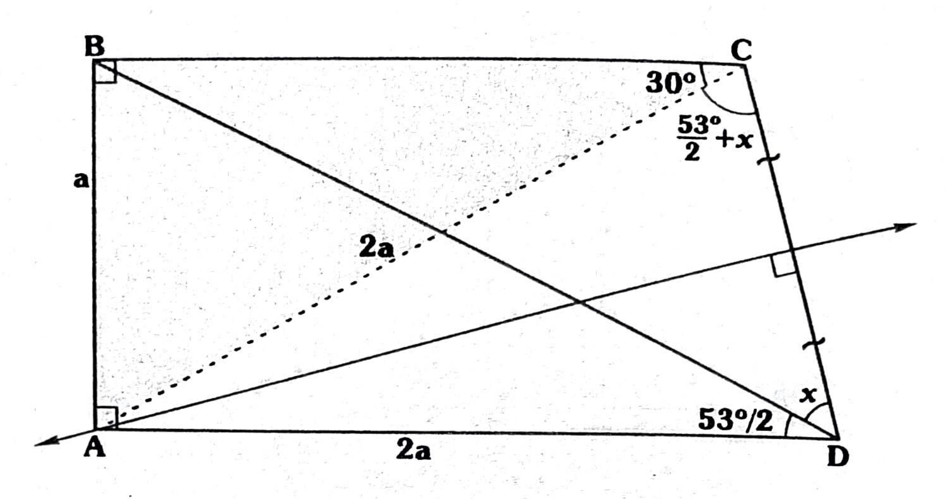
 AF = ED = x
- Por propiedad:

 $2x+5=9$

$$\therefore\ \mathbf{x = 2}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 218



Nos piden: "x"

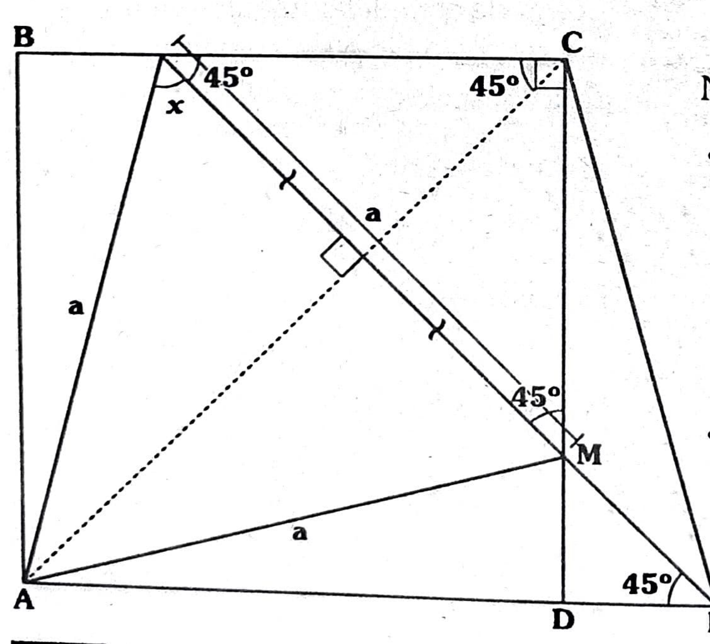
- Por teorema de la mediatriz: AC=AD
- ⊿ABC: notable de 30°:

$$2x+53°+30°=180°$$

$$\therefore\ x=\frac{97°}{2}=48,5°$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 219



Nos piden: "x"

- Como AFCE es un trapecio isósceles

  → m∢ACB = m∢CFE = 45°

  → $\overline{CA} \perp \overline{FM}$

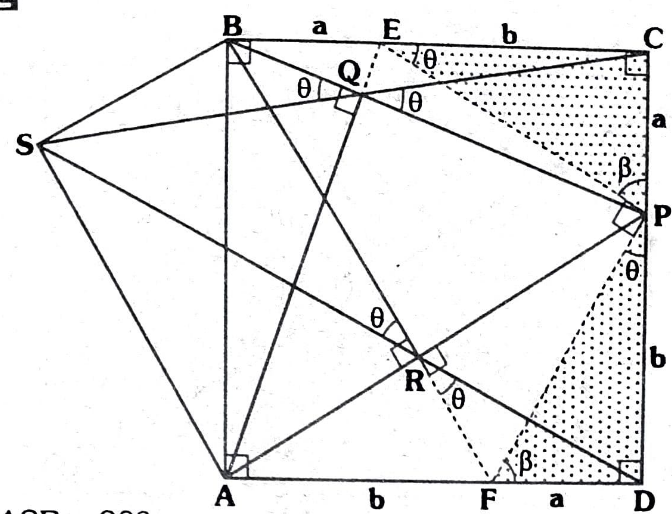
  → AF = AM

- ΔAFM : equilátero

$$\therefore\ x=60°$$

Clave E

Resolución Nº 220



Por demostrar: $m\measuredangle ASB = 90°$

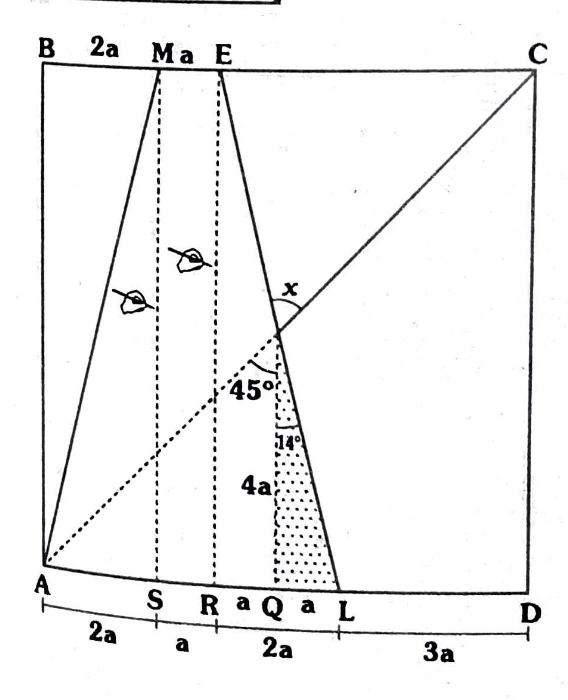
- ⊿ABE ≅ ⊿BCP
- ⊿BAF ≅ ⊿ADP
- ⊿FDP ≅ ⊿PCE
- ⏢QECP y ⏢FRPD son inscriptibles $\Rightarrow$ $m\measuredangle BQS = m\measuredangle BRS$
- Luego ⏢SBQR se inscriptible lo mismo que el ⏢ABQR

$\Rightarrow$ los puntos A, S, B, Q y R son concíclicos

$\therefore$ $\mathbf{m\measuredangle ASB = 90°}$

Clave E

Resolución Nº 221



Nos piden: "x"

- Se traza $\overline{MS}$ y $\overline{EQ}$ perpendiculares a $\overline{AD}$ (S y Q en $\overline{AD}$) $\Rightarrow$ AS=RL=2a
- Como O es centro del cuadrado ABCD $\rightarrow$ BE=LD=3a
- También al trazar:

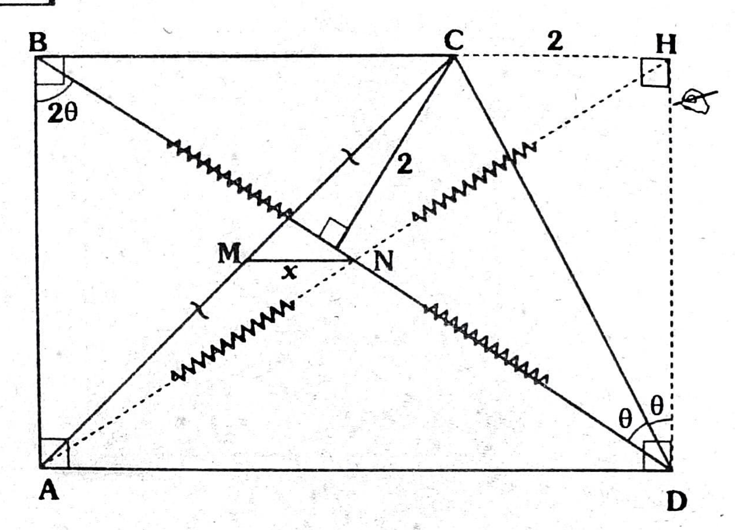
  $\overline{OQ} \perp \overline{AD}$ $\rightarrow$ AQ=QD=OQ=4a
- ⊿OQL: notable de 14°

$$x = 45° + 14°$$

$$\therefore\ \mathbf{x = 59°}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 222



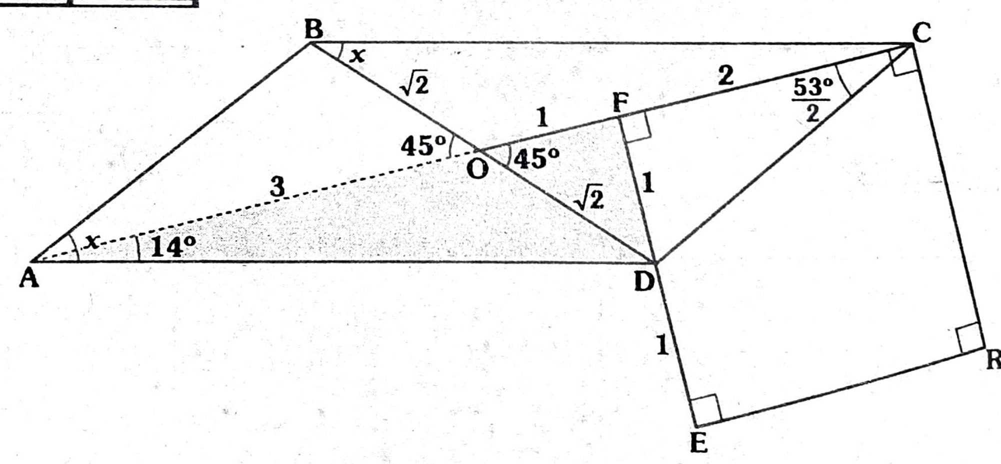
Nos piden: "x"

- Notemos que m∢BDC = m∢CDH → por teorema de la bisectriz: CL=CH=2
- En ΔACH : $\overline{MN}$ es base media:

$$x = 1$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 223



Nos piden: "x"

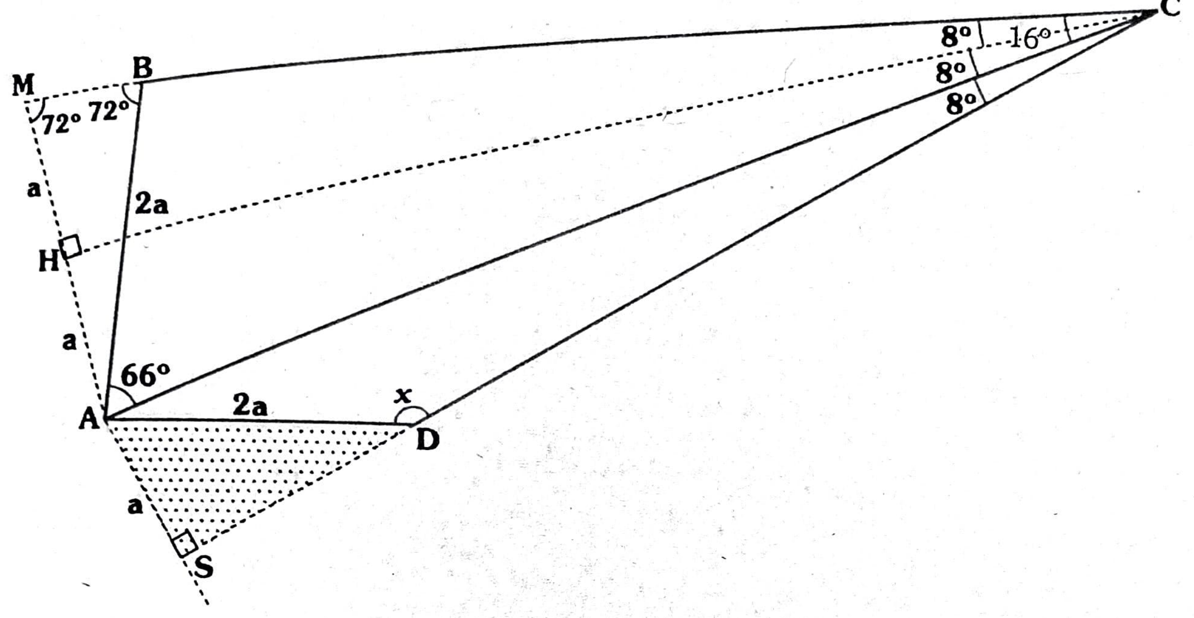
- Notemos que O es centro del paralelogramo → C, O y A son colineales
- ⊿DFN: notable de 53°/2
- ⊿AFN: notable de 14°

$$x = 14° + \frac{53°}{2}$$

$$\therefore \ x = 40,5°$$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 224

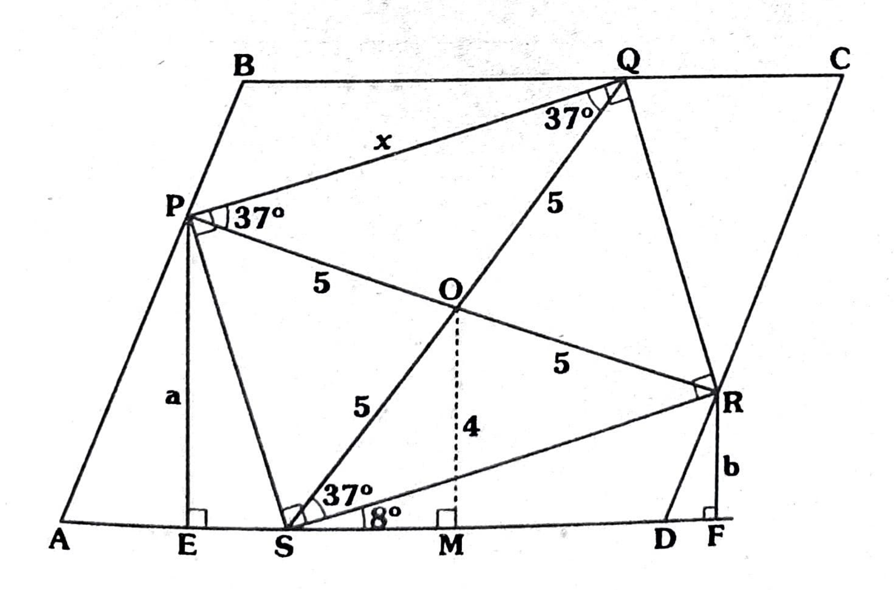


- Piden "x"
- Se ubica M en la prolongación de $\overline{CB}$ tal que m∢BMA = 72° → ΔCMA: isósceles
- Se traza $\overline{CH} \perp \overline{AM}$ → MH=HA=a → AB=AD=2a
- Por teorema de la bisectriz: AH=AS
- ⊿ASD: notable de 30° → m∢SDA = 30°

$$\therefore\ x = 150°$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 225



Dato: $a + b = 8$

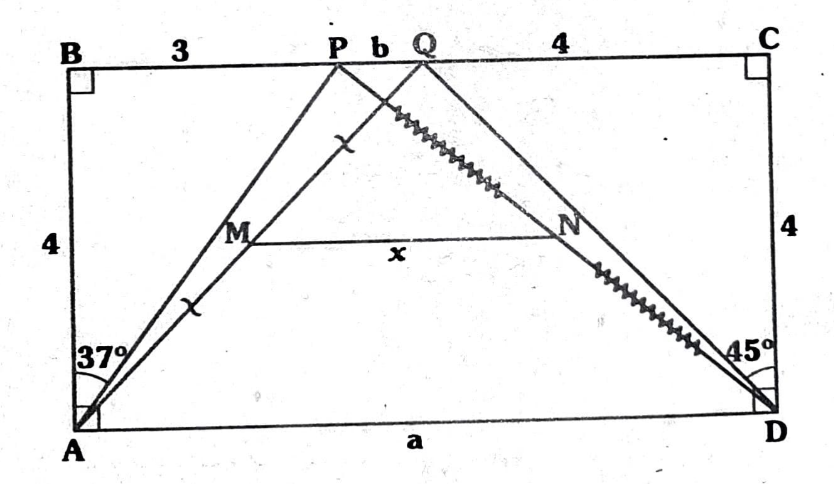
Nos piden: "x"

- En el trapecio EPRF: $OM = \dfrac{a+b}{2} = 4$
- O es centro del rectángulo SPQR → OS=OQ=OP=5
- ⊿SMO: notable de 53° → $m\measuredangle OSR = 37°$
- En ΔPOQ:

$$\mathbf{x = 8}$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 226



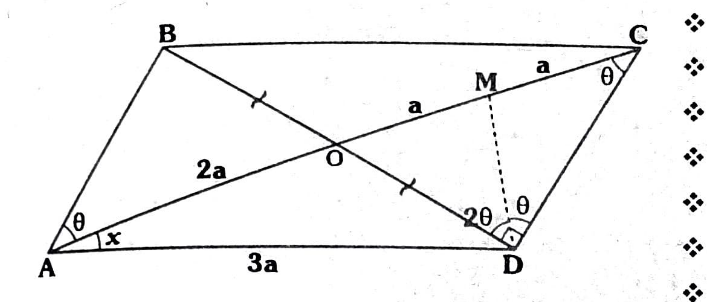
Nos piden: "x"

- ⊿ABP: notable de 37°
- ⊿QCP: notable de 45°
- En el trapecio APQD por propiedad

$$x = \frac{a-b}{2} = \frac{7}{2} = \mathbf{3,5}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 227



Dato: AC=4a y AD=3a

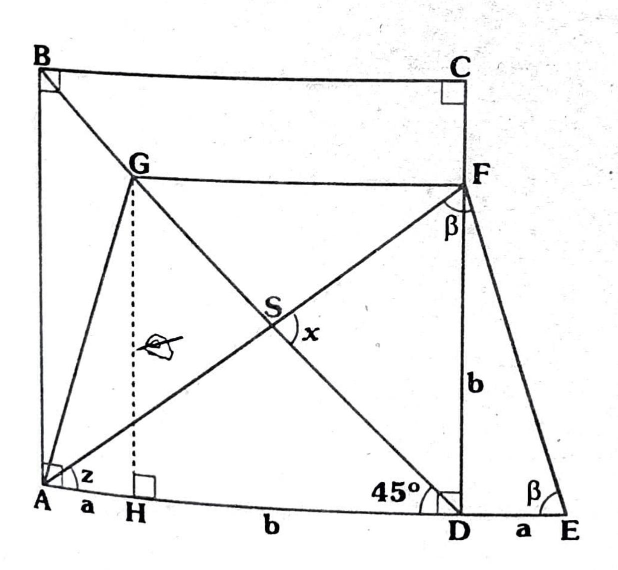
Nos piden "x" en función de θ

- En ⊿ODC, se traza la mediana $\overline{DM}$
  → OM = MC = MD
- Notemos que el ΔAMD : isósceles

∴ $x=180°-4\theta$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 228



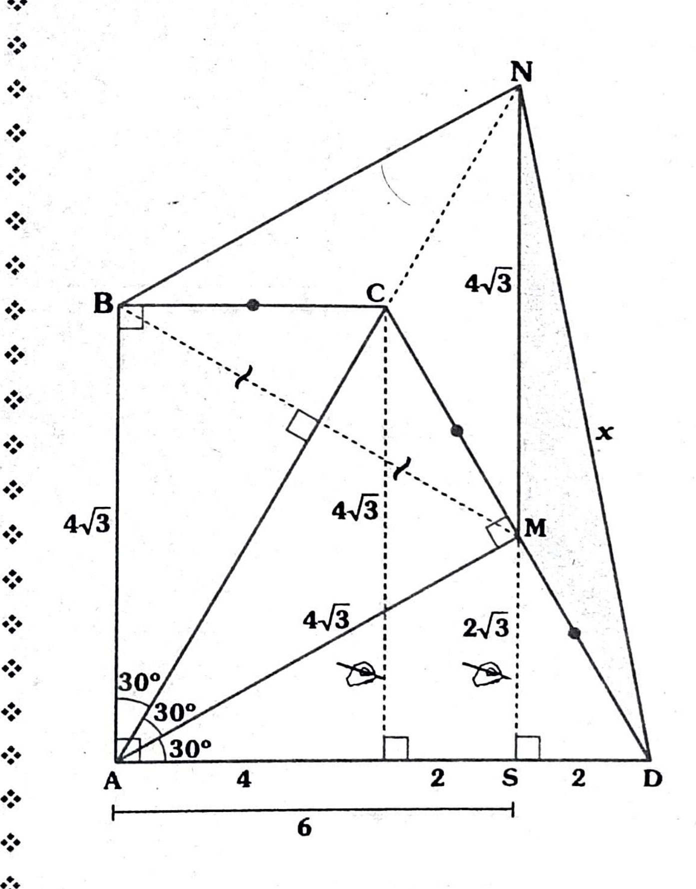
Nos Piden: "x"

- ΔASD : $x = 45° + z$
- Se traza $\overline{GH} \perp \overline{AD}$ (H en $\overline{AD}$)
  → AH=DE=a
- GHDF: cuadrado
  → HD=DF
- En ⊿ADF: $(2a+b)^2 = (a+b)^2 + b^2$
  → b=3a
- ⊿ADF: notable
  → z=37°

∴ $x = 82°$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 229



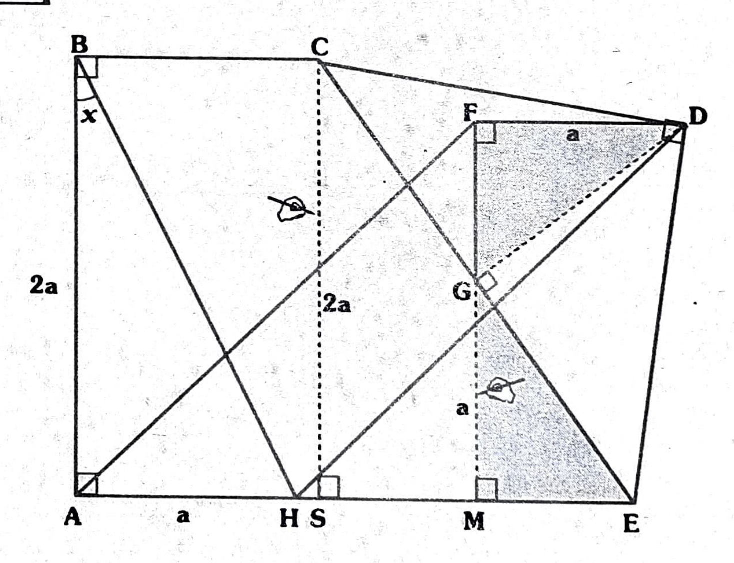
Piden: "x"

- ABCM: trapecio simétrico → AB=AM, BC=CM y $\overline{AC} \perp \overline{BM}$ (se descarta AB=BC y AM=MC)
- ABNM: paralelogramo → A, C y N: colineales
- $\overline{NM} \perp \overline{AD}$
- ⊿ADF: notable → z=37°

$\therefore\ x = 4\sqrt{7}$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 230



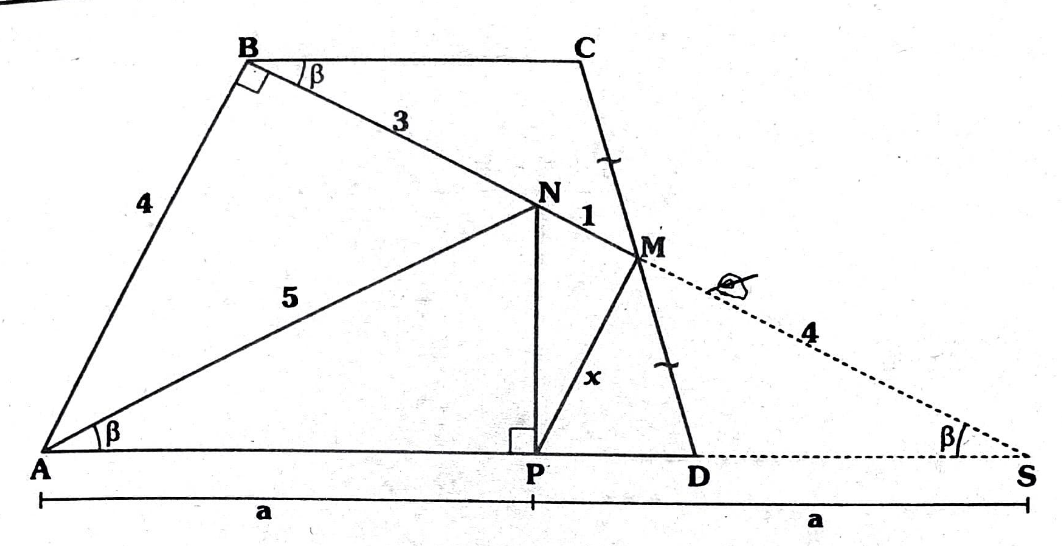
Piden "x"

- Como: CD=DE y CG=GE → $\overline{DG} \perp \overline{CE}$
- ⊿DFG ≅ ⊿GME → FD=GM
- En ⊿CSE, por base media CS=2a
- Como AFDH es un paralelogramo → AH=a
- Finalmente el ⊿BAH es notable

$$\therefore\ x = \frac{53°}{2}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 231



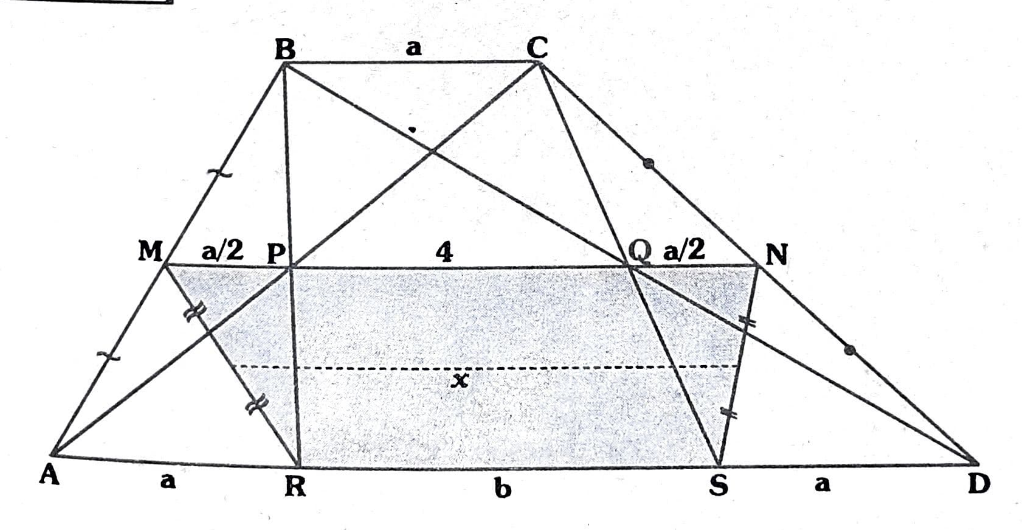
Piden: "x"

- $\Delta BCM \cong \Delta SDM \rightarrow BM=MS=4$
- ΔANS isósceles $\rightarrow AN=NS=5$
- ⊿ABN: $AB=4$
- En ⊿ABS: $\overline{PM}$ es base media

$$\therefore \quad x = 2$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 232



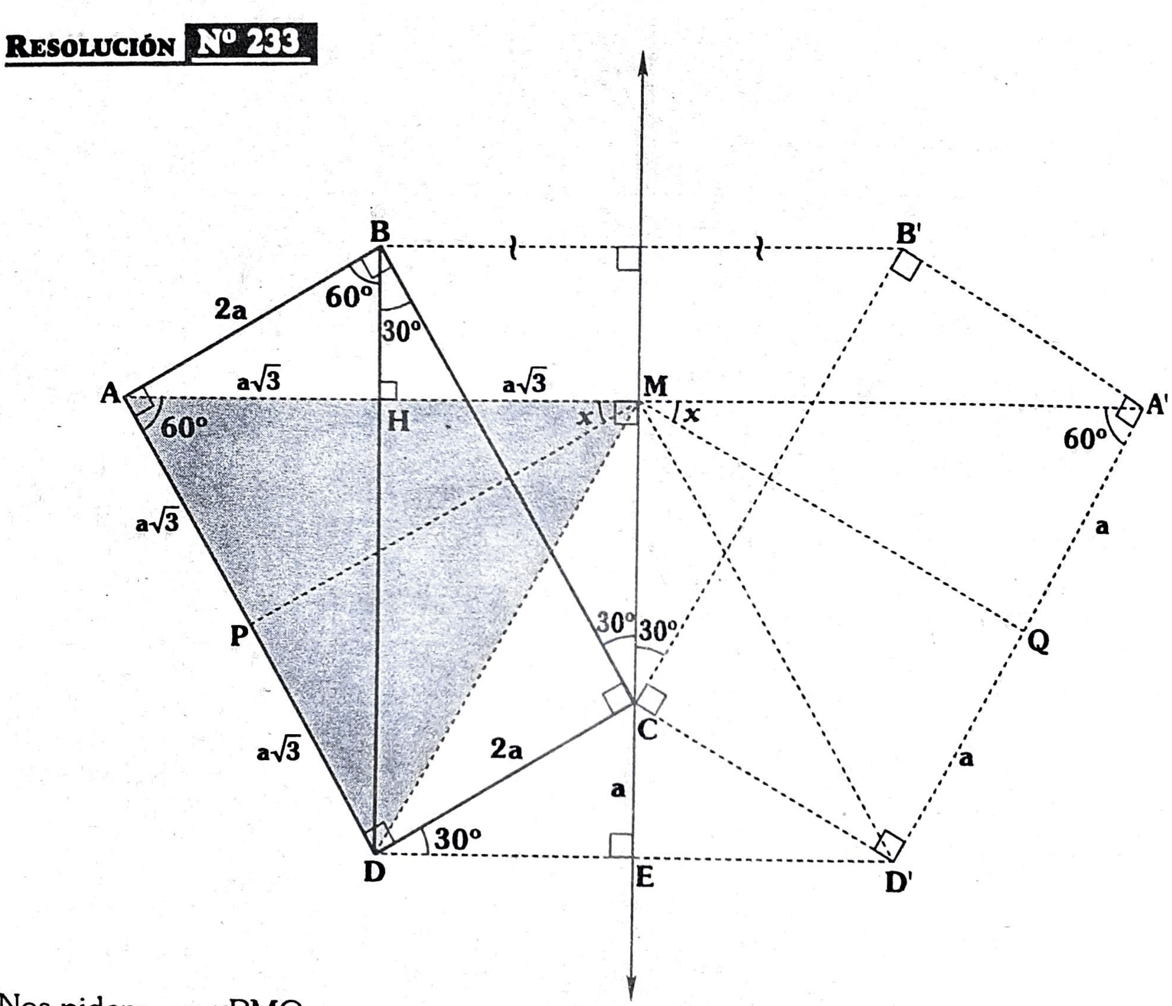
Piden la longitud de la base media del trapecio RMNS

- En el trapecio RBCS: $\frac{a+b}{2}=4 \rightarrow a+b=8$
- En el trapecio RMNS:

$$\mathbf{x=\frac{a+4+b}{2}=6}$$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 233



Nos piden: $m\sphericalangle PMQ$

Sea: $m\sphericalangle AMP=x \rightarrow m\sphericalangle A'MQ=x$

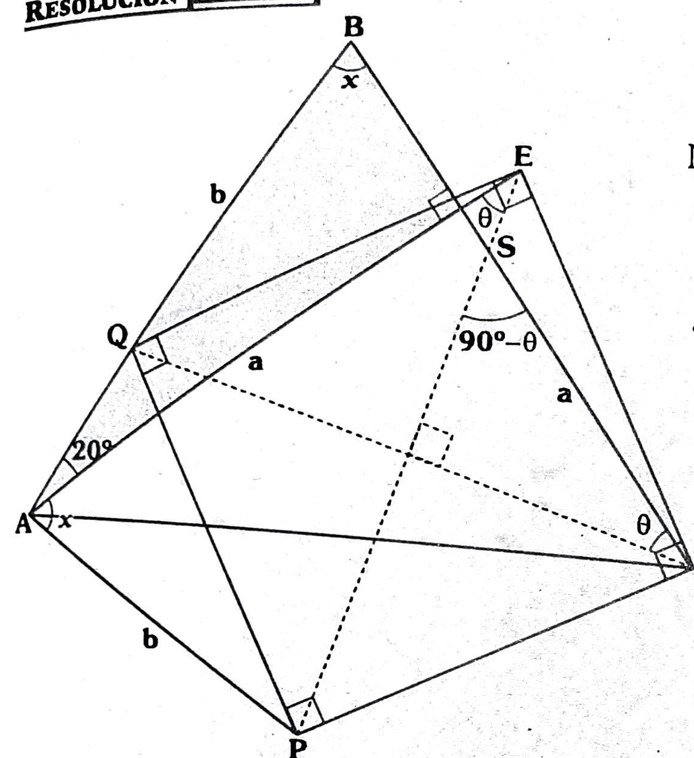
$AP=PD=a\sqrt{3} \rightarrow AB=DC=2a$

- $\triangle$DEC: notable de 30° $\rightarrow DE=a\sqrt{3} \rightarrow HM=a\sqrt{3}$
- ΔAMD : equilátero $\rightarrow x=30°$

$$\therefore\ \mathbf{m\sphericalangle PMQ=120°}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 234



Nos piden: "x"

- Al trazar las diagonales del cuadrado PQEC $\rightarrow$ $\overline{PE} \perp \overline{QC}$
- $\Delta AEP \cong \Delta BCQ$ (LLL)

$\rightarrow$ $m\measuredangle QCB = m\measuredangle AEP = \theta$

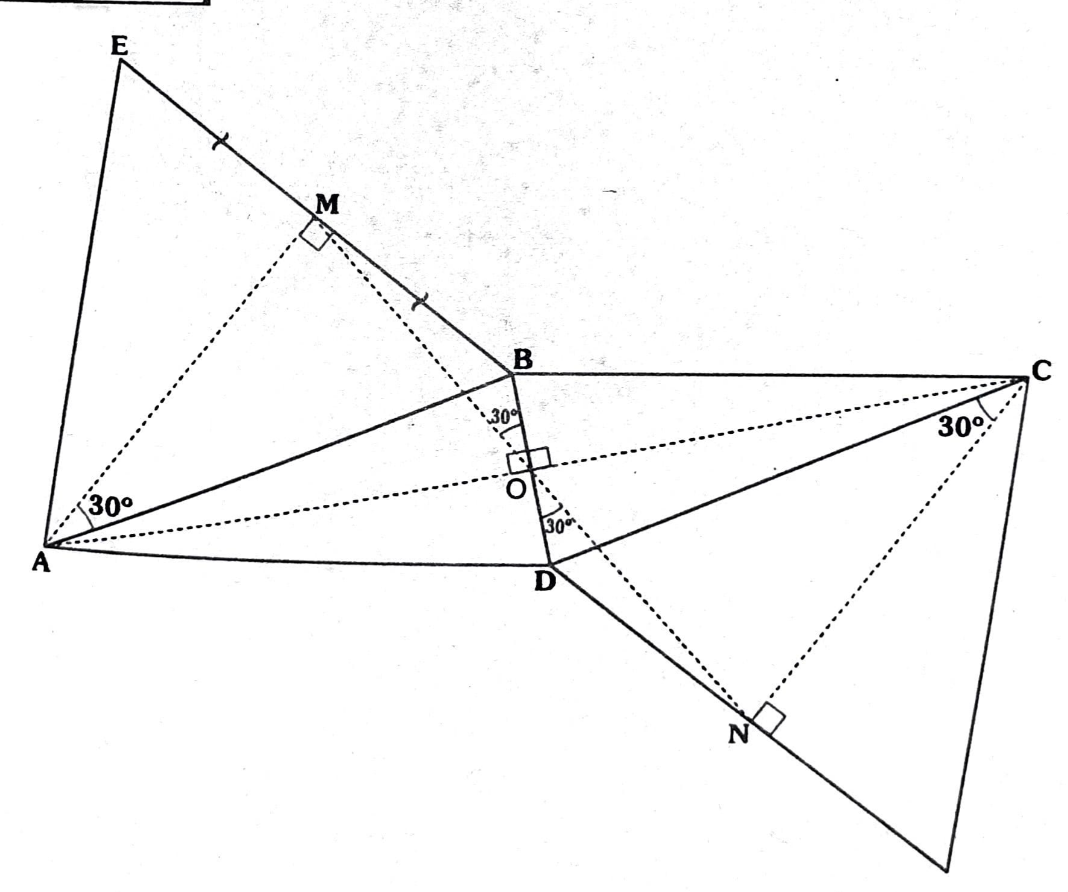
$\rightarrow$ $m\measuredangle CSP = 90° - \theta$

$\rightarrow$ $\overline{AE} \perp BC$

$\therefore$ $\boldsymbol{x = 70°}$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 235



Nos piden la medida del ángulo entre $\overleftrightarrow{MN}$ y $\overleftrightarrow{BD}$.

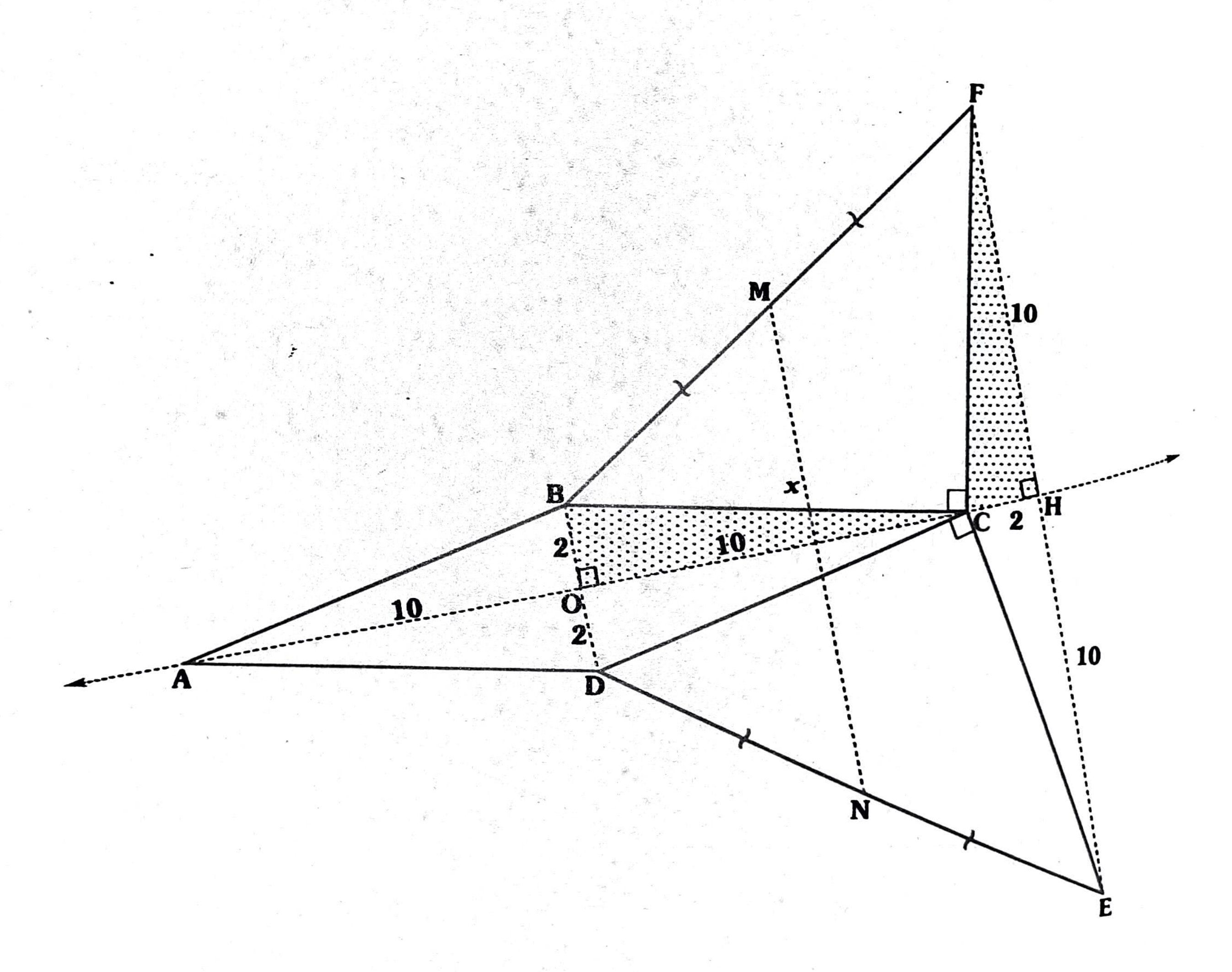
- En los cuadriláteros AOBE y CNDB

$$m\measuredangle BOM = 30^\circ \text{ y } m\measuredangle NOD = 30^\circ$$

$\rightarrow$ M, O y N colineales

$\therefore$ **Medida del ángulo entre $\overleftrightarrow{BD}$ y $\overleftrightarrow{MN}$ es 30°.**

RESOLUCIÓN Nº 236



Nos piden: "x"

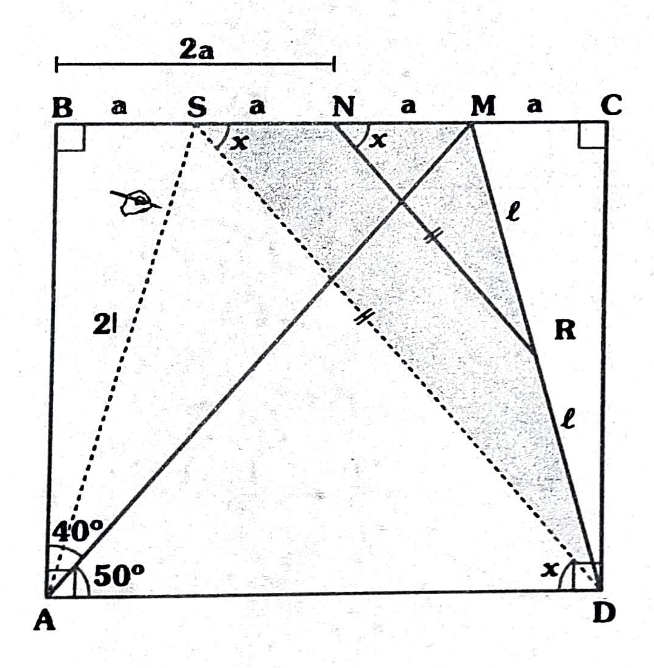
- Como ABCD es un rombo $\rightarrow$ $\overleftrightarrow{AC}$ es eje de simetria

- $\measuredangle BOC \cong \measuredangle CHF \rightarrow FH=10$
- En el trapecio DBFE:

$$x=\frac{4+20}{2}=12$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 237



Nos piden: "x"

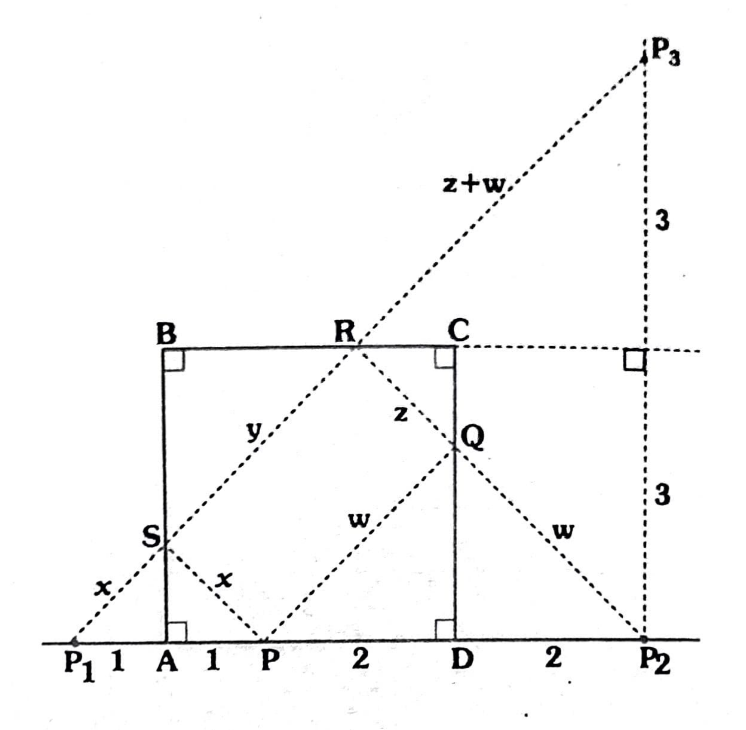
- Se ubica S punto medio de $\overline{BN}$
- $\measuredangle ABS \cong \measuredangle DCM \rightarrow AS=MD$
- ASMD: trapecio isósceles

$$\therefore \quad x=50^{\circ}$$

Clave E

Resolución Nº 238

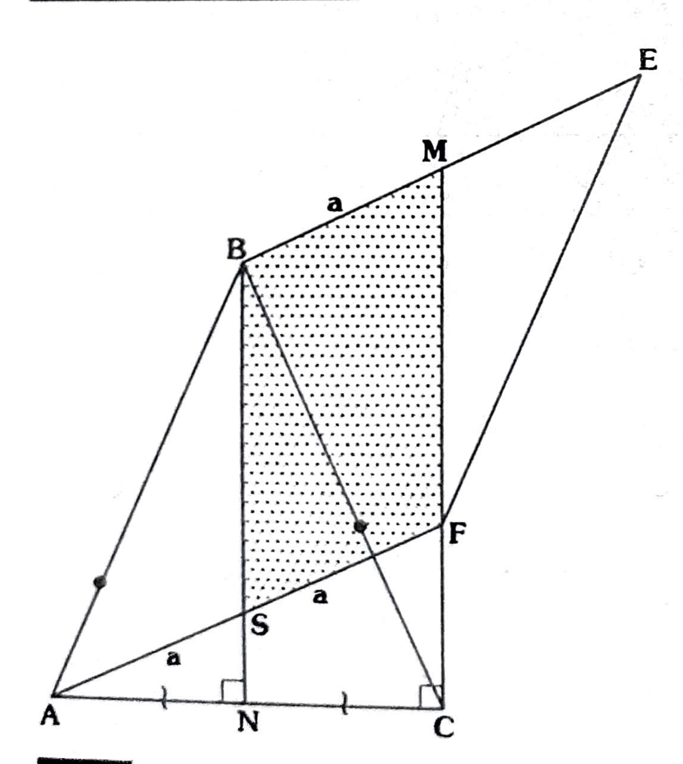
Ubicamos los puntos: S, R y Q por simetría según el siguiente esquema:



En $\triangle P_1P_2P_3$: $x+y+z+w=\mathbf{6\sqrt{2}}$

Clave D

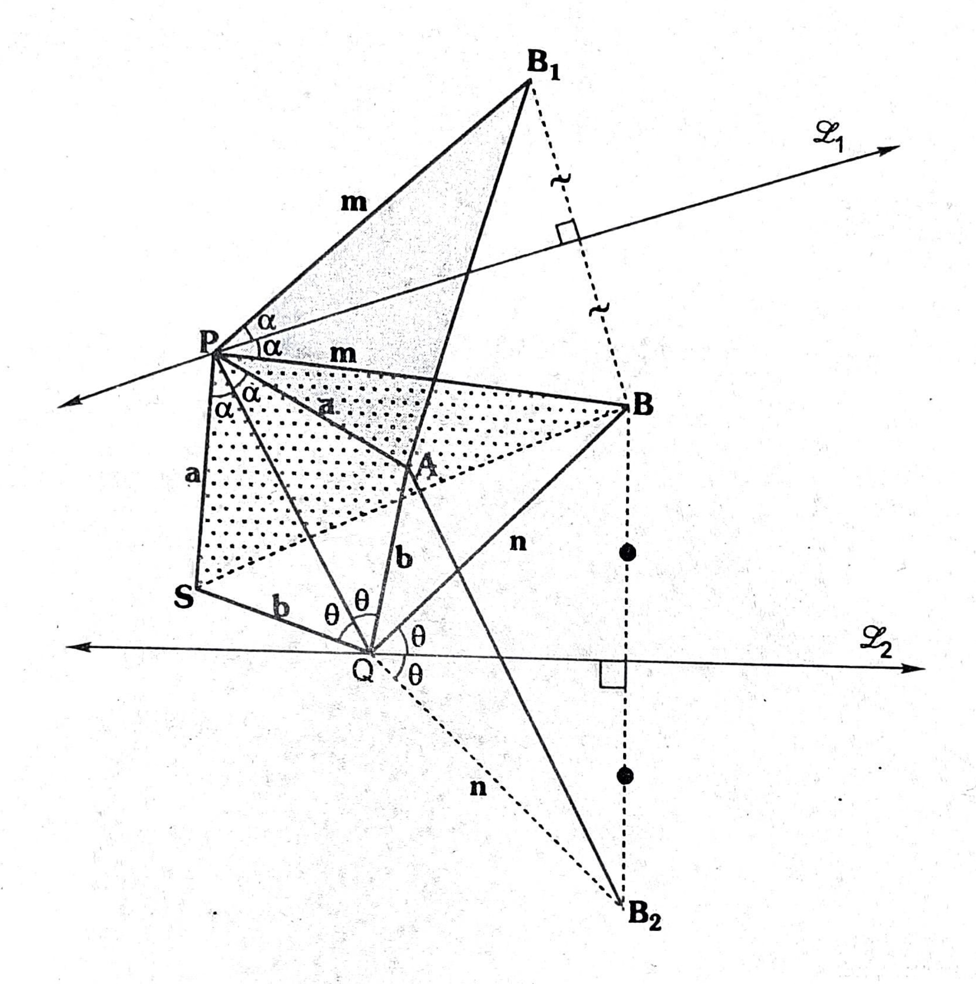
Resolución Nº 239



Nos piden demostrar que BM=ME

- En el ΔABC se traza la altura $\overline{BN}$
  $\rightarrow$ AN=NC
  $\rightarrow$ AS=SF=a
- SBMF es un paralelogramo
  $\rightarrow$ BM=a
- Como: AF = BE $\rightarrow$ ME=a
  $\therefore$ **BM = ME**

RESOLUCIÓN Nº 240



Sea: x : menor recorrido para ir de A hacia B tocando $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1}$

y : menor recorrido para ir de A hacia B tocando $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_2}$

Por demostrar: $x = y$

- Se ubica B_1 y B_2 simétricos de B respecto de $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1}$ y $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_2}$ respectivamente

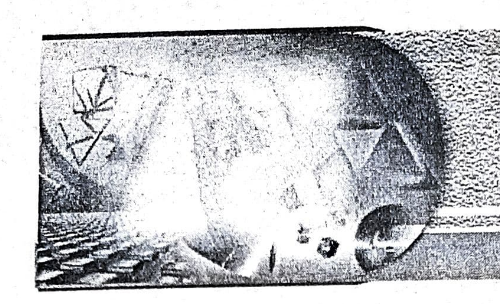
$$\rightarrow \quad AB_1 = x \qquad y \qquad AB_2 = y$$

- Se ubica S tal que: $PS=PA$ y $SQ=QA$

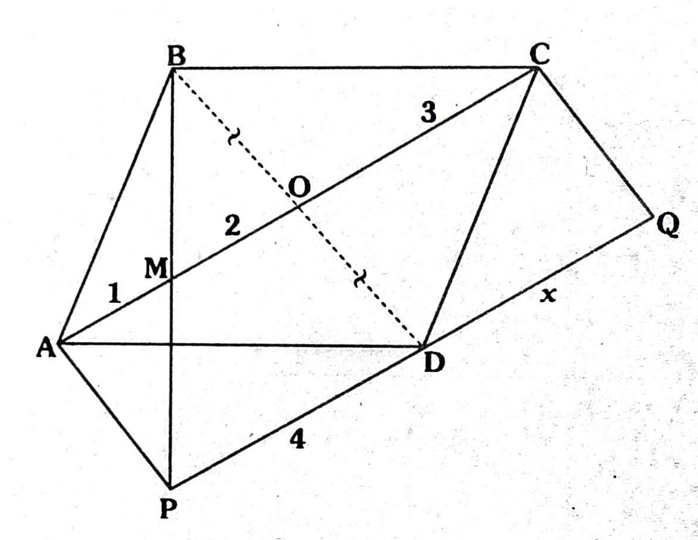
$$\rightarrow \quad \Delta SPB \cong \Delta APB_1 \quad \rightarrow \quad AB_1 = SB = x$$

$$\Delta SQB \cong \Delta AQB_2 \quad \rightarrow \quad AB_2 = SB = y$$

$$\therefore \quad \mathbf{x = y}$$



Resolución N° 241



Nos piden: "x"

- Se traza $\overline{BD}$ → como O es centro del paralelogramo → AO=OC → MO=2
- En ΔPBD, $\overline{MO}$ es base media

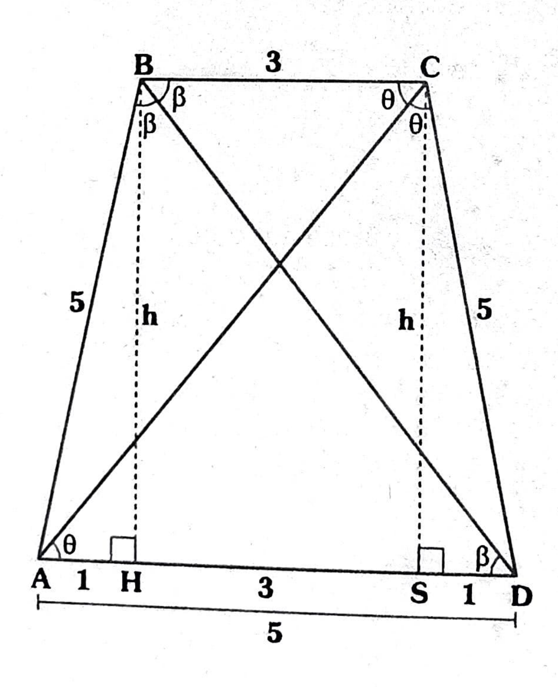
  → PD=4
- Como:

  AC=PQ

  ∴ $x = 2$

Clave D

Resolución N° 242



Piden: h

- ΔADC y ΔABD: isósceles

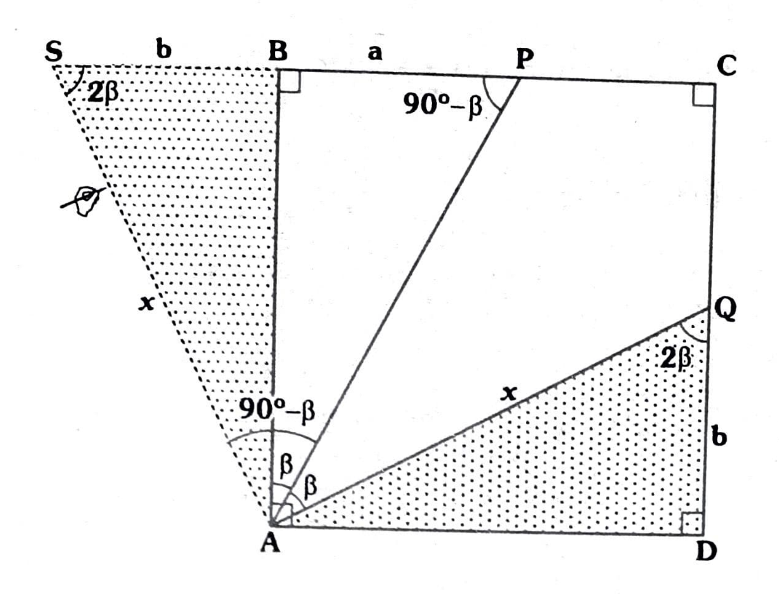
  → AB=AD=CD=5
- ABCD: trapecio isósceles

  → AH=SD=1
- En ⊿CSD:

  $h = 2\sqrt{6}$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 243



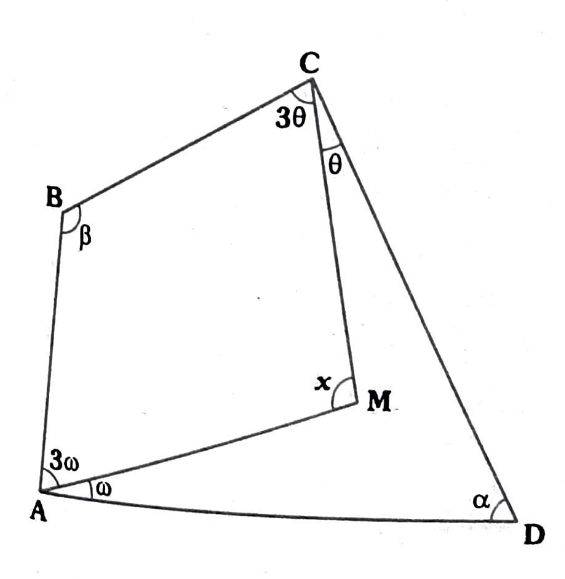
Nos piden: "x"

- En la prolongación de $\overline{CB}$ se ubica S tal que BC=b
- ⊿SBA ≅ ⊿QDA → AS = x
- ΔASP : isósceles

$$\therefore \quad \mathbf{x = a + b}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 244



Piden: "x"

Dato: $3\alpha - \beta = 60°$

- En ADCM: $x = \alpha + \theta + \omega$
- En ⌂ABCM:

$$3\underbrace{(\omega + \theta)}_{x-\alpha} + x + \beta = 360°$$

$$\rightarrow \quad 4x = 360° + \underbrace{3\alpha - \beta}_{60°}$$

$$\therefore \quad \mathbf{x = 105°}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 245

I) VERDADERO

Un cuadrilátero equilátero es rombo o cuadrado

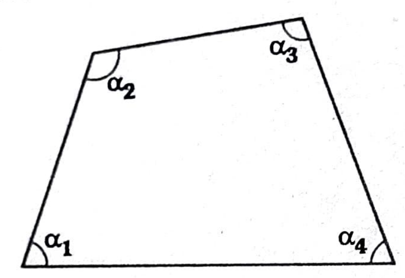
II) VERDADERO

Por definición de polígono regular

III) VERDADERO

Por teorema

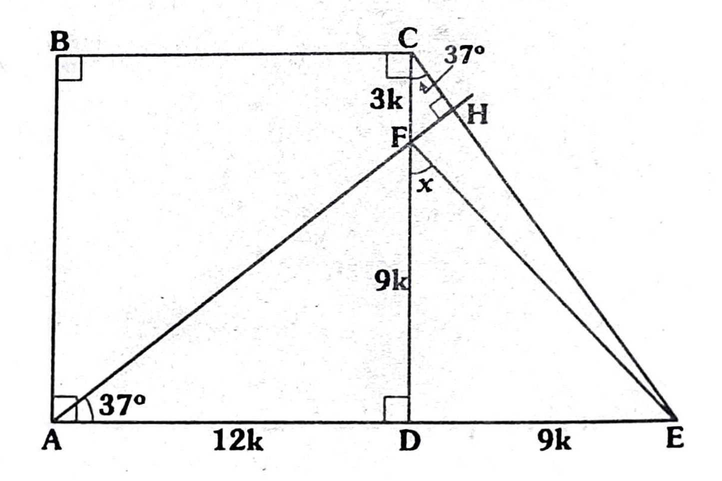
IV) VERDADERO



Por teorema: $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 360°$

$$\rightarrow \quad \alpha_1 + \alpha_3 = \underbrace{180° - \alpha_2}_{S\alpha_2} + \underbrace{180° - \alpha_4}_{S\alpha_4}$$

RESOLUCIÓN Nº 246



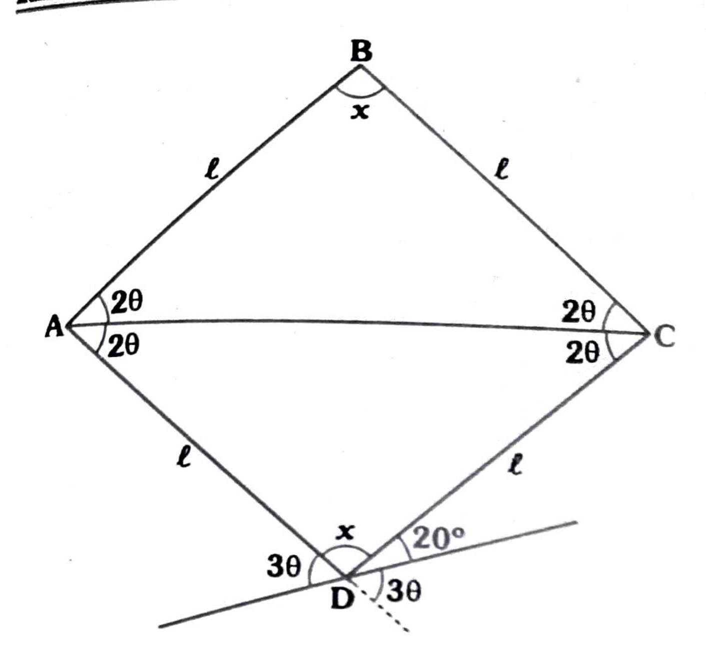
Piden: "x"

- Sea FC=3k → FD=9k → AD=12k → m∢DAF = 37°
- Como m∢DCE = 37° → ED=9k
- Finalmente el ⊿FDE es notable de 45°

$$\therefore \quad x = 45°$$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 247



Piden: "x"

- En ΔADC:

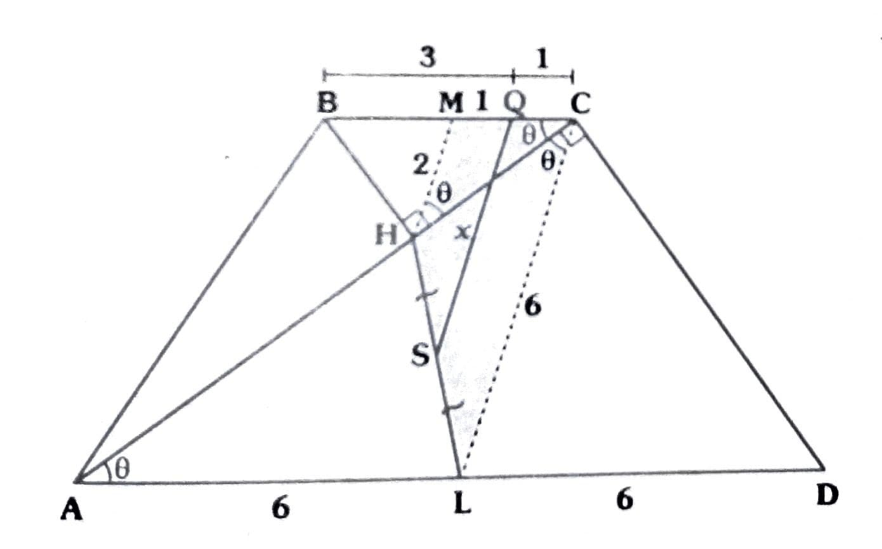
$$4\theta = 3\theta + 20°$$

$$\rightarrow \quad \theta = 20°$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{x = 100°}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 248



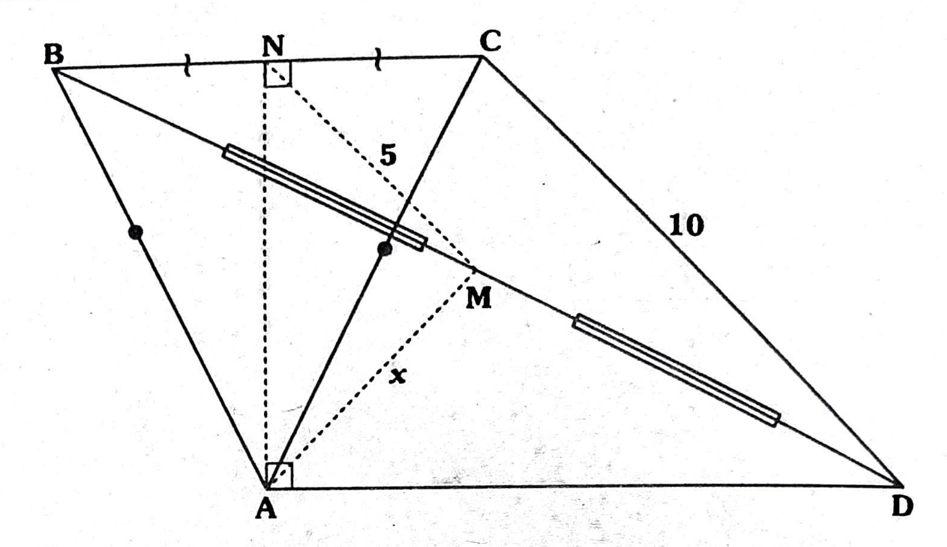
Nos piden: "x"

- En los ⊿s ACD y CHB se trazan las medianas CL y HM respectivamente
- En el trapecio HMCL, por base media:

$$\therefore \quad x = \frac{6+2}{2} = 4$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 249



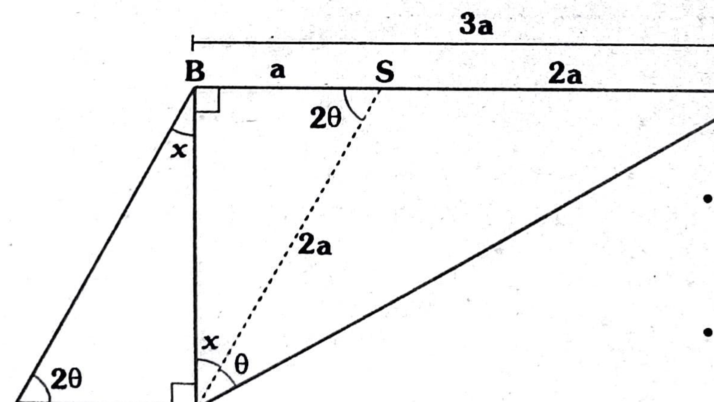
Nos piden: "x"

- En el ΔABC se traza la altura $\overline{AN}$ $\rightarrow$ BN=NC
- En el ΔDBC : $\overline{MN}$ es base media $\rightarrow$ MN=5
- Por propiedad:

$$x = 5$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 250



Nos piden: "x"

- Se ubica S en $\overline{BC}$ $\rightarrow$ ABSD es un paralelogramo

  $\rightarrow$ AD = BS = a

  $\rightarrow$ SC=2a

- ΔASC : isósceles

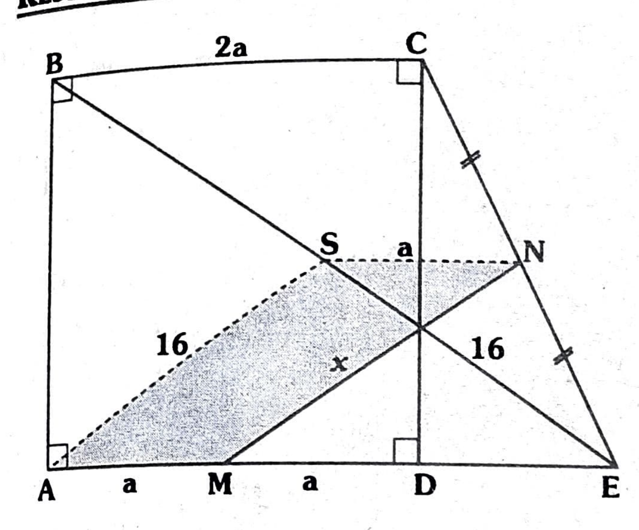
  $\rightarrow$ DS=SC=2a

- ⊿DBS: notable

$$\therefore \ x = 30^{\circ}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 251



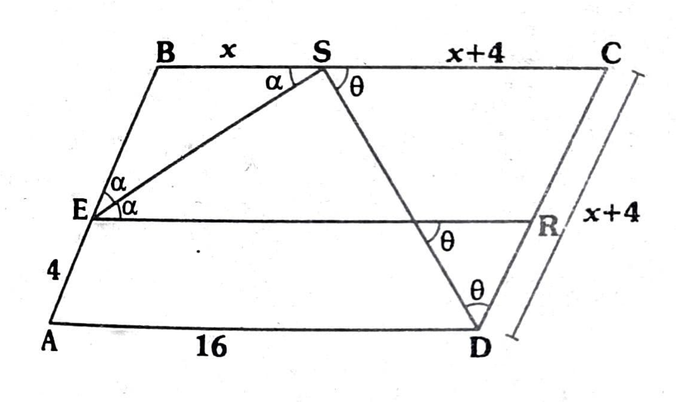
Nos piden: "x"

- En el ⊿BAE se traza la mediana AS
  → BS=SE=SA=16
- En el ΔECB → $\overline{SN}$ es base media
  → SN=a y $\overline{SN}//\overline{BC}$
- ASNM: paralelogramo

$\therefore\ x=16$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 252



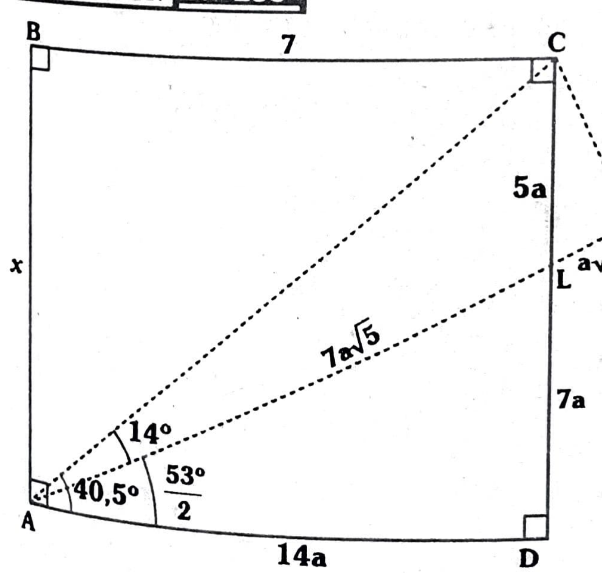
Nos piden: "x"

- Notemos que: $\overline{AD}//\overline{ER}$ y que los triángulos EBS y DSC son isósceles
  → EB=BS=x y
  CS = CD = x + 4
- Como AD=BC → 2x+4=16

$\therefore\ x=6$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 253



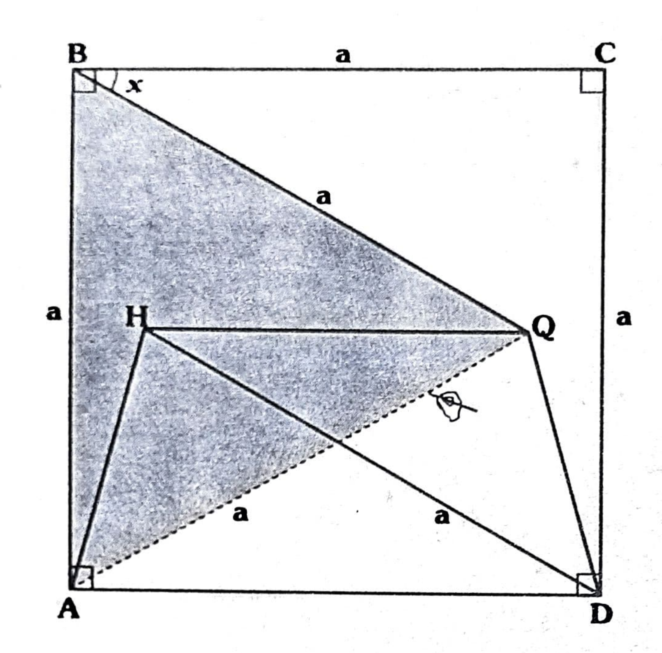
Nos piden: "x"

- Notemos que: $40{,}5° = 14° + \frac{53°}{2}$
- En ⊿AHC: $AL = 7a\sqrt{5}$
- En ⊿ADL: LD = 7a y AD = 14a
- 14a = 7 → $a=\frac{1}{2}$

$\therefore\ x=12a=6$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 254



Nos piden: "x"

- Como AHQD es un trapecio isósceles

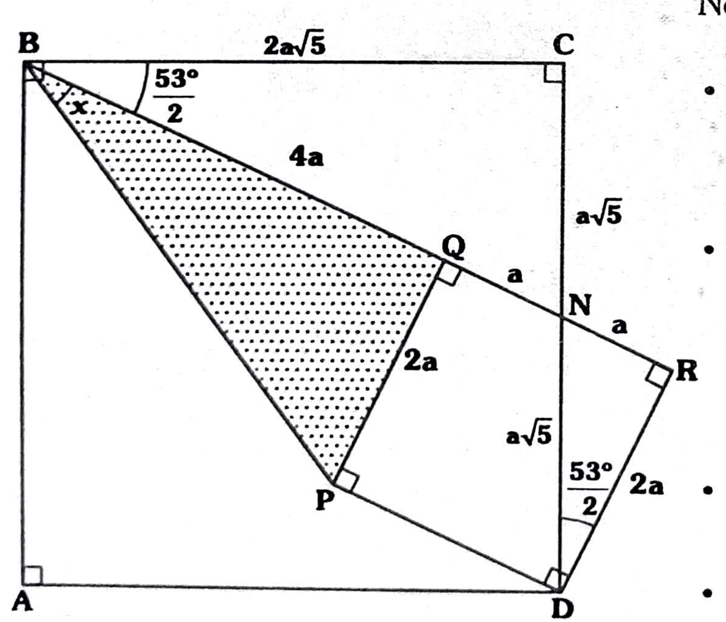
$\rightarrow$ AQ=HD=a

- ΔABQ: equilátero

$\therefore$ $\boldsymbol{x = 30°}$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 255



Nos piden: "x"

- Como BC=2(CN)

$\rightarrow$ $m\measuredangle CBN = 53°/2$

- $\triangle DRN$: notable de 53°/2

$\rightarrow$ $DR = 2(NR) = 2a$

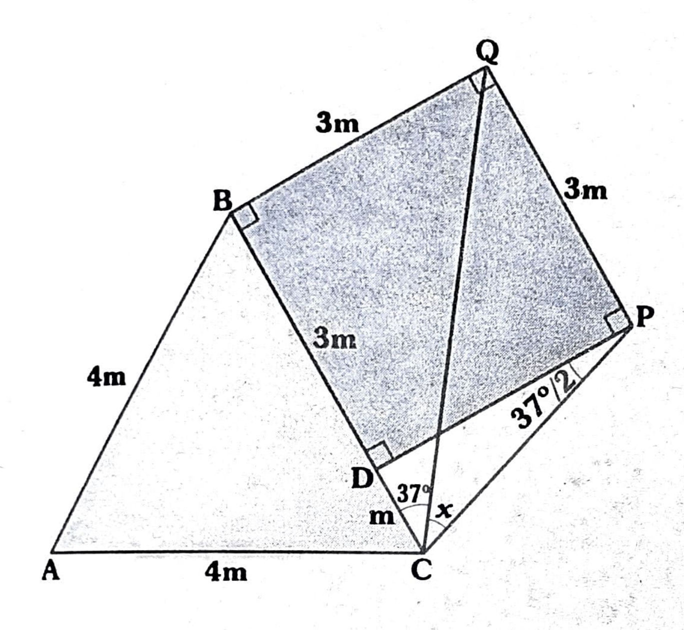
$\rightarrow$ $ND = a\sqrt{5}$

- En $\triangle BCN$: BN=5a

- $\triangle PQB$: $x = \dfrac{53°}{2}$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 256



Piden: "x"

- Como los perímetros ABC y BQPD son iguales

$$\rightarrow \quad AB=4\ m \quad y \quad BQ=3\ m$$

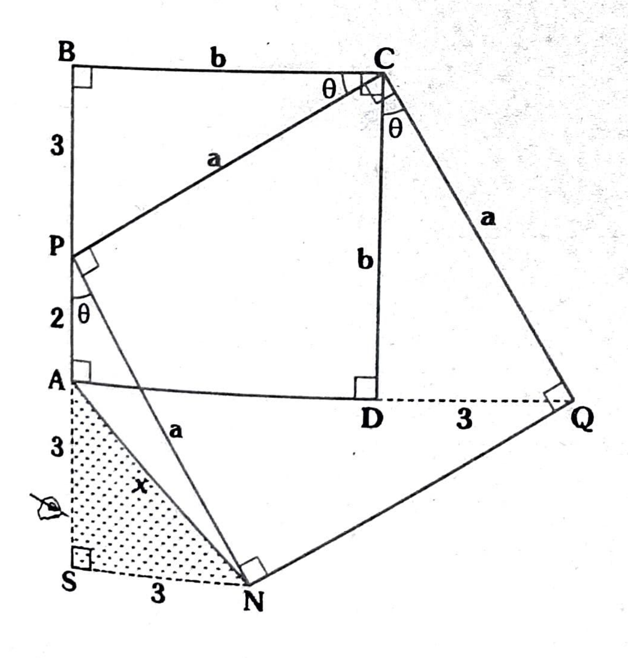
- En ⊿CBQ: $m\measuredangle BCQ=37°$
- En ⊿PDC: notable de 37°/2

$$x+37°=\frac{143°}{2}$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{x=34°30'}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 257



Nos piden: "x"

- $\Delta BCP \cong \Delta QCD$

$$\rightarrow \quad PB=DQ=3$$

- ⊿CBP ≅ ⊿PSN

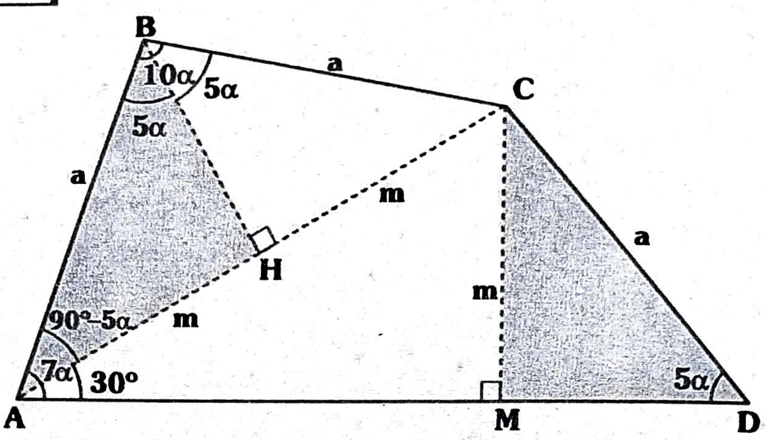
$$\rightarrow \quad SN=3 \quad y \quad PS=5$$

- En ⊿ASN:

$$\boldsymbol{x=3\sqrt{2}}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 258



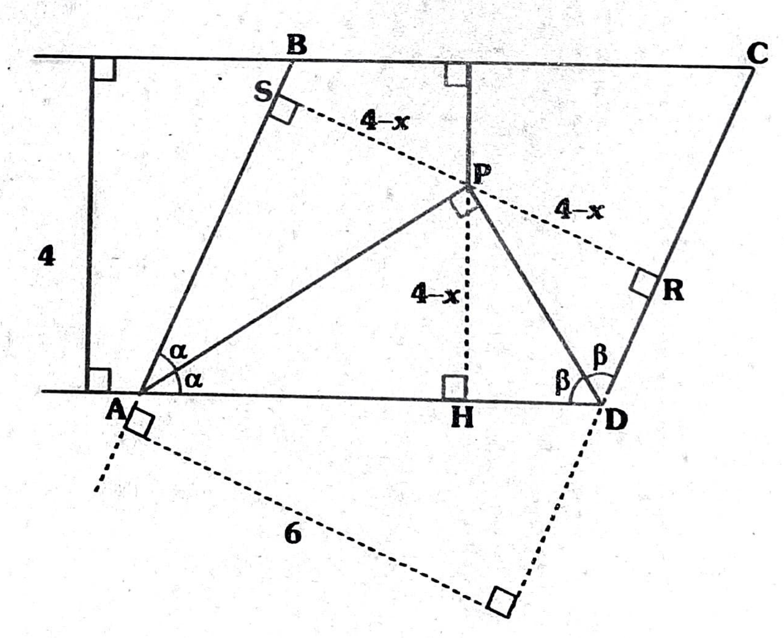
Piden: α

- $\triangle ABC$: isósceles $\rightarrow AH = HC = m$
- $\triangle BHA \cong \triangle DMC \rightarrow AH = CM = m$
- $\triangle AMC$: notable de 30° $\rightarrow 7\alpha = 30° + 90° - 5\alpha$

$\therefore \alpha = 10°$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 259



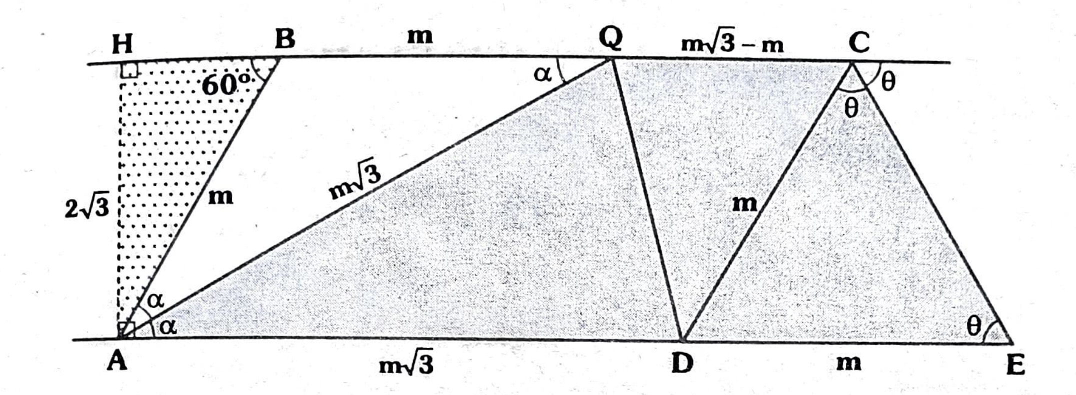
Piden: "x"

- Notemos que: $PH = 4 - x$
- Por teorema de la bisectriz: $PH = PR$ y $PH = PS$
- Luego: $4 - x + 4 - x = 6$

$\therefore x = 1$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 260



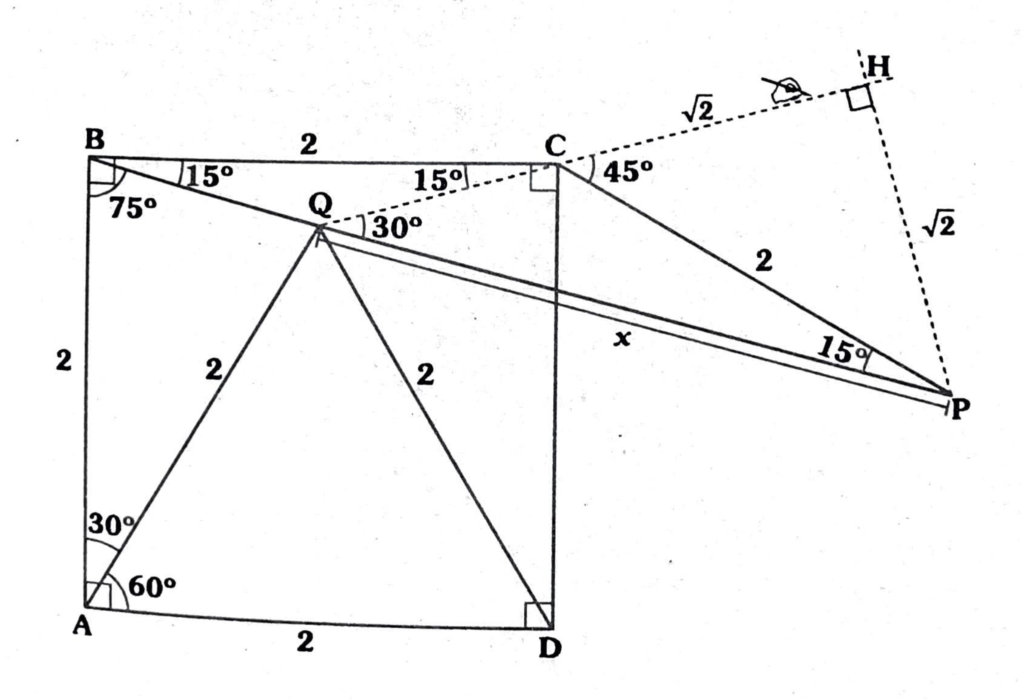
Sea "x" la distancia entre los puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{QE}$ $\rightarrow x=\dfrac{AE-QC}{2} \rightarrow x=m$

- En ΔABC: $\alpha=30°$
- En ⊿AHB: $m=4$

$$\therefore \quad x=4$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 261



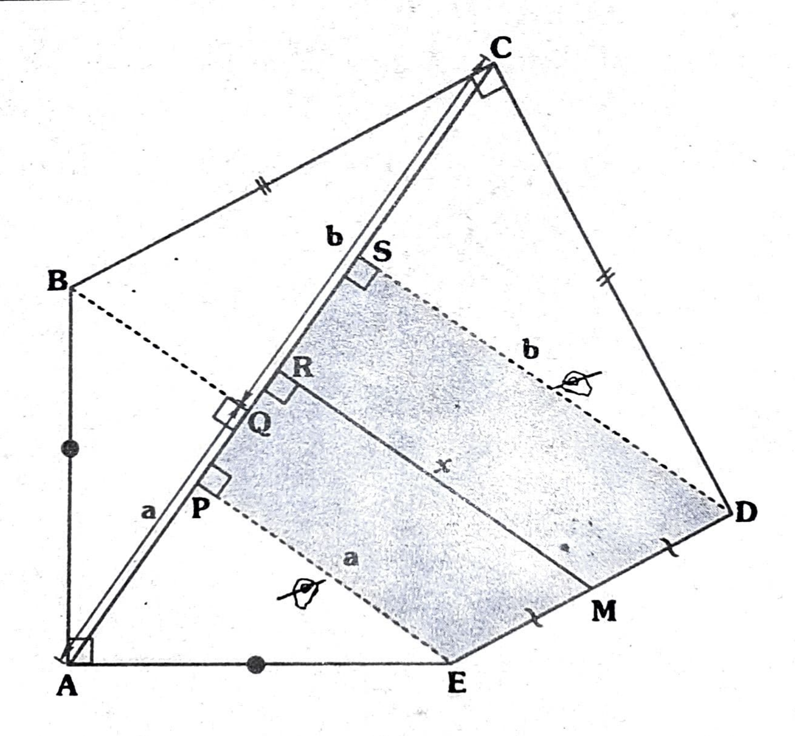
Piden: "x"

- Como el ΔAQD es equilátero $\rightarrow$ $m\sphericalangle QBC = m\sphericalangle BCQ = 15°$
- ΔBCP : isósceles $\rightarrow$ $m\sphericalangle CQP = 30°$
- ⊿CHP: notable de 45°
- ⊿QHP: notable de 30°

$$\therefore \quad \boldsymbol{x = 2\sqrt{2}}$$

Clave C

Resolución N° 262



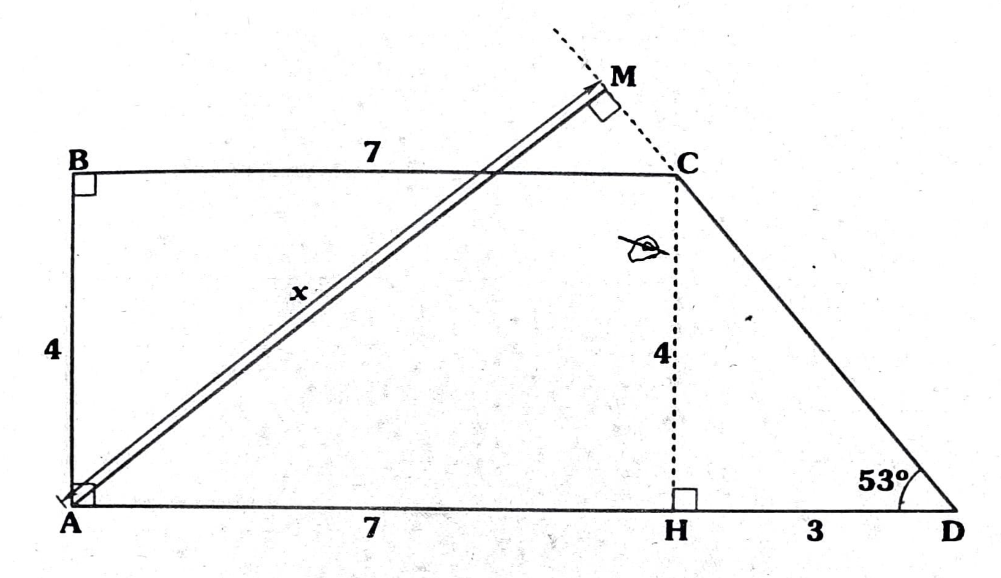
Nos piden: "x"

- En el trapecio EPSD: $x = \dfrac{a+b}{2}$
- ⊿AQB ≅ ⊿EPA $\rightarrow$ EP=AQ=a
- ⊿BQC ≅ ⊿DSC $\rightarrow$ CQ=DS=b
- Por dato: $a + b = 14$

$$\therefore \quad \boldsymbol{x = 7}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 263



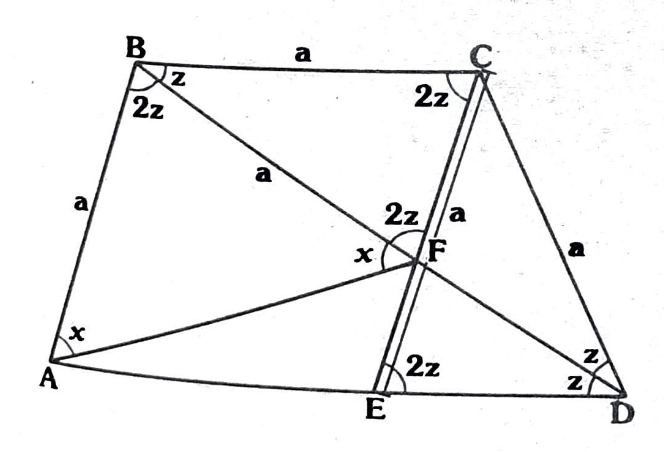
Nos piden: "x"

- Se traza: $\overline{CH} \perp \overline{CH}$ $\rightarrow$ CH=4 y AH=7 $\rightarrow$ HD=3
- En ⊿AMD: notable

$$x = 8$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 264



Nos piden: "x"

- Como: AD=BD $\rightarrow$ BF=AE

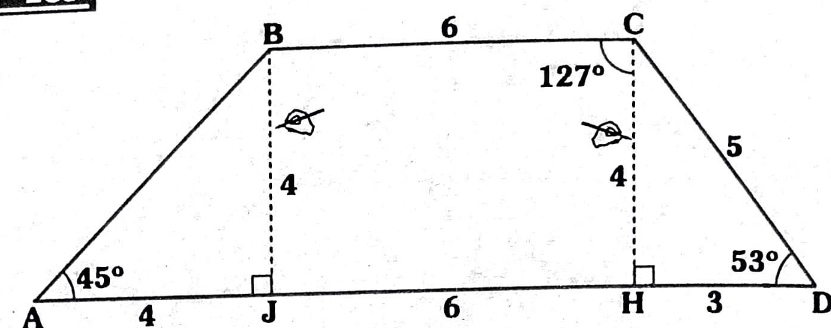
  $\rightarrow$ ΔBCD : isósceles
- Sea m∢BDA = z
- ΔECD : isósceles $\rightarrow$ m∢CED=2z
- En ΔBCF : $5z = 180°$

  $z = 36°$
- En ΔABF :

$$x = 54°$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 265



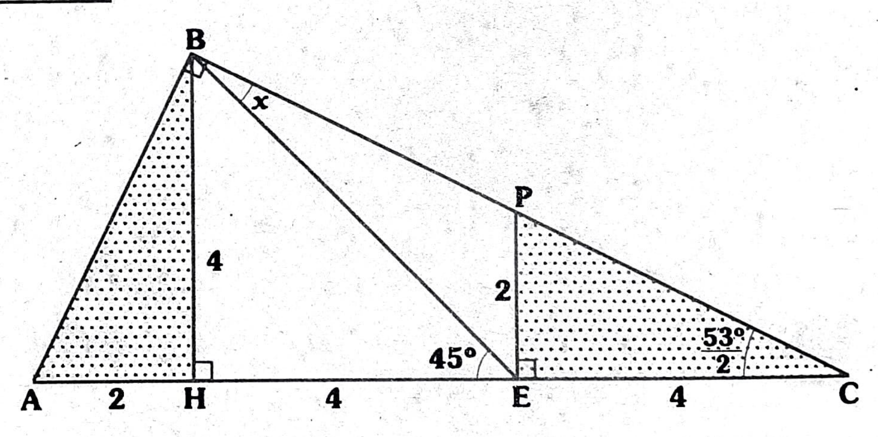
Piden: AD

- ⊿CHD: notable de 53° → HD=3 y CH=4
- ⊿AJB: notable de 45° → AJ=4

$$\therefore \ \mathbf{AD=13}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 266



Piden: "x"

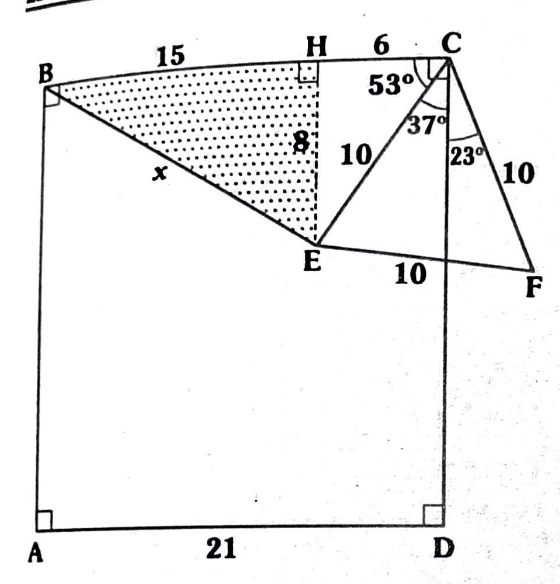
- Como ⊿AHB ≅ ⊿PEC → AH=EP=2 y BH = EC = 4 → $m\measuredangle ECP=\frac{53°}{2}$
- Luego HC = 8 → HE=4
- ⊿BHE: notable de 45°

$$x+\frac{53°}{2}=45°$$

$$\therefore \ \mathbf{x=\frac{37°}{2}=18°30'}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 267



Piden: "x"

- Se traza $\overline{EH} \perp \overline{BC}$ (H en $\overline{BC}$)
- ⊿EHC: notable de 53°

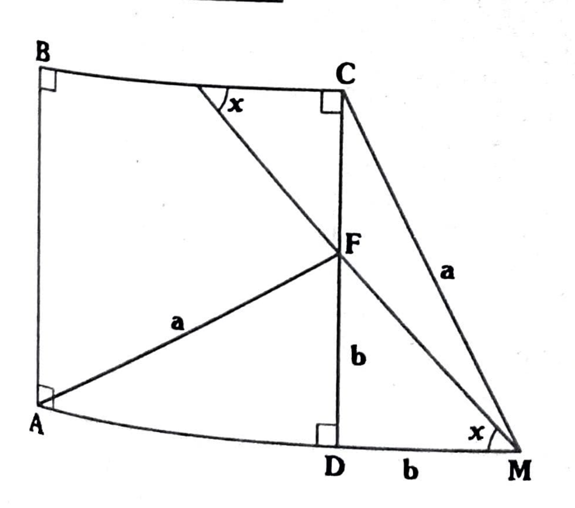
  → HC=6 y HE = 8

  → BH=15
- ⊿EHB:

$$x = 17$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 268



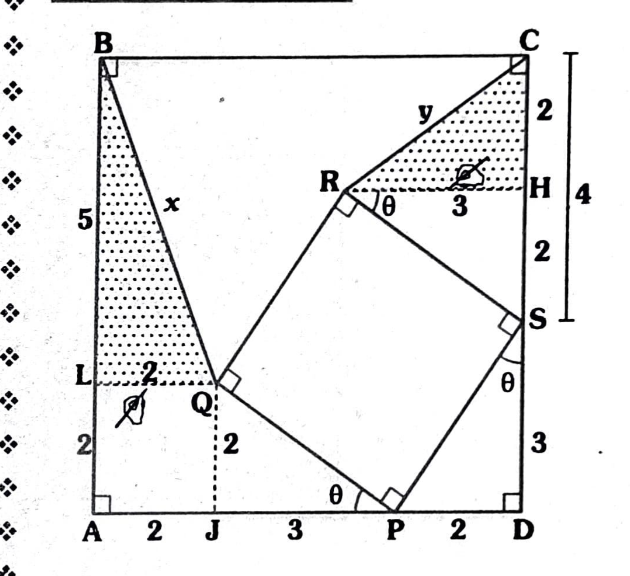
Piden: "x"

- ⊿ADF ≅ ⊿CDM → FD=DM
- ⊿FDM: notable

$$\therefore \; x = 45°$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 269



Piden: $\dfrac{x}{y}$

Notemos:

- ⊿QJP ≅ ⊿PDS ≅ ⊿SHR

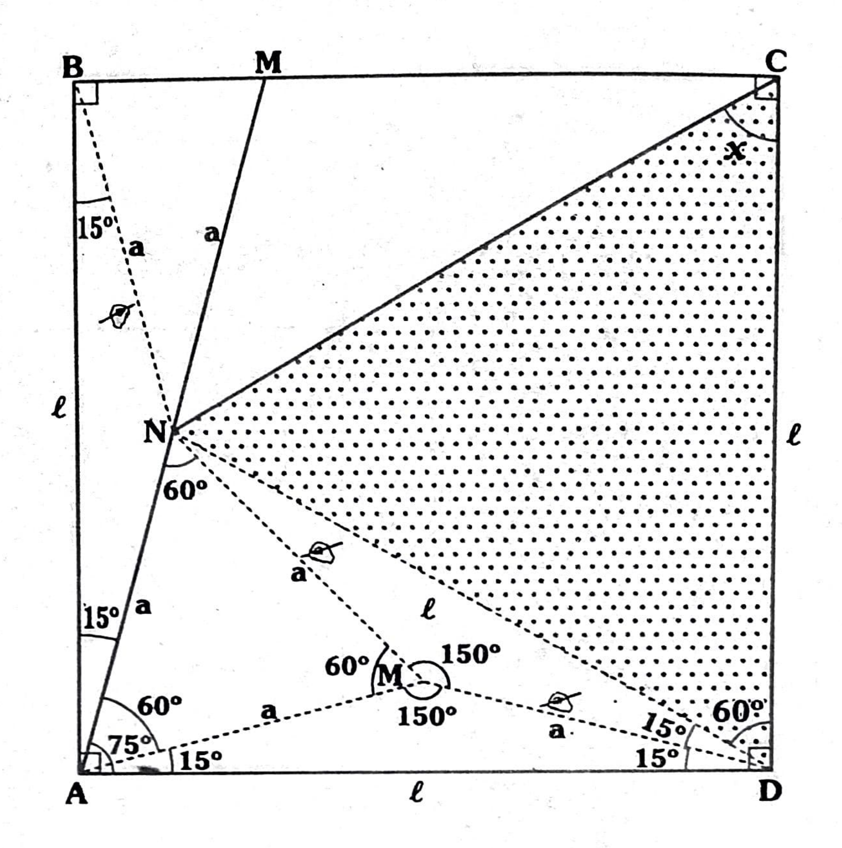
  → QJ=PD=SH=2

  JP = DS = RH = 3
- Luego: HC=2 y AR=2
- Se traza $\overline{QL} \perp \overline{AB}$ → LB=5
- En ⊿BLQ: $x = \sqrt{29}$
- En ⊿RHC: $y = \sqrt{13}$

$$\therefore \; \frac{x}{y} = \sqrt{\frac{29}{13}}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 270



Piden: "x"

- Se traza $\overline{BN}$ → AN=MB
- Se traza interiormente el ΔAHD tal que:

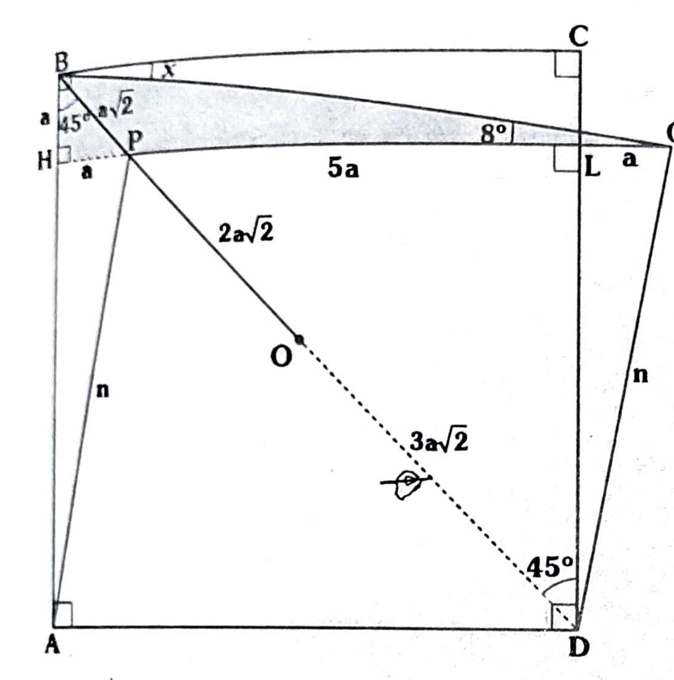
$$m\measuredangle HAD = m\measuredangle HDA = 15^\circ$$

- ΔABN ≅ ΔADH
- ΔAHN : equilátero
- ΔNHD ≅ ΔAHD → DN=ℓ
- ΔDNC : equilátero

$$\therefore \quad \boldsymbol{x = 60^\circ}$$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 271



Piden: "x"

- Se prolonga $\overline{QP}$ hasta que corte a $\overline{AB}$ en H.
- $\triangle$BHP: notable de 45°

  $\rightarrow$ BH = HP = a
- Como $PO = 2a\sqrt{2}$

  $\rightarrow PD = 5a\sqrt{2}$

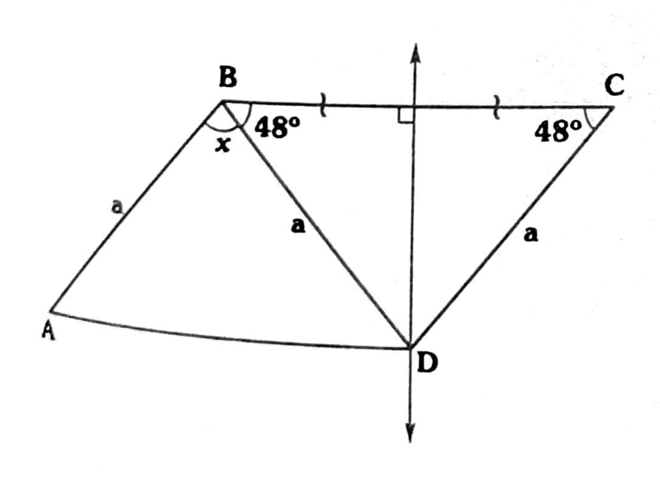
  $\rightarrow$ PL = 5a
- $\triangle AHP \cong \triangle DLQ$

  $\rightarrow$ HP = LQ = a
- Luego en $\triangle$BHQ, como $HQ = 7(BH)$

  $\therefore$ $\mathbf{x = 8°}$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 272



Piden: "x"

- Por teorema de la mediatriz:

  BD = DC

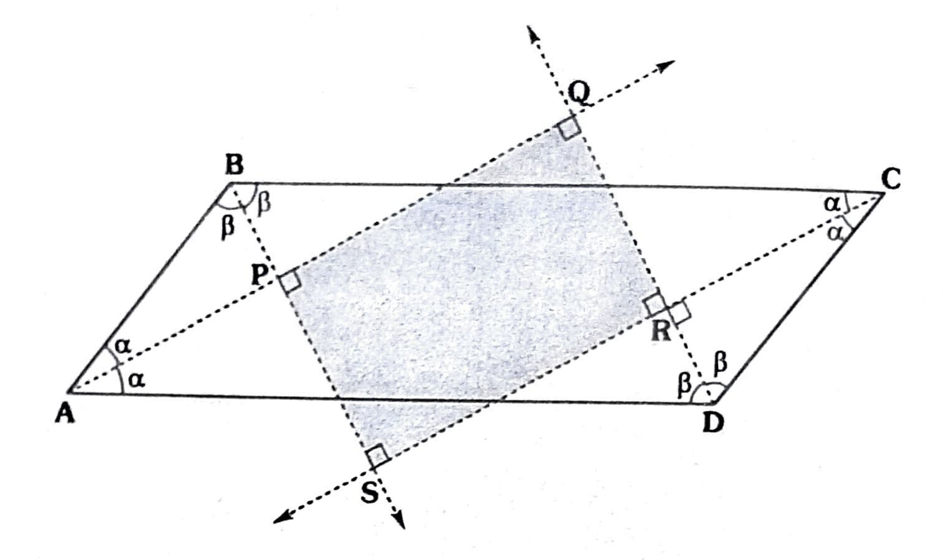
  $\Rightarrow$ $m\measuredangle C = m\measuredangle DBC = 48°$
- Como $\overline{AB} // \overline{DC}$

  $\Rightarrow$ $x + 48° + 48° = 180°$

  $\therefore$ $\mathbf{x = 84°}$

Clave A

Resolución Nº 273



Notemos que: $2\alpha + 2\beta = 180°$ $\rightarrow$ $\alpha + \beta = 90°$

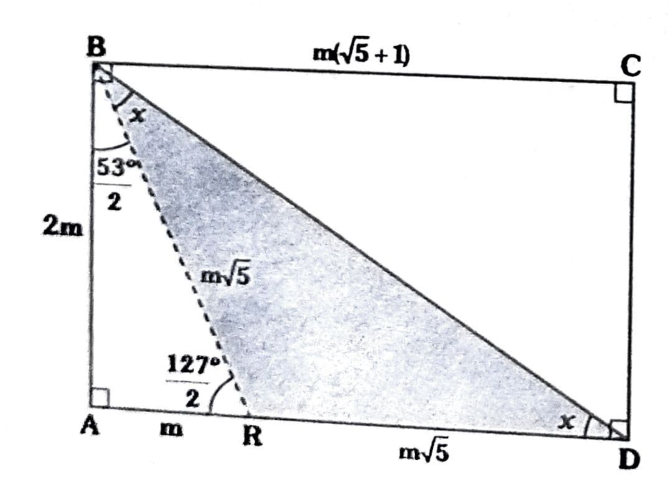
$\Rightarrow$ $m\sphericalangle APB = m\sphericalangle CRD = 90°$ y $m\sphericalangle BSC = m\sphericalangle AQD = 90°$

$\therefore$ **PQRS es un rectángulo**

Clave B

Resolución Nº 274

Dato: $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ $\rightarrow$ $\dfrac{BC}{AB} = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$



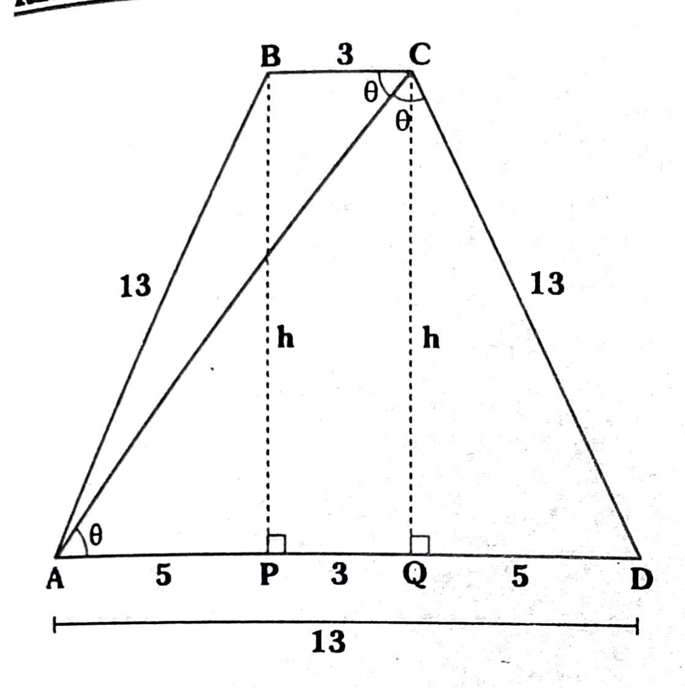
- Se ubica R en $\overline{AD}$ tal que: AR=m y RD = $m\sqrt{5}$
- ⊿RAB: notable de 53°/2
- Como RB=RD

$\rightarrow$ $x + x = \dfrac{127°}{2}$

$\therefore$ $x = \dfrac{127°}{4} = 31{,}75°$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 275



Piden: h

- Como:

$$m\sphericalangle ACD = \theta \rightarrow m\sphericalangle DAC = \theta$$

$\rightarrow$ ΔCAD : isósceles

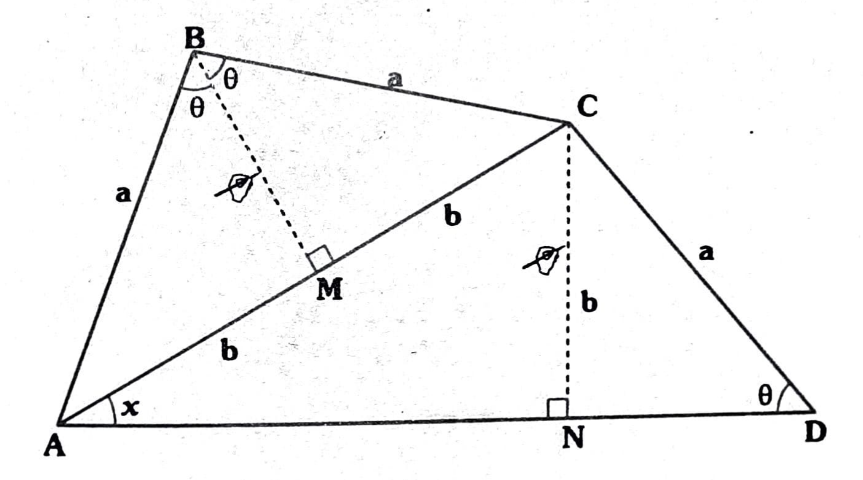
$\rightarrow$ ABCD: trapecio isósceles

- Por propiedad: $AP = QD = 5$
- En ⊿QCD:

$$\mathbf{h = 12}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 276



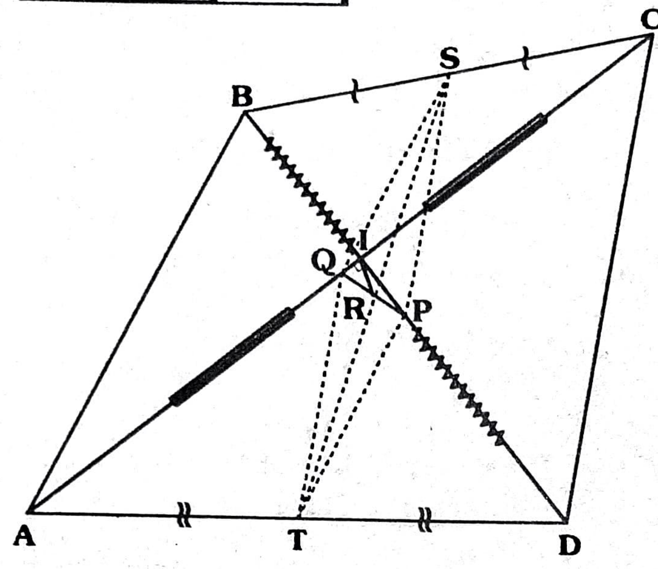
Nos piden: x

- Se traza $\overline{BM} \perp \overline{AC}$ y $\overline{CN} \perp \overline{AD}$
- En ΔABC: AM=MC y $m\sphericalangle ABM = m\sphericalangle MBC = m\sphericalangle CDA = \theta$
- ⊿AMB ≅ ⊿DNC $\rightarrow$ CN=AM=b
- En ⊿AMB ≅ ⊿DNC $\rightarrow$ CN=AM=b
- En ⊿ANC: notable

$$\therefore \quad \boldsymbol{x = 30^\circ}$$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 277



Piden: IR

Dato: PQ=12

- Notemos que QSPT es un paralelogramo

$\Rightarrow$ QR=RP

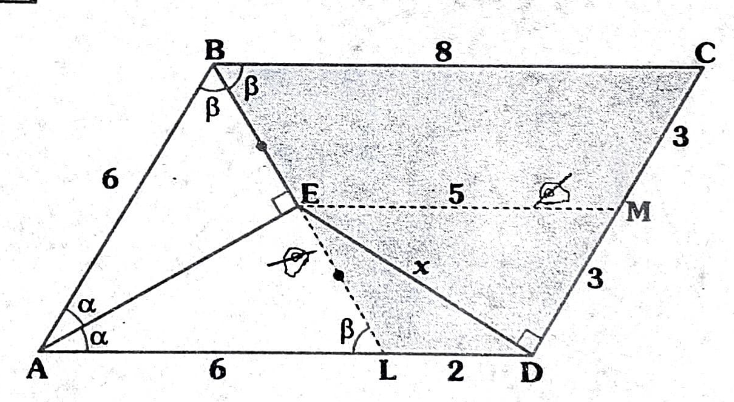
- En ⊿QIPI

QR=RP=IR (*por teorema de la mediana relativa a la hipotenusa*)

$\therefore$ **IR = 6**

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 278



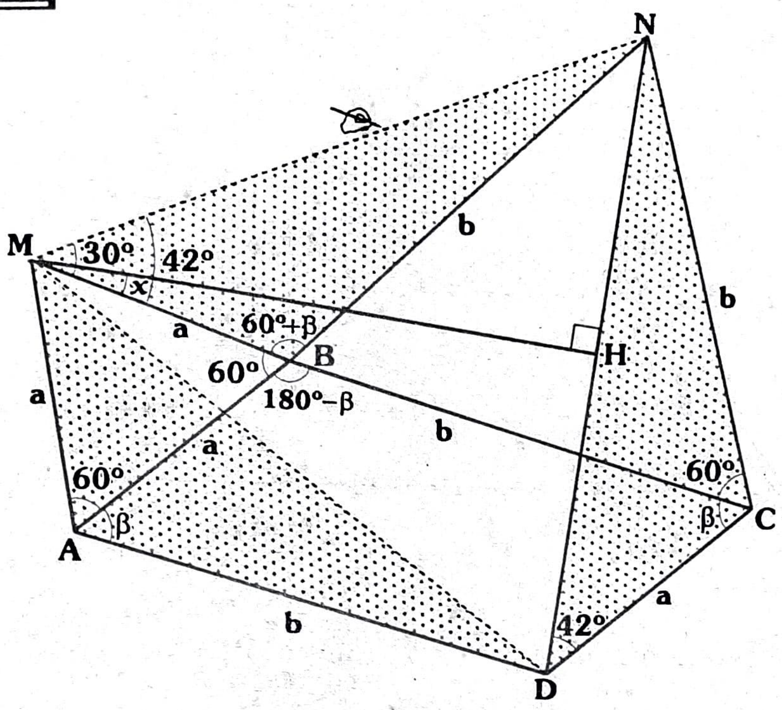
Piden: "x"

- Notemos que: $\alpha + \beta = 90°$
- Al prolongar $\overline{BE}$ tendremos: $AB = AL = 6 \rightarrow LD=2$
- En el trapecio BCDL, se traza la base media $\overline{EM}$ $\Rightarrow$ $EM=\frac{8+2}{2}=5$
- En ⊿EDM: $x^2+3^2=5^2$

$\therefore$ $\boldsymbol{x = 4}$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 279



Piden: "x"

- Luego de completar ángulos, tendremos: $\Delta MAD \cong \Delta DCN \cong \Delta MBD$

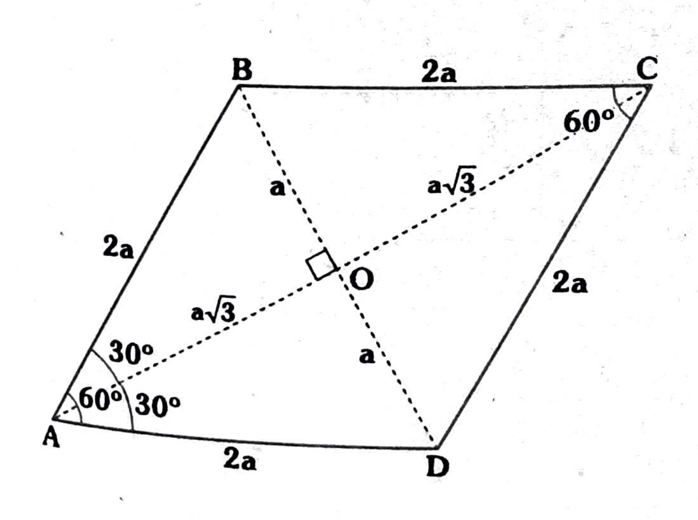
$\rightarrow$ MD=ND=MN $\rightarrow$ ΔMDN: equilátero $\rightarrow$ $m\measuredangle NMH = 30°$

- Como: $x + 30° = 42°$

$$\therefore \quad x = 12°$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 280



Piden $\text{perim}_{(ABCD)}$

Dato: $AC + BD = 3\left(1+\sqrt{3}\right)$

- Al ser ABCD un rombo y $m\measuredangle BAD = 60°$

$\rightarrow$ ΔABD y ΔBCD son equiláteros

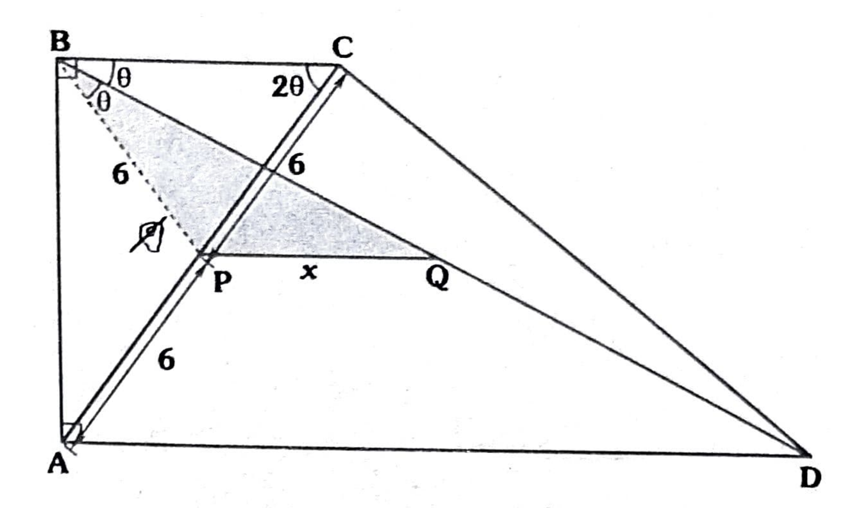
- Del dato:

$$2a + 2a\sqrt{3} = 3\left(1+\sqrt{3}\right) \rightarrow a = \frac{3}{2}$$

- Luego el perímetro es: $\mathbf{8a = 8 \cdot \frac{3}{2} = 12}$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 281



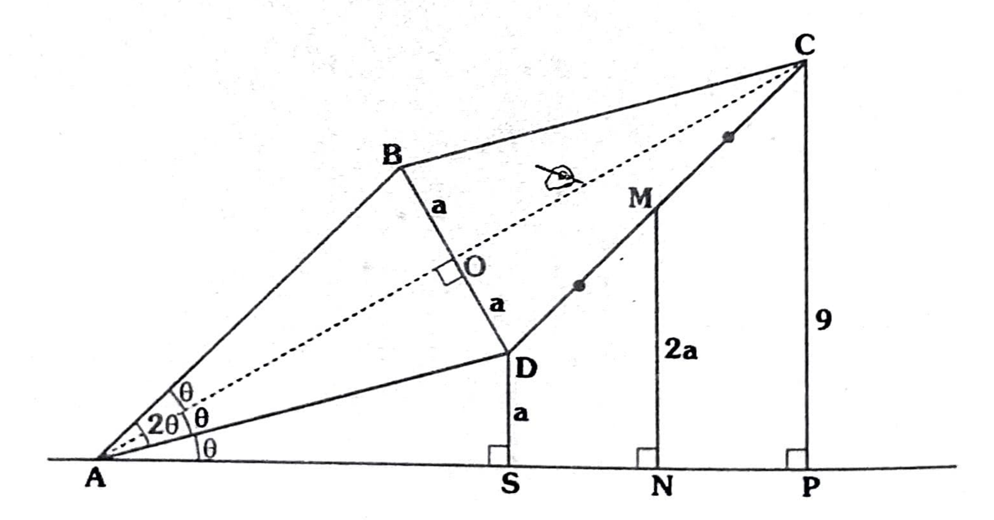
Nos piden: "x"

- En el ⊿ABC se traza la mediana $\overline{BP}$ ⇒ AP=PC=BP=6 y m∢PBQ = θ
- ΔBPQ : isósceles

$$\therefore \quad x = 6$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 282



Piden: BD

Dato: BD=MN

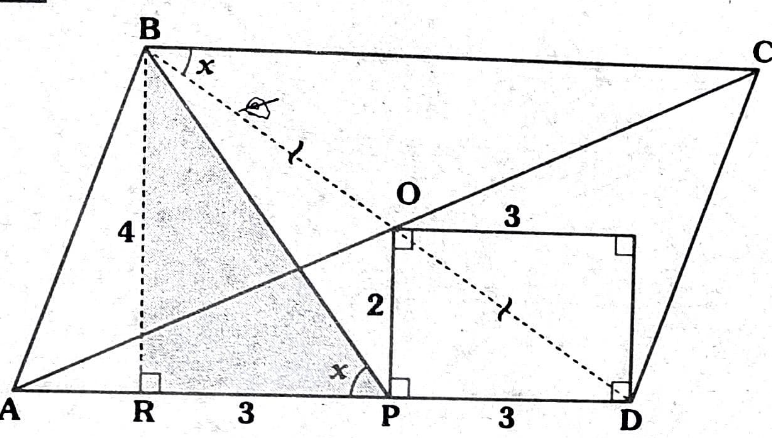
- Se traza la diagonal $\overline{AC}$ → BO=OD=a
- Por teorema de la bisectriz: DO = DS = a

- En el trapecio SDCP: $2a = \dfrac{9+a}{2} \rightarrow a=3$

$$\therefore \ \mathbf{BD = 2a = 6}$$

Clave D

RESOLUCIÓN Nº 283



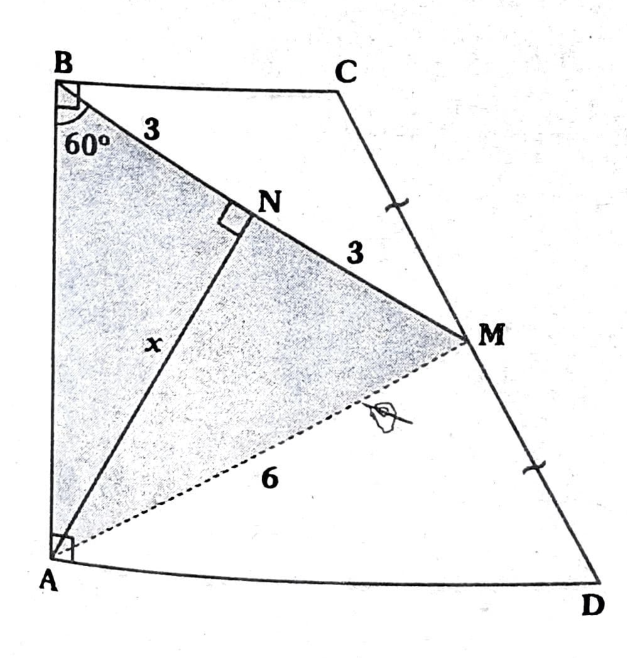
Piden: "x"

- Como AO=OC $\rightarrow$ O es centro $\rightarrow$ B, O y D: colineales
- Se traza $\overline{BR} \perp \overline{AD}$ $\Rightarrow$ en ⊿BRD, $\overline{OP}$ es base media $\Rightarrow$ BR=4 y RP=PD=3
- En ⊿BRP:

$$x = 53^\circ$$

Clave A

RESOLUCIÓN Nº 284



Piden: "x"

- Por propiedad: BM = MA
- Como:

$m\measuredangle ABM = 60^\circ$

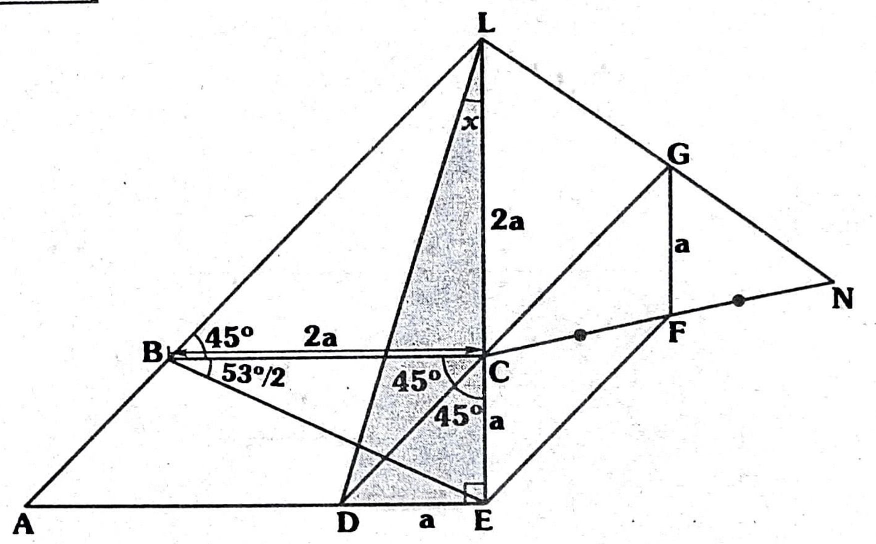
$\Rightarrow$ ΔABM : equilátero

$\Rightarrow$ $\overline{AN}$ es mediana y altura

$$\therefore \ x = 3\sqrt{3}$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 285



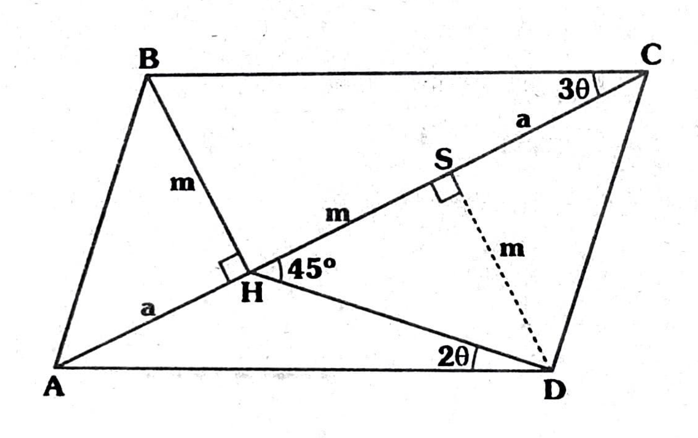
Nos piden: "x"

- Sea CE=a → BC=2a (pues m∢EBC = 53°/2)
- Como ECGF es un paralelogramo ⇒ GF=a
- En △CLN, por base media: CL=2a ⇒ m∢LBC = 45° ⇒ m∢BCD = 45°
- ⊿DEC: DE=a

$$\therefore \quad x = \frac{37^\circ}{2} = 18^\circ 30'$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 286



Piden: m∢BCH

- Dato: BH = HC − AH
- ⊿AHB ≅ ⊿CSD

  ⇒ AH=SC=a y

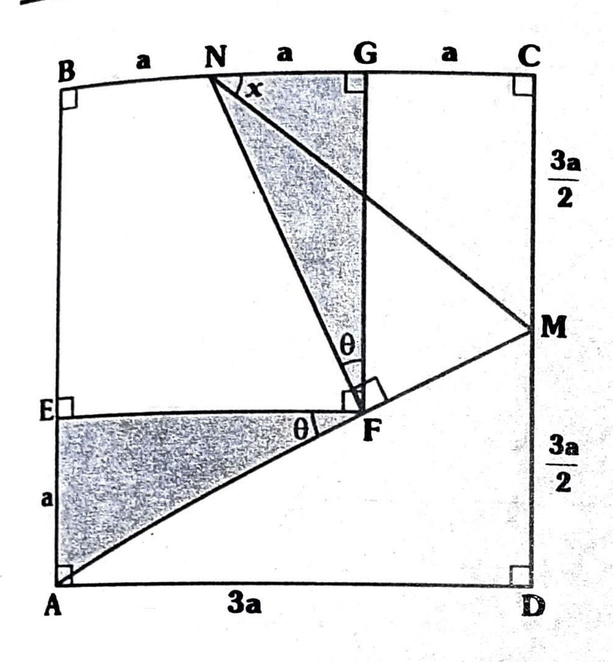
  BH = SD = m
- Del dato: HS=m ⇒ m∢SHD=45°
- Luego: $3\theta + 2\theta = 45^\circ$

  → $\theta = 9^\circ$

$$\therefore \quad \mathbf{m\sphericalangle BCH = 27^\circ}$$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 287



Piden: "x"

- Notemos: $\triangle AEF \cong \triangle NGF$

$\rightarrow$ AE=NG=a

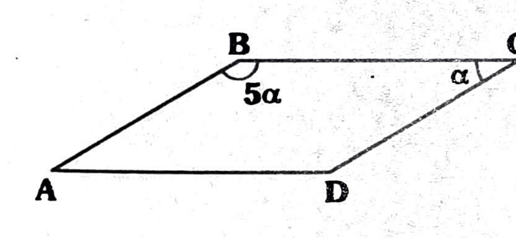
- Como BE=BG $\rightarrow$ GC=a
- Del dato: BN=a $\rightarrow$ BC=3a
- Como EF = 2a $\rightarrow$ $\theta=\dfrac{53^\circ}{2}$

$\rightarrow$ $MD=\dfrac{3a}{2}$

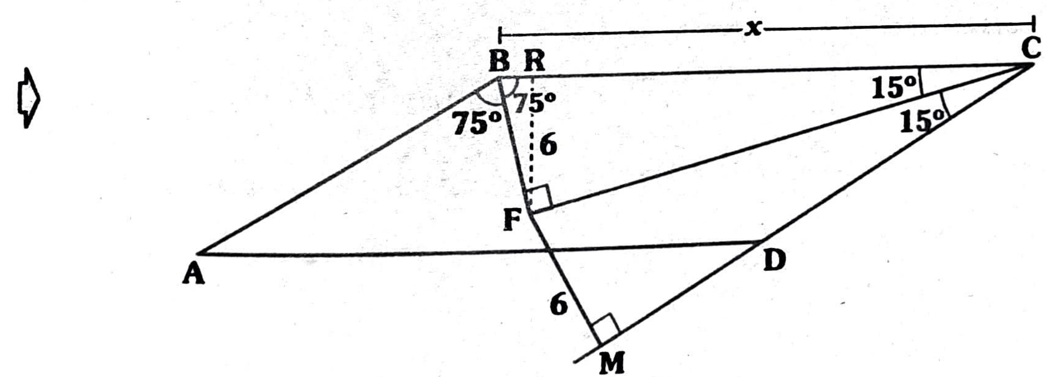
- En $\triangle$NCM: $\mathbf{x = 37^\circ}$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 288



$\alpha + 5\alpha = 180^\circ \rightarrow \alpha = 30^\circ$



Nos piden: "x"

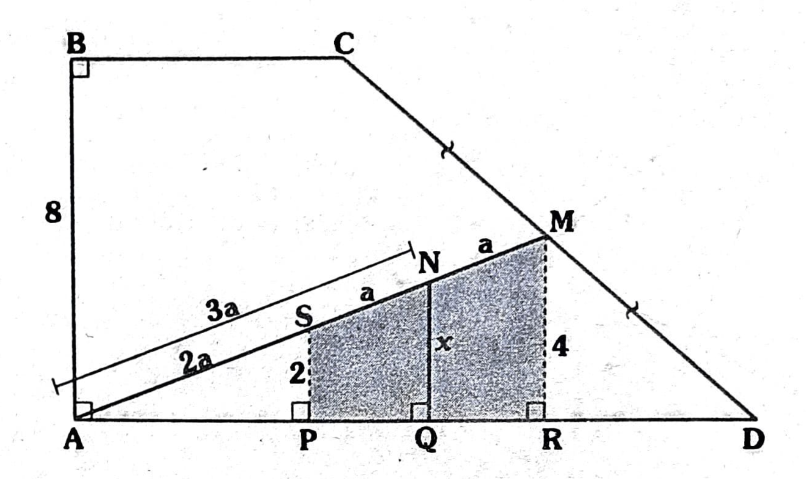
- Por teorema de la bisectriz: FR=FM
- En $\triangle$BFC:

$$x = 4(6)$$

$$\therefore \quad \mathbf{x = 24}$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 289



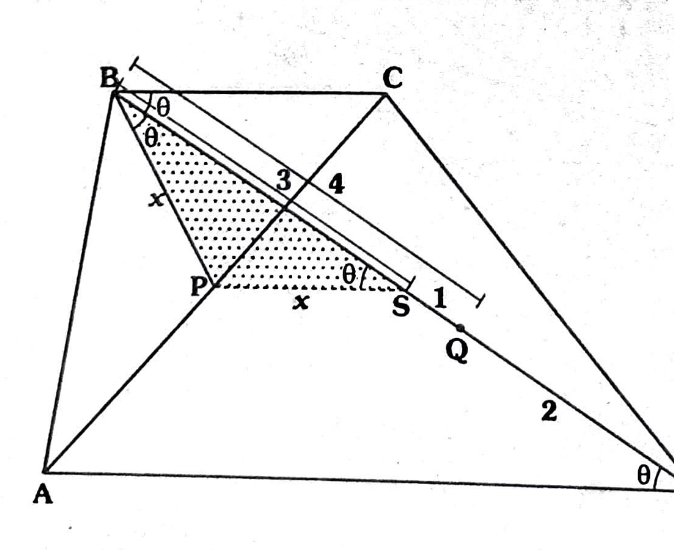
Piden: "x"

- Se traza $\overline{MR} \perp \overline{AD} \rightarrow MR=4$
- Se ubicaS punto medio de $\overline{AM}$ y se traza $\overline{SP} \perp \overline{AD} \rightarrow SP=2$
- En el trapecio SPRM: $x = \dfrac{2+4}{2}$

$\therefore \; \boldsymbol{x=3}$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 290



Nos piden $(AD-BC)_{\text{min ent.}}$

- Se ubica S punto medio de $\overline{BD}$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{AD-BC}{2}$$

- En ΔPBS: $3 < x + x$

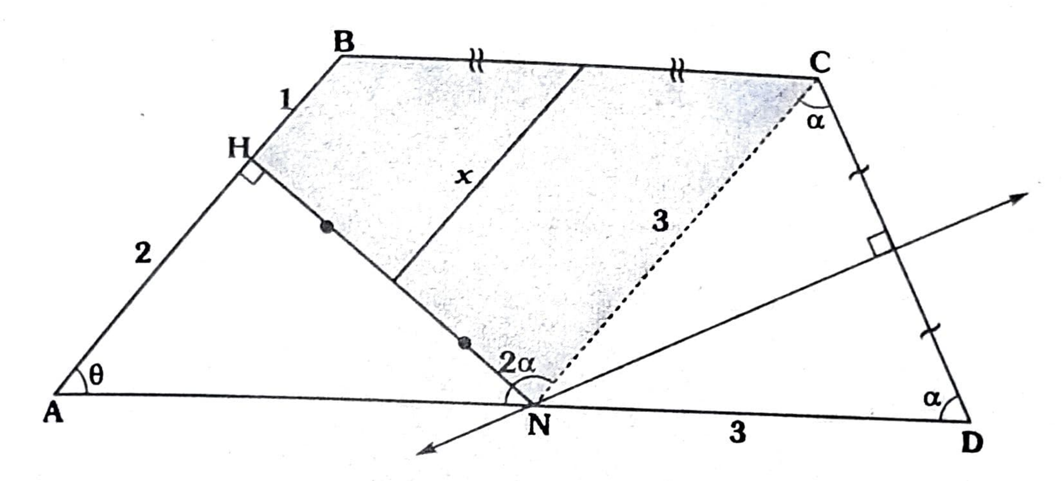
$$\Rightarrow \; 3 < \underbrace{2x}$$

$$3 < AD-BC$$

$\therefore \; \boldsymbol{(AD-BC)_{\text{min ent.}} = 4}$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 291



Piden: "x"

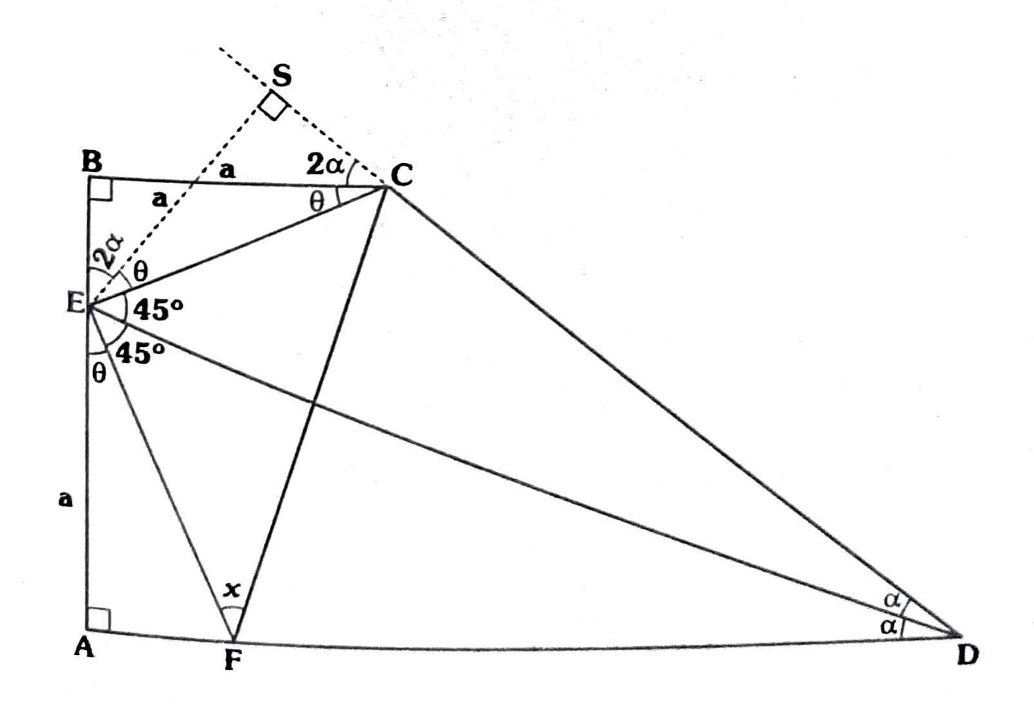
Dato: $\theta + 2\alpha = 180°$

- Se traza NC ⇒ por teorema de la mediatriz NC=3 y $m\sphericalangle ANC = 2\alpha \Rightarrow \overline{AB} // \overline{NC}$
- En el trapecio HNCB:

$$x = \frac{3+1}{2} = 2$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 292



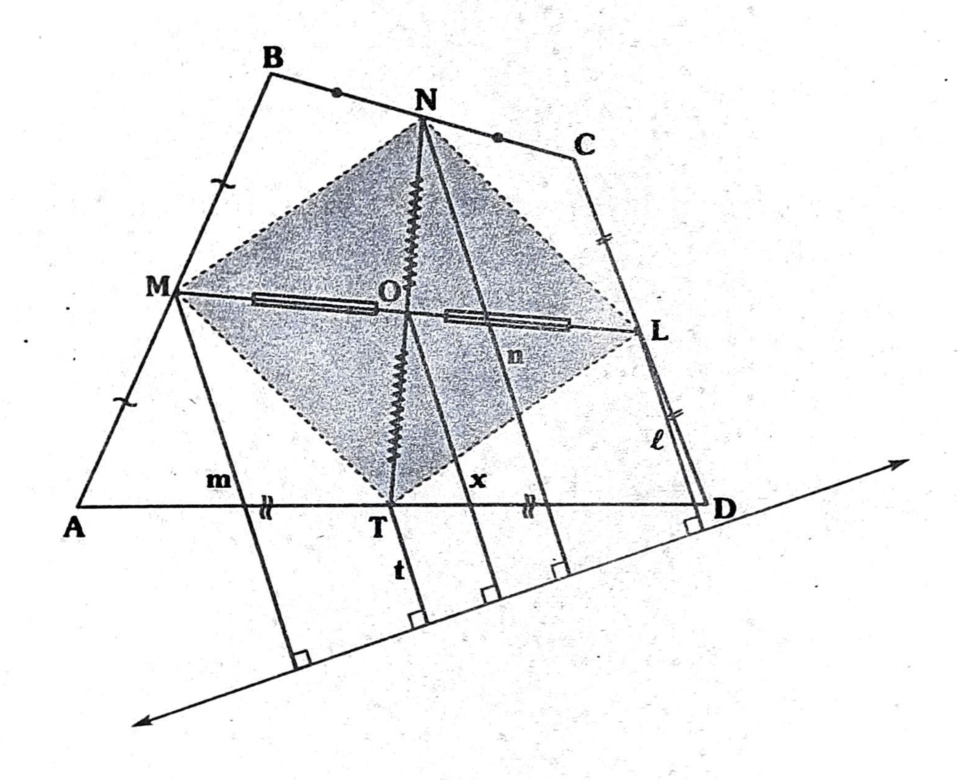
Piden: "x" Dato: $\alpha + \theta = 45°$

- Se traza $\overline{ES} \perp \overleftrightarrow{CD}$
- ⊿EBC ≅ ⊿CSE $\Rightarrow$ m∢SEC=m∢BCE=m∢BCE = θ $\Rightarrow$ α+θ=45°
- ΔEDC ≅ ΔEDF $\rightarrow$ EF=EC

$\therefore$ **x = 45°**

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 293



Piden: "x"

Dato: $m + n + \ell + t = 24$

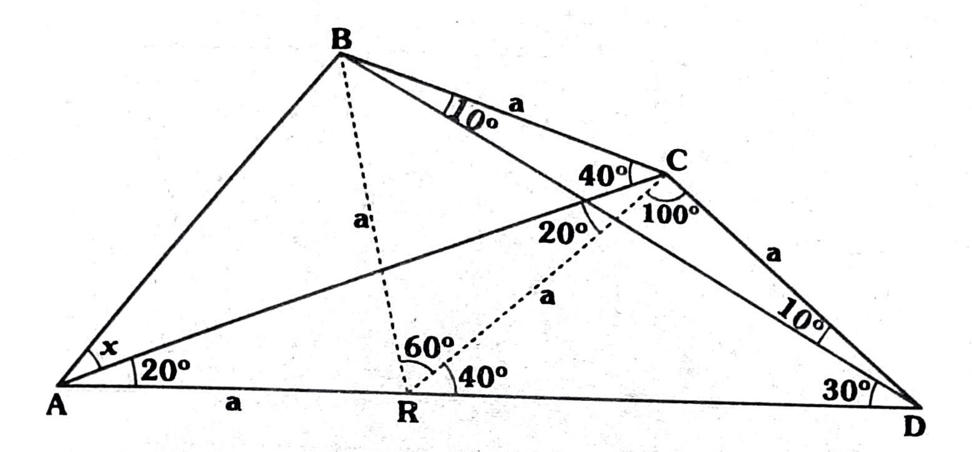
Por propiedad: MNLT es un paralelogramo

$$\Rightarrow \quad x = \frac{m+n+\ell+t}{4}$$

$\therefore$ **x = 6**

Clave 

RESOLUCIÓN Nº 294



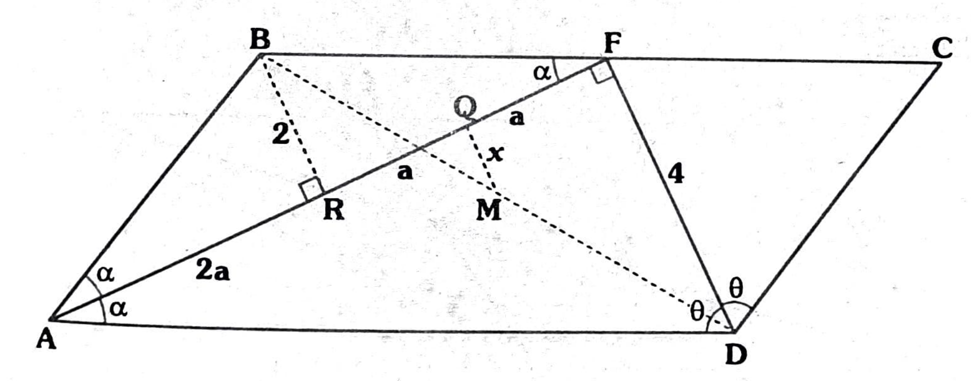
Se traza $\overline{CR}$ (R en $\overline{AD}$) tal que: $m\measuredangle ACR = 20°$ $\Rightarrow$ $CD=CR=RA=a$

- Luego: ΔBCR es equilátero
- Como: $RA = RB = RC$ $\Rightarrow$ $x=\dfrac{m\measuredangle BRC}{2}$

$$\therefore\ x = 30°$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 295



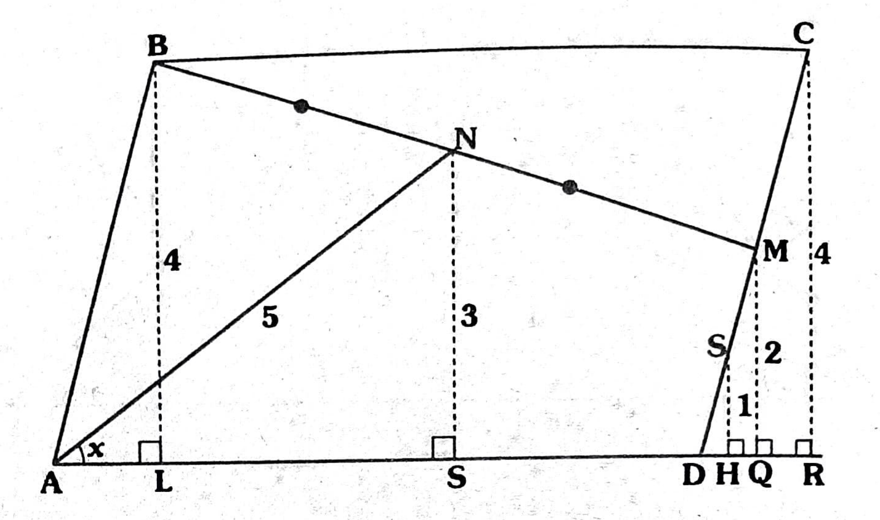
Piden: "x"

- ΔABF: isósceles $\Rightarrow$ al trazar la altura BR $\Rightarrow$ $AP=RF$ $\Rightarrow$ $RQ = QF$
- Como $\overline{RB} // \overline{DF}$

$$x = \frac{4-2}{2} = 1$$

Clave B

RESOLUCIÓN Nº 296

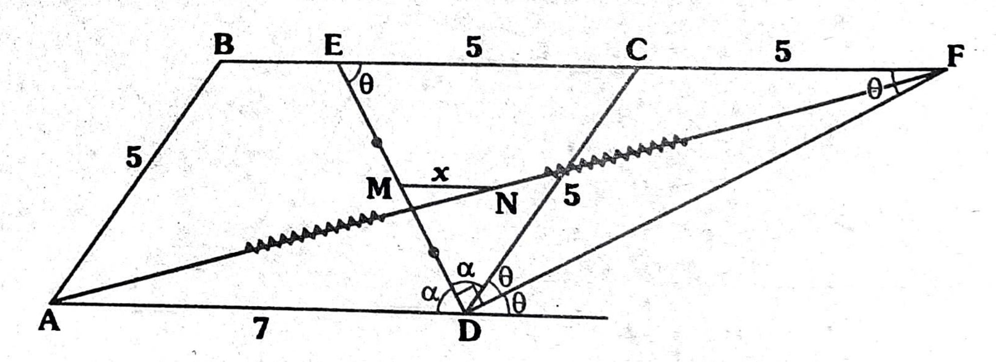


Piden: "x"

- Por base media: MQ=2 y CR=4
- En el trapecio LBMQ: $NS=\dfrac{4+2}{2}=3$
- En ⊿ASN: notable: $x=37°$

Clave E

RESOLUCIÓN Nº 297



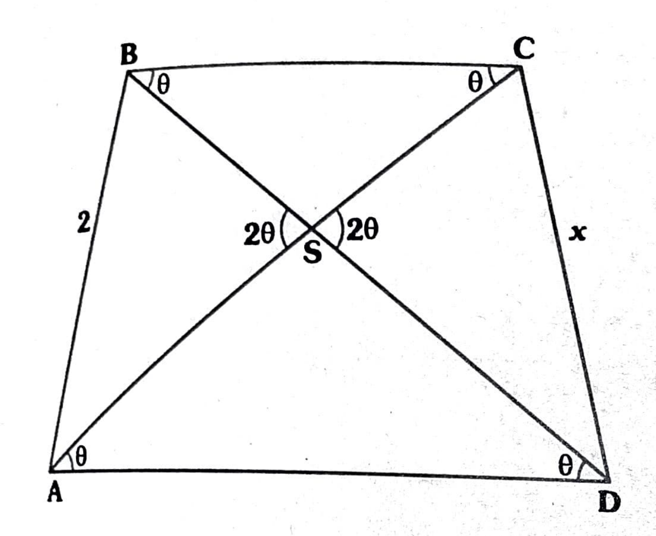
Piden: "x"

- ΔDCF y ΔECD : isósceles $DC - CF = 5$
- Como $\overline{AD} // \overline{EF}$ $\Rightarrow$ $x=\dfrac{10-7}{2}$

$\therefore$ $x = 1,5$

Clave C

RESOLUCIÓN N° 298



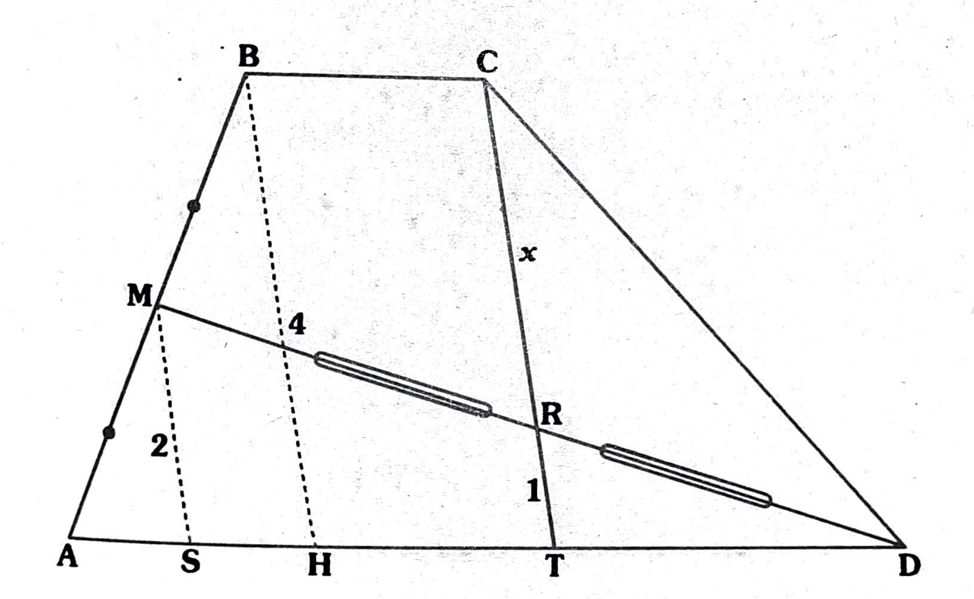
Piden: "x"

- Notemos: ΔASD y ΔBSC son isósceles
- $\Delta ASB \cong \Delta DSC$

$$x = 2$$

Clave C

RESOLUCIÓN N° 299



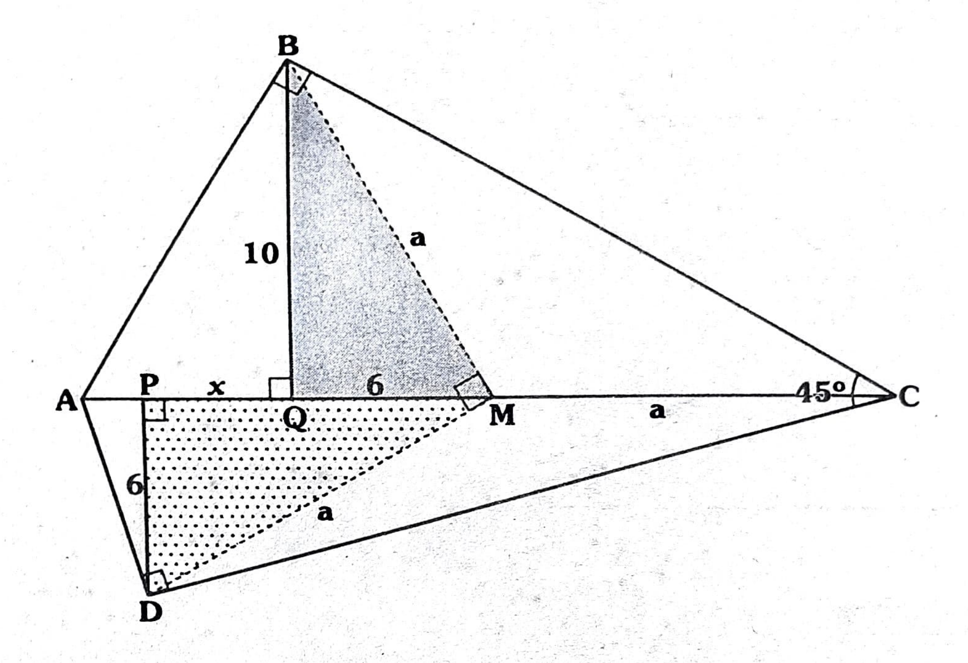
- Se traza $\overline{MS}$ y $\overline{BH}$ tal que $\overline{MS} // \overline{BH} // \overline{CT}$
- En ΔSMD: $MS=2$
- En ΔABH: $BH=4$
- HBCT: paralelogramo

$$\Rightarrow \quad x+1=4$$

$$\therefore \quad x=3$$

Clave C

RESOLUCIÓN Nº 300



Piden: "x"

- Se ubica M punto medio de $\overline{AC}$

$$\Rightarrow \quad AM=MC=DM=MB$$

$$\Rightarrow \quad m\sphericalangle BMD=90^\circ$$

- $\triangle DPM \cong \triangle MQB$

$$\Rightarrow \quad DP=QM=6$$

$$x+6=10$$

$$\therefore \quad \mathbf{x=4}$$

Clave A

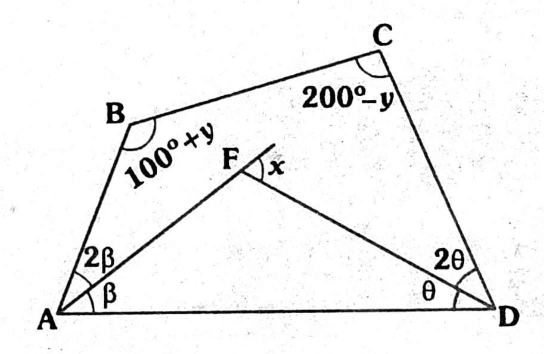
ENUNCIADO DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

- ANUAL
- CEPRE UNI
- SEMESTRAL
- SEMESTRAL INTENSIVO
- REPASO

CUADRILÁTEROS

PROBLEMA Nº 1

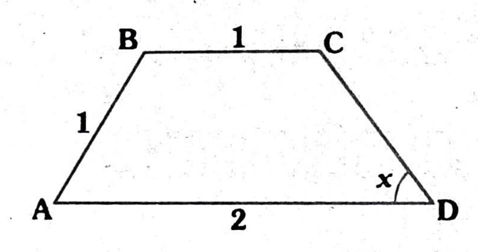
Calcule "x" en:



A) 20º
B) 40º
C) 60º
D) 25º
E) 30º

PROBLEMA Nº 2

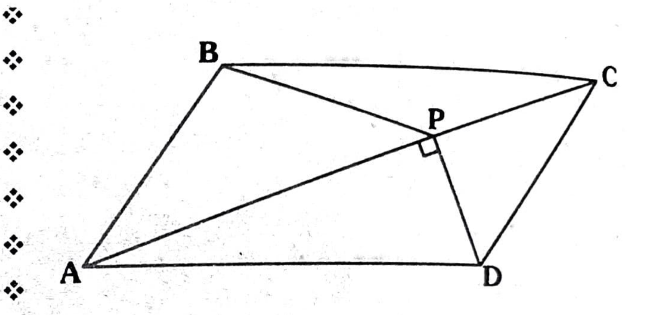
En el gráfico ABCD es un trapecio isósceles. Calcule "x".



A) 30º
B) 45º
C) 60º
D) 53º
E) 37º

PROBLEMA Nº 3

En el gráfico ABCD es un romboide tal que AP=2(PC). Calcule BP/CD.



A) 0,2
B) 0,5
C) 0,4
D) 1
E) 0,75

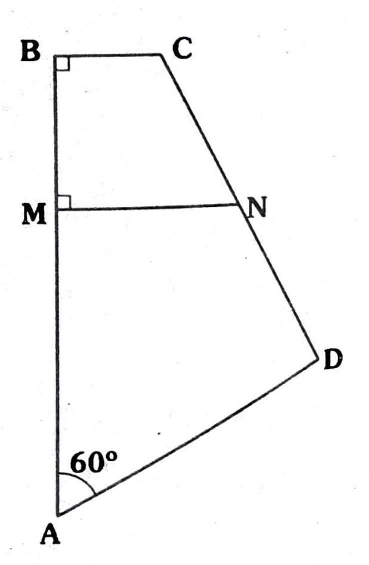
PROBLEMA Nº 4

En un cuadrilátero convexo ABCD, se cumple AB=BC=AD, $m\measuredangle BAD = 70°$ y $m\measuredangle ABC = 60°$, calcule $m\measuredangle ADC$.

A) 84º
B) 76º
C) 75º
D) 85º
E) 80º

PROBLEMA Nº 5

En el gráfico, AB=30, MB=8 y BC=10. Si CN=ND. Calcule MN.



A) $5+7\sqrt{3}$ B) $5+7\sqrt{2}$

C) $4+7\sqrt{3}$ D) $4+5\sqrt{3}$

E) $5+6\sqrt{3}$

PROBLEMA Nº 6

La base mayor de un trapecio mide 10, las diagonales miden 5 y 9. Calcule el mayor valor entero de la longitud de la base menor.

A) 2 B) 3 C) 3,5

D) 2,5 E) 4

PROBLEMA Nº 7

Sobre una recta se ubican los puntos consecutivos A, D y R, luego se trazan el cuadrado ABCD y el rombo PCQR, tal que P está en el lado CD y A, P y Q son colineales. Calcule $m\measuredangle DRP$.

A) 60° B) 36° C) 38°

D) 30° E) 45°

PROBLEMA Nº 8

En un rectángulo ABCD de centro O, se traza MN que pasa por O (M está en $\overline{AD}$ y N en $\overline{BC}$), en $\overline{MD}$ se ubica Q tal que $m\measuredangle MOQ=90°$, $MQ=QC$ y $m\measuredangle QCD=20°$. Calcule $m\measuredangle MQO$.

A) 55° B) 35° C) 20°

D) 30° E) 40°

PROBLEMA Nº 9

Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

( ) El trapecio escaleno tiene diagonales diferentes.

( ) La distancia entre las bases del trapecio es su mediana.

( ) En el trapecio isósceles las diagonales son bisectrices de los ángulos internos.

( ) En el trapecio rectángulo el menor lado no paralelo es mayor que la mediana.

A) FFFV B) FFVV

C) VFFF D) VFFV

E) VFVF

PROBLEMA Nº 10

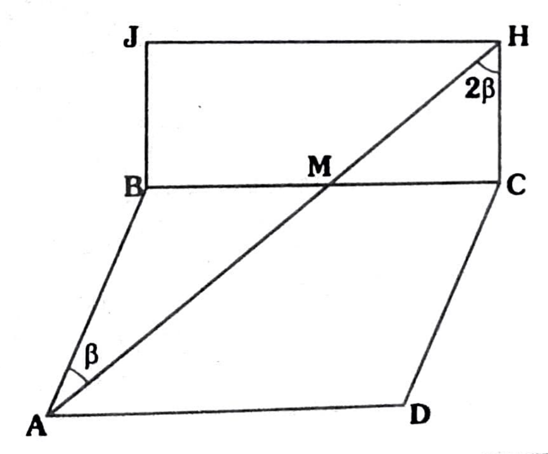
En un trapecio ABCD, de base menor $\overline{BC}$, las bisectrices interiores de los ángulos B y C se intersectan en el punto de $\overline{AD}$. Si $AB+CD+AD=36$, calcular AD.

A) 9 B) 12 C) 18

D) 24 E) $2\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 11

En el gráfico, ABCD es un romboide y BCHJ es un rectángulo. Si $BM=MC=12$ y $HC=5$. Calcule AH.

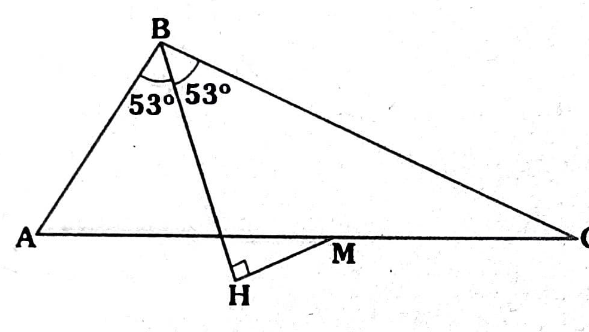


A) 30 B) 31 C) 32

D) 29 E) 22

PROBLEMA Nº 12

En el gráfico, AM=MC, AB=5 y BC=10. Calcule MH.

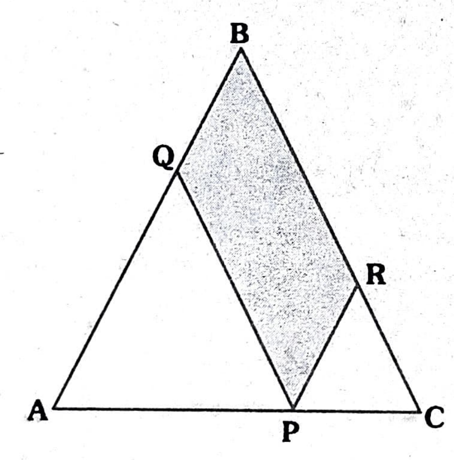


A) 2 B) 3 C) 2,5

D) 7,5 E) 5

PROBLEMA Nº 13

En el gráfico AB=BC=6, calcule el perímetro de la región paralelográmica PQBR.



A) 9 B) 12 C) 13

D) 10 E) 8

PROBLEMA Nº 14

En un cuadrilátero convexo ABCD, las bisectrices de los ángulos BAD y BCD son paralelas. Si m∢ABC=80°.

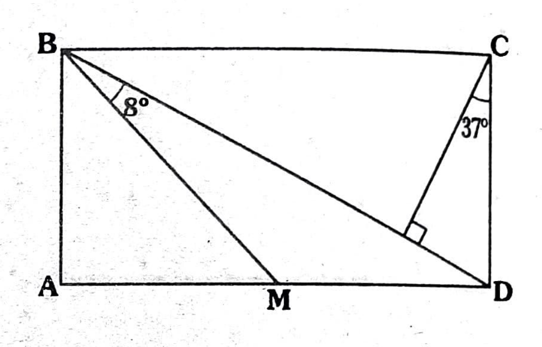
Calcule m∢ADC

A) 40° B) 50° C) 60°

D) 80° E) 100°

PROBLEMA Nº 15

En el gráfico ABCD es un rectángulo. Si AB=12. Calcule MD.

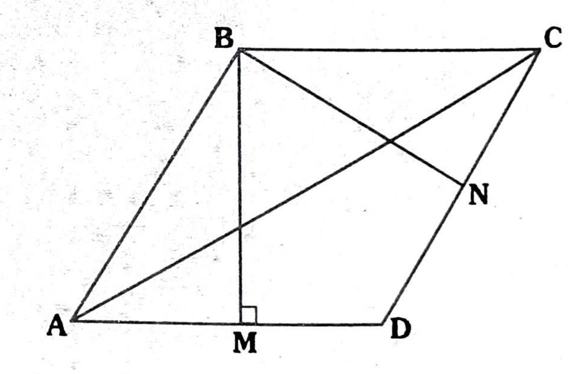


A) 1 B) 2 C) 3

D) 4 E) 5

PROBLEMA Nº 16

Si ABCD es un romboide, si AM=MD, CN=ND y BN=4. Calcule AC.



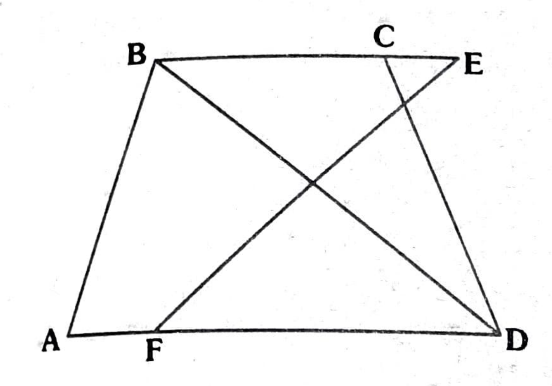
A) 2 B) 4 C) 6

D) 8 E) 12

PROBLEMA Nº 17

En el gráfico ABCD es un trapecio isósceles $(\overline{BC} // \overline{AD})$. Si CE=AF, EF=6.

Calcule BD.

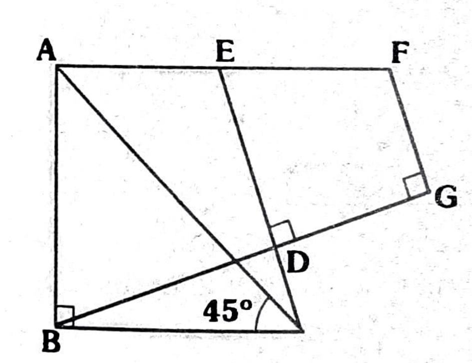


A) 2 B) 3 C) 4

D) 6 E) 12

PROBLEMA Nº 18

Según el gráfico AE=EF, FG=1 y BD=5. Calcule ED.



A) 2 B) 3 C) 4

D) 5 E) 6

PROBLEMA Nº 19

En el trapecio ABCD $\left(\overline{AD}//\overline{BC}\right)$, M es punto medio de CD, si la distancia de M a $\overline{AD}$ es 4 cm, calcule la distancia del punto medio de $\overline{AM}$ a $\overline{BC}$.

A) 5 B) 6 C) 8

D) 9 E) 10

PROBLEMA Nº 20

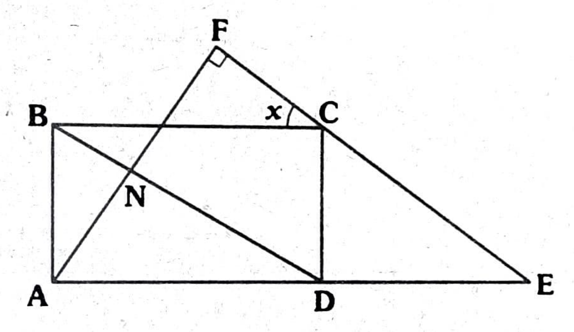
Se tiene el paralelogramo ABCD, en $\overline{AD}$ se ubica L de modo que AL=LB y BC=CL. Si m∢BCL = 40°. Calcule m∢LCD.

A) 5° B) 12° C) 10°

D) 15° E) 20°

PROBLEMA Nº 21

ABCD es un rectángulo y BDEC es un paralelogramo. Si CE=4(BN), calcule "x".

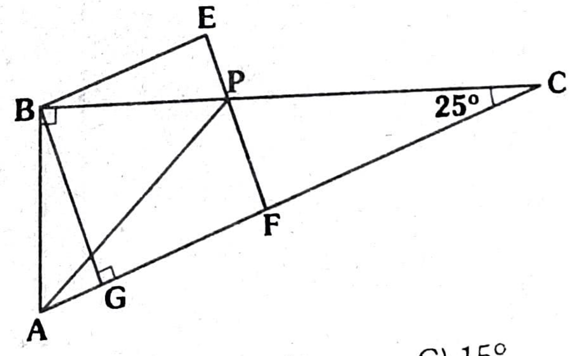


A) 18°30' B) 22°30' C) 30°

D) 26°30' E) 15°

PROBLEMA Nº 22

En el gráfico, BEFG es un cuadrado. Calcule m∢CAP



A) 16° B) 18° C) 15°

D) 25° E) 20°

PROBLEMA Nº 23

En un paralelogramo ABCD; sobre $\overline{AD}$ se ubica el punto "P" de modo que: AB=BP y PD=DC, si $m\measuredangle ABP = m\measuredangle CPD$.

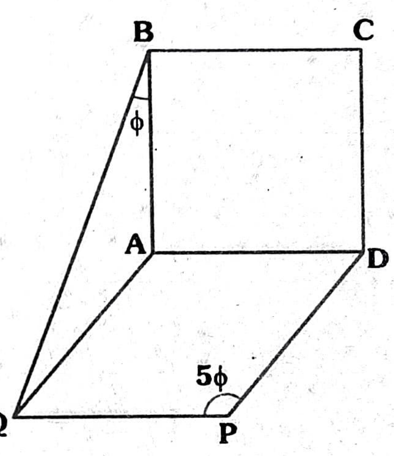
Calcule $m\measuredangle ABP$.

A) 54° B) 36° C) 22,5°

D) 18° E) 10°

PROBLEMA Nº 24

En el gráfico mostrado ABCD es un cuadrado y ADPQ es un rombo. Calcule el valor de "ϕ".



A) 25°

B) 28°

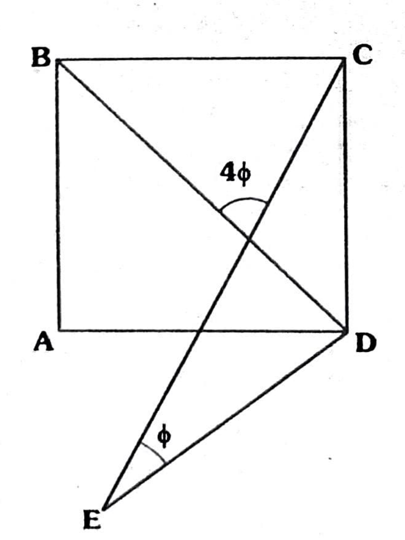
C) 30°

D) 10°

E) 15°

PROBLEMA Nº 25

En el gráfico mostrado, ABCD es cuadrado, calcule el valor de "ϕ", si: DE=AD.



A) 10°

B) 12°

C) 15°

D) 18°

E) 20°

PROBLEMA Nº 26

En un rombo ABCD, las diagonales e intersectan en el punto "O" de modo que: $m\measuredangle ABO = 4\phi$ y $m\measuredangle OCD = \phi$.

Calcule el valor de "ϕ".

A) 17° B) 18° C) 20°

D) 21° E) 16°

PROBLEMA Nº 27

En un trapecio ABCD $\left(\overline{BC} // \overline{AD}\right)$, AB=5 cm; BC=6 cm; $m\measuredangle A = 53°$ y $m\measuredangle D = 45°$. Calcule la longitud de la mediana del trapecio.

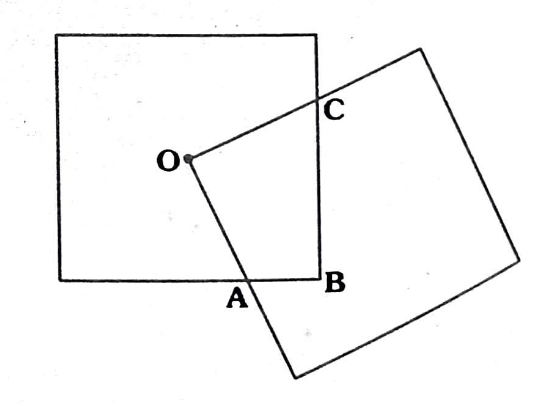
A) 8 cm B) 9,5 cm

C) 10 cm D) 9 cm

E) 10,5 cm

PROBLEMA Nº 28

En el gráfico, se muestran dos cuadrados congruentes de lados que miden 6u, y "O" es el centro de uno de ellos. Si AB=1. Calcule BC.

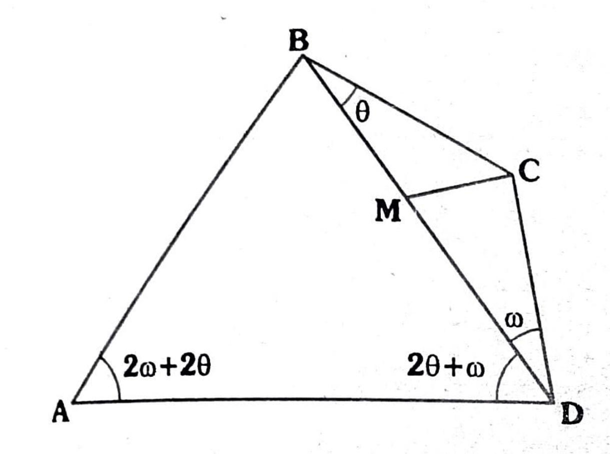


A) 3 B) 4,5 C) 2,5

D) 5 E) 4

PROBLEMA Nº 29

En el gráfico, AB=10 y BM=MD.
Calcule MC.

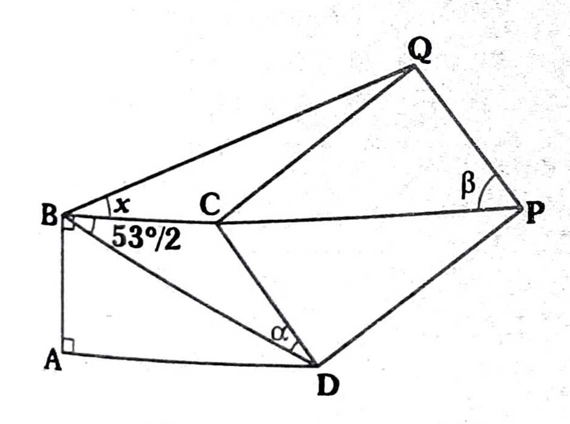


A) 2,5 B) 3,5 C) 4,5
D) 3 E) 5

PROBLEMA Nº 30

En el gráfico, CDPQ es un rectángulo. Si $CP=\sqrt{5}(AB)$ y $\alpha+\beta=77°$.

Calcule "x".

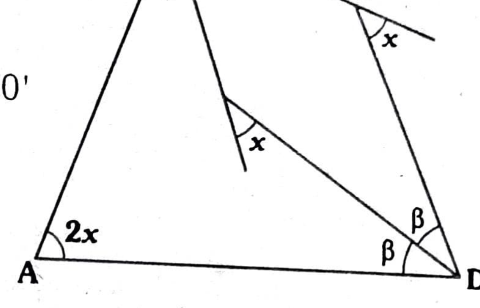


A) 20° B) 22° C) 25°
D) 18° E) 24°

PROBLEMA Nº 31

Del gráfico, calcule "x".

A) 18°
B) 30°
C) 36°
D) 22°30'
E) 40°



PROBLEMA Nº 32

En un cuadrado ABCD, se prolonga $\overline{AD}$ hasta "P". Luego se traza la perpendicular $\overline{AQ}$ hacia $\overline{PC}$ que corta a $\overline{CD}$ en M. Calcule la m∢DPM.

A) 30° B) 37° C) 45°
D) 60° E) 53°

PROBLEMA Nº 33

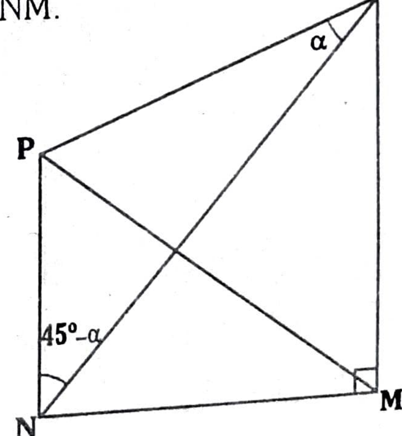
En la prolongación del lado $\overline{AD}$ de un rectángulo ABCD, se ubica el punto E, tal que: m∢ADB = m∢DCE, BD=4u y CE=3u. Calcule AE.

A) 3 B) 4 C) 7
D) 5 E) 12

PROBLEMA Nº 34

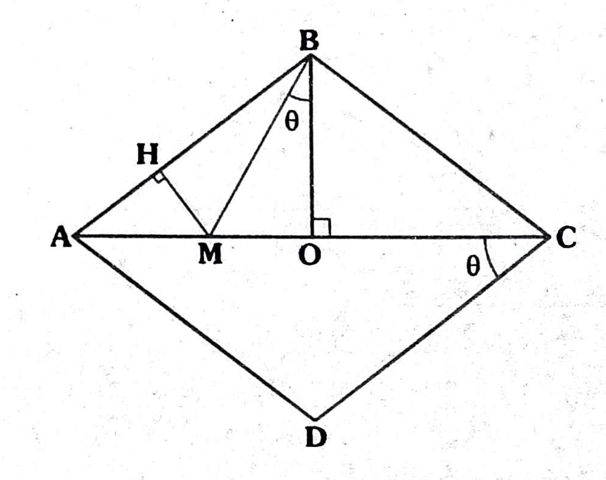
En el gráfico, calcule "α".
Si PL=LM=NM.

A) 20°
B) 10°
C) 12°
D) 30°
E) 15°



PROBLEMA Nº 35

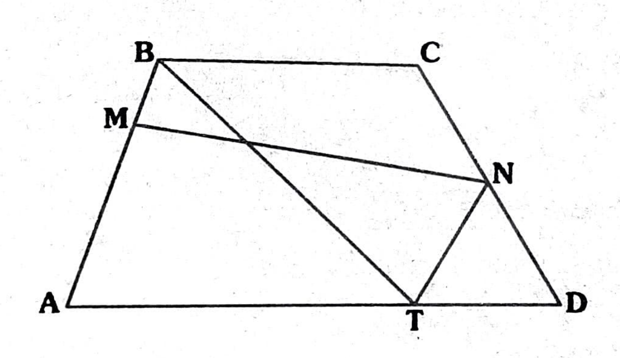
En el gráfico, calcule "θ", si ABCD es un rombo MH=1 y D dista de $\overline{BC}$ 3u.



A) 26°30' B) 15° C) 18°
D) 30° E) 10°

PROBLEMA Nº 36

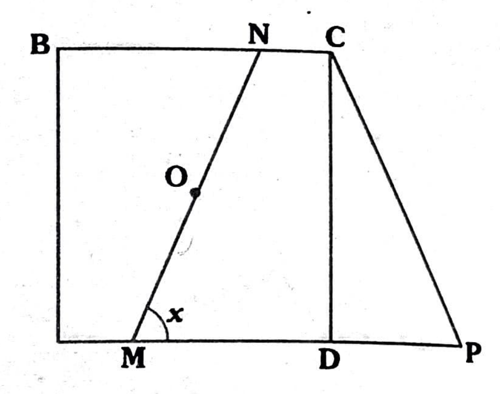
En la figura, ABCD es trapecio. Si BM=4, AB=16, $\overline{NT} // \overline{AB}$ y CN=ND. ¿Cuánto distan los puntos medios de $\overline{MN}$ y $\overline{BT}$?



A) 2 B) 3 C) 4
D) 6 E) 8

PROBLEMA Nº 37

Según el gráfico, O es centro del cuadrado ABCD, MNCP es un trapecio isósceles y NC=DP. Calcule "x".



A) 53° B) 60° C) 74°
D) 127°/2 E) 143°/2

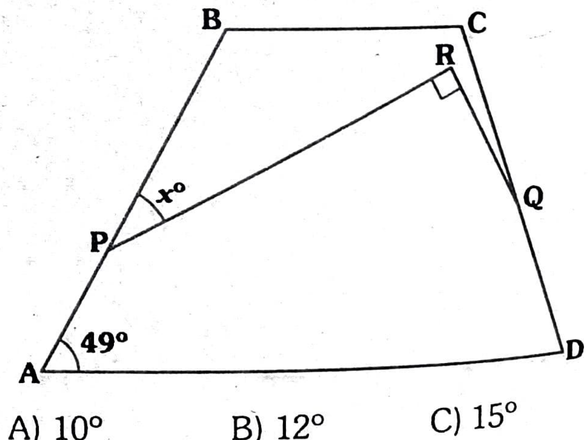
PROBLEMA Nº 38

En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se trazan triángulos rectángulos isósceles MAB y BCN rectos en A y C respectivamente. Si AC=6, calcule la distancia de punto medio de $\overline{MN}$ a $\overline{AC}$.

A) 3 B) 4 C) 2
D) 6 E) 5

PROBLEMA Nº 39

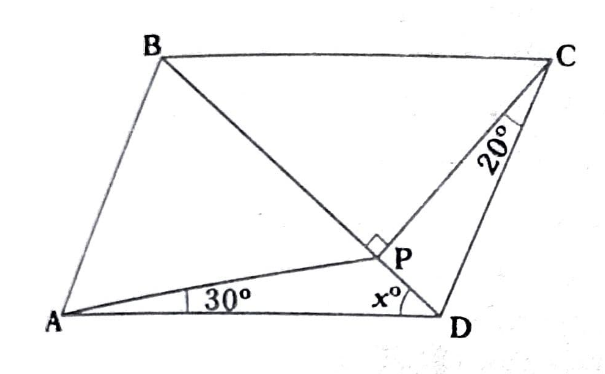
Si: ABCD es un trapecio donde P y Q son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ respectivamente. Si: BC=2, AD=8, PR=4.
Calcule "x".



A) 10° B) 12° C) 15°
D) 18° E) 20°

PROBLEMA Nº 40

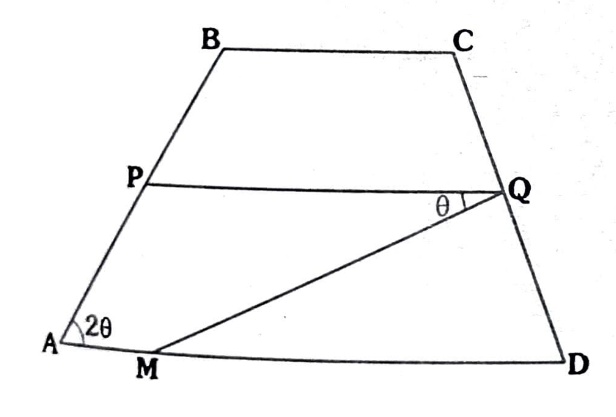
Si: ABCD es un romboide.
Donde: BP=2(PD). Calcule "x".



A) 30° B) 20° C) 50°
D) 40° E) 60°

PROBLEMA Nº 41

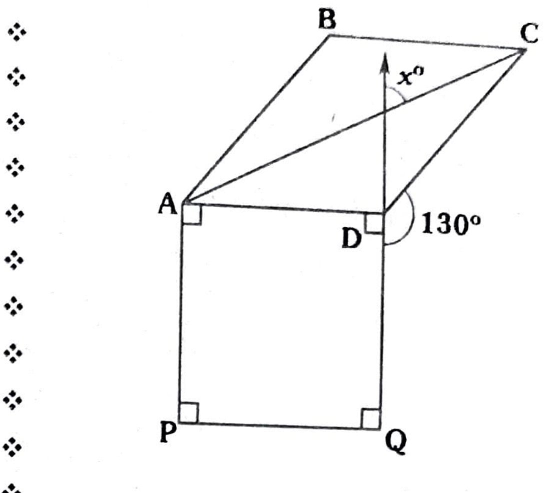
Si: ABCD es un trapecio donde: $\overline{PQ}$ es la base media del trapecio y AB=10, BC=9 y AM=8. Calcule MD.



A) 9 B) 10 C) 8
D) 11 E) 7

PROBLEMA Nº 42

Si: ABCD es un rombo y PADQ es un cuadrado. Calcule "x".



A) 60° B) 70° C) 50°
D) 30° E) 45°

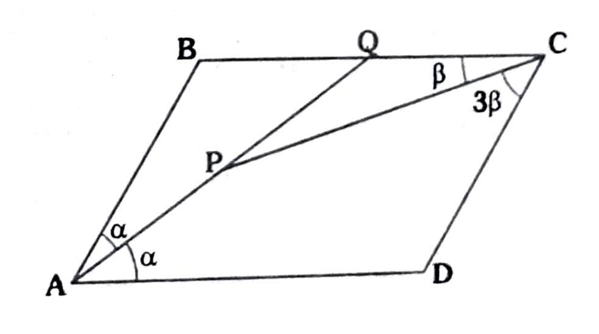
PROBLEMA Nº 43

Se tiene el trapecio rectángulo ABCD (recto en A y B), donde BC<AD, CD=7 y AD=10. Si la distancia del punto de intersección de las bisectrices de los ángulos en C y D hasta $\overline{AB}$ es 4. Calcule BC.

A) 6 B) 5 C) 4
D) 7 E) 8

PROBLEMA Nº 44

En el gráfico, ABCD es un paralelogramo. Si AB=8 y AD=12. Calcule PQ.



A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

PROBLEMA Nº 45

En el cuadrilátero convexo ABCD, donde:

$$m\measuredangle ABD = m\measuredangle DBC = 50^{\circ} \quad ,$$

$$m\measuredangle ACB = 10^{\circ} \text{ y } AD=CD$$

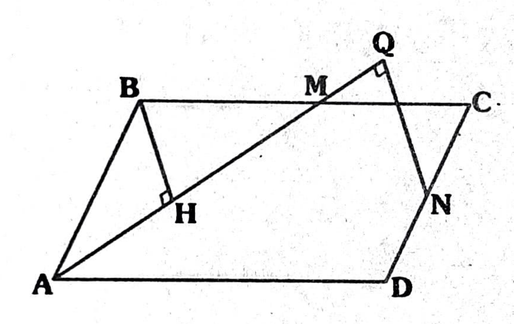
Calcule $m\measuredangle ADB$.

A) 15° B) 10° C) 12°

D) 13° E) 14°

PROBLEMA Nº 46

ABCD es un romboide de, M y N son puntos medios de $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$ respectivamente. Si BH=4, calcule QN.



A) 4 B) 6 C) 8

D) 7 E) 9

PROBLEMA Nº 47

Se tiene el paralelogramo ABCD, en la prolongación de $\overline{AB}$ se ubica F, talque BFCD es un trapecio isósceles. Si AF=BC y AB=4. Calcule la medida de la menor altura de dicho paralelogramo.

A) 3 B) $2\sqrt{2}$

C) $2\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{2}$

E) $4\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 48

En un paralelogramo ABCD se traza la diagonal AC y sobre ella se ubican los puntos P y Q de tal manera que AP=PQ=QC. Si el perímetro del triángulo ABD es 24μ. Calcular la suma de longitudes de las medidas del triángulo PBQ.

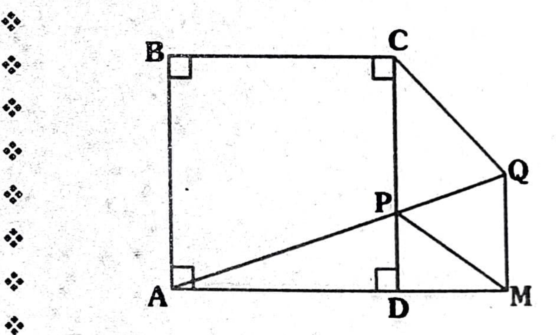
A) 12 B) 16 C) 24

D) 18 E) 20

PROBLEMA Nº 49

Si: ABCD es un cuadrado y PCQM es un rombo.

Calcular: AM, además: AB=8.



A) $3\sqrt{3}$ B) $8\sqrt{2}$

C) $4\sqrt{2}$ D) $6\sqrt{2}$

E) $3+\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 50

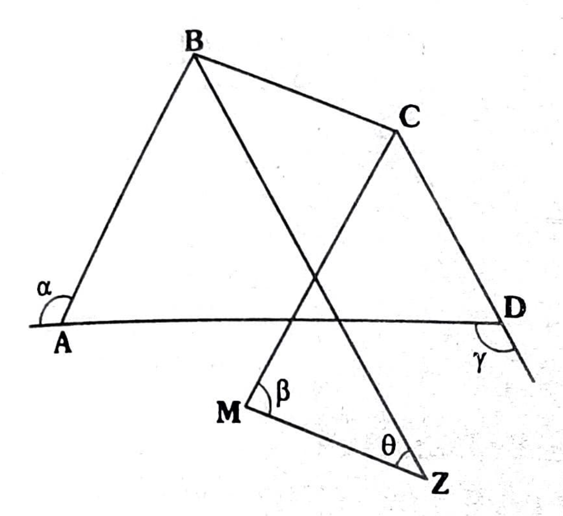
En un trapecio la suma de las longitudes de sus diagonales es 12μ. Calcular el máximo valor entero que puede tomar la longitud de la mediana del trapecio.

A) 8 B) 6 C) 5

D) 7 E) 4

PROBLEMA Nº 51

En la figura, $\overline{AB}//\overline{MC}$, $\overline{BZ}//\overline{CD}$ y $\overline{BC}//\overline{MZ}$. Calcule $\alpha+\beta+\theta+\gamma$



A) 180° B) 270° C) 300°
D) 360° E) 540°

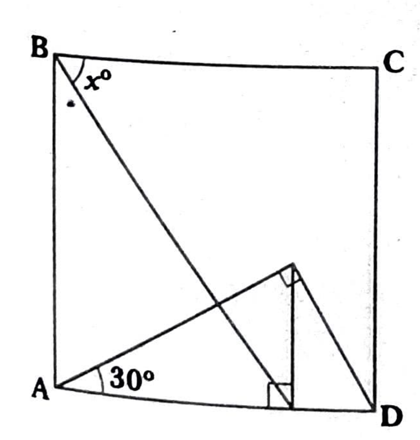
PROBLEMA Nº 52

Calcular la razón de longitudes de las bases de un trapecio isósceles, si la altura y la base son congruentes y la diagonal es congruente a la base mayor.

A) 2/5 B) 4/5 C) 3/5
D) 3/7 E) 6/7

PROBLEMA Nº 53

Si ABCD es un cuadrado, calcular "x".



A) 60° B) 61° C) 53°
D) 63,5° E) 75°

PROBLEMA Nº 54

En un trapezoide ABCD, "M" es punto medio de $\overline{AD}$, tal que BM=MC y BC es igual a la semisuma de las distancias de A y D hacia $\overline{BC}$. Calcule m∢BMC.

A) 30° B) 37° C) 45°
D) 53° E) 60°

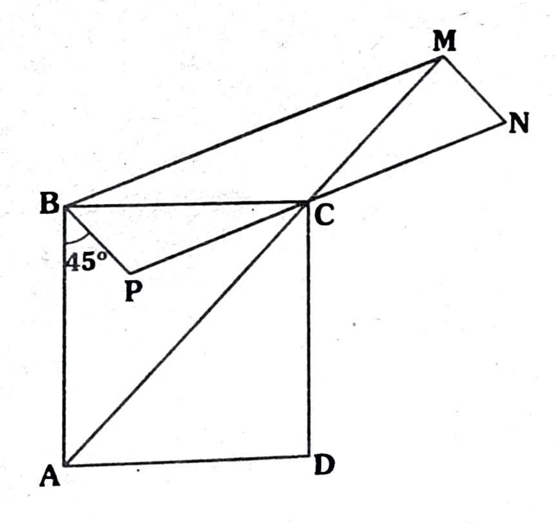
PROBLEMA Nº 55

Se tiene el cuadrilátero convexo ABCD, m∢BAC = m∢CAD = 22°, m∢ACB = 8° y m∢ACD = 23°. Si BC=4, calcule CD.

A) 2 B) $2\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{2}$
D) 4 E) $4\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 56

En el gráfico, ABCD es un cuadrante y BMNP es un paralelogramo. Si $AB=2\sqrt{2}(MN)$, calcule m∢MBC.



A) 53°/2 B) 45° C) 37°/2
D) 15° E) 30°

PROBLEMA Nº 57

En un trapecio ABCD $\left(\overline{BC} // \overline{AD}\right)$ se ubica "M" punto medio de $\overline{AB}$ tal que $m\sphericalangle ADC = 2m\sphericalangle BCM$, calcule $m\sphericalangle ADC$, si: BC=6 m, AD=16 cm, CD=10 m.

A) 53° B) 60°

C) 75° D) 37°

E) 45°

PROBLEMA Nº 58

En un trapecio ABCD, M es un punto de $\overline{AD}$, $\overline{BM}$ biseca a la base media del trapecio, si P y Q son puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$, la $m\sphericalangle ADB = 25°$.

Calcule la $m\sphericalangle MPQ$.

A) 12,5° B) 15°

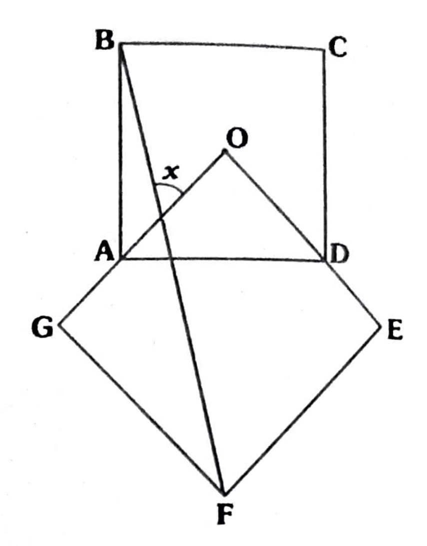
C) 20° D) 25°

E) 50°

PROBLEMA Nº 59

ABCD y OGFE son cuadrados, O es centro de ABCD y $3(DE) = 2(FE)$.

Calcule "x".



A) 53°

B) 30°

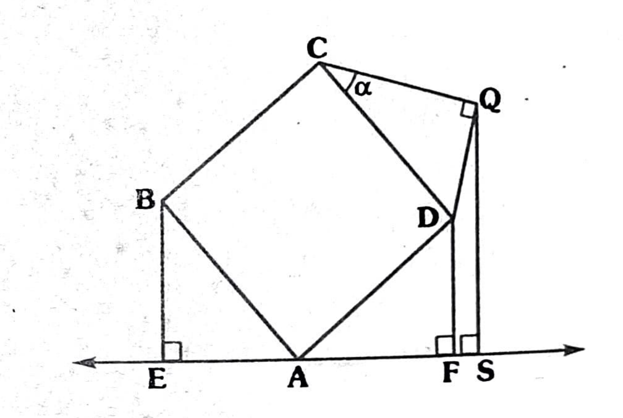
C) 60°

D) 74°

E) 51°

PROBLEMA Nº 60

ABCD es un cuadrado. Calcular SQ. Si: $\alpha = 45°$. AS=12 y DF=6.



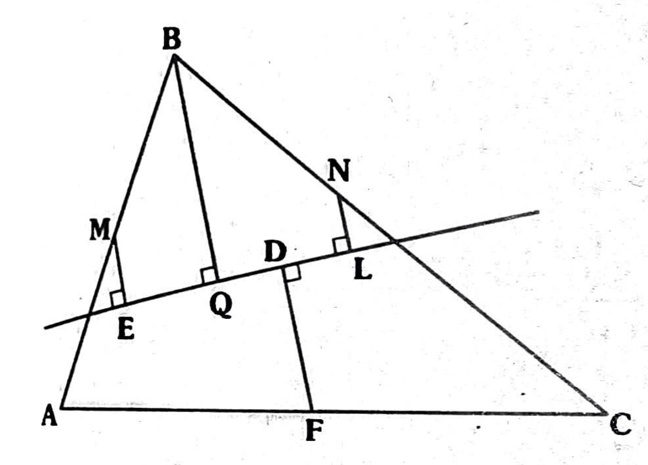
A) 18 B) 16 C) 15

D) 13 E) 20



PROBLEMA Nº 61

En la figura M, N y F son puntos medios de los lados del triángulo ABC, ME=a, FD=b, NL=c. Calcule BQ.



A) $a+b+c$ B) $a+b-c$

C) $a-b+c$ D) $2a-b-c$

E) $2a+b-c$

PROBLEMA Nº 62

En un cuadrilátero FGST la $m\sphericalangle TFS = m\sphericalangle GSF = m\sphericalangle FST = 15°$, la $m\sphericalangle FGT = 90°$. Calcule la $m\sphericalangle GFS$.

A) 15° B) 22,5° C) 30°

D) 35° E) 45°

PROBLEMA Nº 63

En un cuadrilátero convexo ABCD, la $m\sphericalangle ABC = m\sphericalangle ADC = 90°$. Si AD=DC, AB=a, BC=b, $\overline{DH}$ es perpendicular a la prolongación de $\overline{BC}$. Halle DH.

A) $a+b$ B) $2a-b$

C) $2b-a$ D) $\frac{a+b}{2}$

E) $\frac{a+b}{4}$

PROBLEMA Nº 64

En un cuadrilátero ABCD: AB=CB=BD, $m\sphericalangle BAD = 3\alpha$, $m\sphericalangle BCD = 2\alpha$ y $\frac{m\sphericalangle ADC}{m\sphericalangle ABC} = \frac{3}{2}$. Halle $m\sphericalangle D - m\sphericalangle B$

A) 10° B) 30° C) 45°

D) 60° E) 72°

PROBLEMA Nº 65

Se tiene el cuadrilátero ABCD, de diagonales perpendiculares, si la $m\sphericalangle BAC = 20°$, la $m\sphericalangle DAC = 10°$, la $m\sphericalangle BCA = 50°$. Halle la $m\sphericalangle BDC$.

A) 60° B) 50° C) 30°

D) 40° E) 45°

PROBLEMA Nº 66

En un cuadrilátero ABCD se cumple que $\overline{AB} \cong \overline{AD}$, la $m\sphericalangle BAD = 60°$, $m\sphericalangle CAD = 14°$, $m\sphericalangle BCA = 30°$, halle la $m\sphericalangle BDC$.

A) 90° B) 88° C) 92°

D) 86° E) 94°

PROBLEMA Nº 67

En un cuadrilátero convexo ABCD se

cumple $\overline{AB} \cong \overline{BC}$, $\overline{AC} \cong \overline{AD}$, $\frac{m\measuredangle CBD}{9} = \frac{m\measuredangle BAC}{2} = \frac{m\measuredangle CAD}{6}$.

Halle $m\measuredangle BDC$.

A) 42 B) 48 C) 52

D) 36 E) 44

PROBLEMA Nº 68

En un cuadrilátero convexo se cumple que $\overline{BC} \cong \overline{CD}$, $m\measuredangle BCA = 2m\measuredangle CBD$ y $\overline{AB} \cong \overline{BD}$. Halle el menor valor entero de $m\measuredangle ABD$, si $m\measuredangle BDC < 24$.

A) 48 B) 50 C) 36

D) 35 E) 37

PROBLEMA Nº 69

En un cuadrilátero RTFS la $m\measuredangle TRF = m\measuredangle FRS = 12°$, $m\measuredangle RFS = 39°$, $m\measuredangle RFT = 18°$, se ubica en $\overline{RF}$ el punto H de modo que $m\measuredangle RHS = 90°$, HF=2 u. Calcule FT (en u).

A) 3 B) 4 C) 5

D) 6 E) 7

PROBLEMA Nº 70

Decir cuales son verdaderas:

I. Si las diagonales de un cuadrilátero son perpendiculares y congruentes el cuadrilátero es un cuadrado.

II. Si las diagonales de un trapecio son congruentes el trapecio es isósceles.

III. Las bisectrices interiores de un romboide determina un rectángulo.

A) I, II, III B) I, III

C) II, III D) sólo I

E) I, II, III

PROBLEMA Nº 71

Exteriormente a un triángulo acutángulo ABC se dibujan cuadrados de lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ cuyos centros son D, E y F respectivamente. Si DE=6 cm. Halle BF (en cm).

A) 5 B) 6 C) 8

D) 10 E) 12

PROBLEMA Nº 72

Se tiene un triángulo ABC, se construyen los cuadrados ABEF, BCLJ y ACPQ exteriores al triángulo y de centros O_1, O_2 y O_3 respectivamente. Demostrar que: $\overline{O_1O_2} \cong \overline{BO_3}$ y $\overline{O_1O_2} \perp \overline{BO_3}$.

PROBLEMA Nº 73

En un cuadrado ABCD en su interior se ubica el punto F tal que: AB=BF, $m\measuredangle AFD = 75$, calcule la $m\measuredangle FBD$.

A) 10° B) 12° C) 15°

D) 18° E) 30°

PROBLEMA Nº 74

Sea el paralelogramo ABCD: $AB = 2X - Y$, $BC = 3X + Y^2$, $CD = X + Y$ y $AD = X + 2Y^2$. Halle el perímetro.

A) 100 B) 101

C) 102 D) 103

E) 104

PROBLEMA Nº 75

Dos lados consecutivos de un paralelogramo miden "a" y "b" (a>b); se trazan las bisectrices exteriores, formándose un nuevo cuadrilátero. Halle la longitud de una de las diagonales del nuevo cuadrilátero.

A) $\frac{a+b}{2}$ B) $a-b$

C) $2(a+b)$ D) $a+2b$

E) $a+b\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 76

En un paralelogramo ABCD, M es punto medio de $\overline{AB}$ y $\overline{DH}\perp\overline{MC}$, $H\in\overline{MC}$, P y Q son puntos medios de $\overline{AD}$ y $\overline{DH}$. Si BC=36u. Halle PQ. (en u).

A) 16 B) 18 C) 20

D) 17,5 E) 17

PROBLEMA Nº 77

En un trapecio las diagonales miden 8 cm y 12 cm. Calcule el máximo valor entero de la mediana. (en cm)

A) 5 B) 6 C) 7

D) 8 E) 9

PROBLEMA Nº 78

En un trapecio rectángulo ABCD (ángulos rectos en A y D) las bisectrices interiores de B y C interceptan en E. Desde E se traza $\overline{EF}$ perpendicular a $\overline{AD}$ F en $\overline{AD}$; si la mediana mide 10u y $\overline{BC}$ mide 17, halle EF. (en u)

A) 1,2 B) 1,8 C) 1,6

D) 1,5 E) 2

PROBLEMA Nº 79

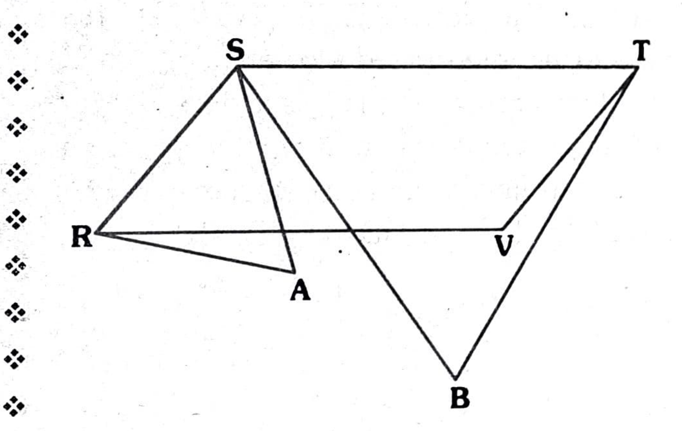
Se tiene un trapecio rectángulo ABCD en el cual las bisectrices interiores de B y C se interceptan en P. Las bisectrices exteriores de los mismos ángulos se interceptan en Q. Halle PQ (en u) si las bases $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ miden 4 y 10u respectivamente $\overline{BP}//\overline{AD}$.

A) 5,0 B) 5,5 C) 6

D) 6;5 E) 7,0

PROBLEMA Nº 80

En la siguiente figura RSTV es paralelogramo y ARS y STB son triángulos equiláteros. Calcule m∢AVB.



A) 45 B) 75 C) 60

D) 53 E) 72

PROBLEMA Nº 81

En un cuadrilátero ABCD se cumple:

$$m\sphericalangle BAC = m\sphericalangle BCA = m\sphericalangle ACD = \alpha$$

$$m\sphericalangle ABD = 3\alpha \quad y \quad m\sphericalangle CAD = 2\alpha$$

Entonces, la m∢BCA es:

A) 10 B) 12 C) 15

D) 18 E) 20

PROBLEMA Nº 82

En un trapecio ABCD $\overline{BC}//\overline{AD}$, P y Q son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$, $\overline{AC}\cap\overline{PQ}=E$, $\overline{PQ}\cap\overline{BD}=F$, la prolongación de CF intercepta a $\overline{AD}$ en G, BC=a, AD=50, calcule 2EF+GD.

A) $\frac{50+a}{5}$ B) $\frac{50+a}{3}$

C) $\frac{100+a}{3}$ D) 50

E) 40

PROBLEMA Nº 83

En un trapecio ABCD $\overline{BC}//\overline{AD}$ las bisectrices interiores de los ángulos A y B se interceptan en P y las bisectrices interiores de los ángulos C y D se interceptan en Q. Determine la longitud del segmento $\overline{PQ}$ si AB=6, BC=4, CD=8, AD=10.

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0

D) 2 E) $\frac{3}{2}$

PROBLEMA Nº 84

En un cuadrilátero convexo ABCD se cumple $\overline{BC}\cong\overline{CD}$, $m\sphericalangle CBD=\varnothing$, $m\sphericalangle BAD=60°+\varnothing$ y $m\sphericalangle ADB=60°-2\varnothing$.

Entonces la $m\sphericalangle CAD$ es:

A) 10° B) 15° C) 20°

D) 25° E) 30°

PROBLEMA Nº 85

En un rombo ABCD, AC=8, BD=6. M, N, P son puntos en las prolongaciones de $\overline{AB}$, $\overline{AD}$ y $\overline{AC}$, la $m\sphericalangle MPN=90$, $C\in\overline{MN}$, $\overline{MN}\perp\overline{AC}$. Halle AP+MN.

A) 18 B) 20 C) 26

D) 28 E) 30

PROBLEMA Nº 86

En un triángulo ABC desde el vértice B se trazan las perpendiculares $\overline{BD}$ y $\overline{BE}$ a las biserctrices exteriores de los ángulos A y C, luego se trazan las perpendiculares $\overline{BF}$ y $\overline{BG}$ a las bisectrices internas de los ángulos C y A. Si DF=a, GE=b y $FG=\frac{a+b}{2}$, entonces la longitud de $\overline{DE}$ es:

A) $\frac{4}{3}(a+b)$ B) $\frac{2}{3}(a+b)$

C) $\frac{3}{2}(a+b)$ D) $\frac{5}{3}(a+b)$

E) $2(a+b)$

PROBLEMA Nº 87

En un cuadrilátero convexo ABCD se cumple que: $m\sphericalangle BAC=15°-\varnothing$, $m\sphericalangle CAD=45°-3\varnothing$, $m\sphericalangle ACD=45°+\varnothing$, $m\sphericalangle BDA=60°+2\varnothing$ y $m\sphericalangle BDC=30°$.

Entonces la $m\sphericalangle ACB$ es:

A) 18° B) 24° C) 30°

D) 36° E) 45°

PROBLEMA Nº 88

En un cuadrilátero ABCD convexo, $\overrightarrow{AC}$ es bisectriz de $\sphericalangle BAD$, Si:

$m\sphericalangle CAD=\frac{m\sphericalangle BDA}{3}=\frac{m\sphericalangle BCA}{2}$,

$m\sphericalangle ADC = 90°$, entonces la $m\sphericalangle ACD$ es:

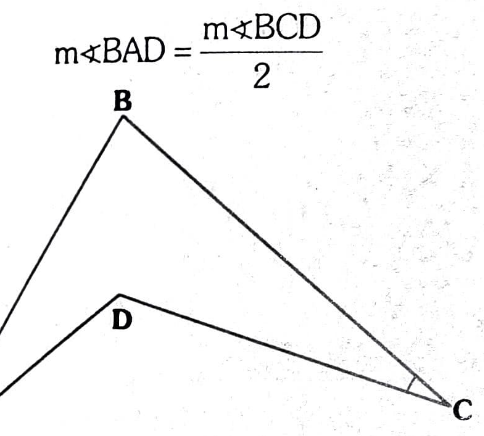
A) 45° B) 50° C) 55°

D) 65° E) 75°

PROBLEMA Nº 89

En la figura mostrada se cumple que: $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD}$, $m\sphericalangle ABC + m\sphericalangle BCD = 120°$, demuestre que:

$$m\sphericalangle BAD = \frac{m\sphericalangle BCD}{2}$$



PROBLEMA Nº 90

En un paralelogramo ABCD, sus lados miden AB=a y BC=b. Halle la longitud de la diagonal de la diagonal del cuadrilátero que se forma al trazar las bisectrices exteriores del paralelogramo.

A) $(a+b)$ B) $\frac{ab}{a+b}$ C) $\sqrt{ab}$

D) $a-b$ E) $b-a$

PROBLEMA Nº 91

En un cuadrilátero ABCD se verifica que:

$m\sphericalangle ABC = m\sphericalangle ADC = 90°$ y

$m\sphericalangle BAD = 30°$

$\overline{AP} \perp \overline{BD}$, $\overline{CQ} \perp \overline{BD}$ y P y Q en $\overline{BD}$. Si $AP - CQ = \sqrt{3}$, entonces la longitud de $\overline{BD}$ es:

A) 1 B) 2 C) 3

D) 4 E) 5

PROBLEMA Nº 92

En un triángulo ABC se traza la mediana $\overline{BM}$. Si $m\sphericalangle BAC = m\sphericalangle MBC = 2\alpha$ y $m\sphericalangle BCA = \alpha$, entonces $m\sphericalangle BCA$ es:

A) 5° B) 8° C) 10°

D) 15° E) 20°

PROBLEMA Nº 93

Se tiene un triángulo ABC y una recta L exterior al triángulo. Luego se trazan las perpendiculares $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ y $\overline{CC'}$ a la recta L. Si $AA' + BB' + CC' = K$, entonces la longitud de la perpendicular trazada desde el baricentro G de la región triangular ABC de la recta L es:

A) $\frac{K}{2}$ B) $\frac{2K}{3}$ C) $\frac{K}{3}$

D) $\frac{3K}{5}$ E) $\frac{5K}{3}$

PROBLEMA Nº 94

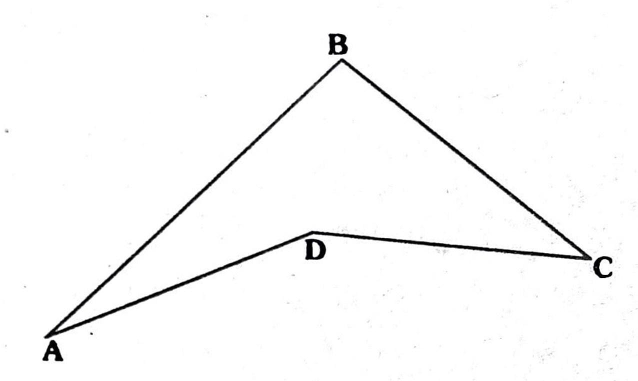
En un cuadrilátero ABCD se verifica que: AB=BC=CD. Si $m\sphericalangle ACD = 11m\sphericalangle BCA$ y $m\sphericalangle CAD = 5m\sphericalangle BCA$, entonces la $m\sphericalangle BCA$ es:

A) 5 B) 6 C) 7

D) 8 E) 9

PROBLEMA Nº 95

En la figura mostrada se verifica que: $AD=DC=BC$. Si $m\sphericalangle BAD = 2X$, $m\sphericalangle BCD = 5X$ y $m\sphericalangle ABC = 60^\circ + 2X$, entonces X es:



A) 10° B) 12° C) 15°
D) 20° E) 24°

PROBLEMA Nº 96

En un triángulo ABC por el punto medio de M de $\overline{AB}$ se traza una recta secante L que intercepta a $\overline{BC}$ en T. Las distancias trazadas de A y el punto medio de $\overline{BC}$ a L miden 4u y 1u respectivamente. Halle la longitud de $\overline{MC}$, si $m\sphericalangle CMT = 30^\circ$.

A) 3 B) 4 C) 16
D) 8 E) 12

PROBLEMA Nº 97

En un paralelogramo ABCD, se ubican M punto medio de $\overline{CD}$ y N en la prolongación de $\overline{CB}$ tal que: $\overrightarrow{AN} \cap \overrightarrow{MB} = Q$ y $m\sphericalangle AQM = 90$. $\overline{QD}$ intercepta a $\overline{CN}$ en E y $\overline{AB}$ en F, AD=16u, NE=4u, FD=9u. Halle la longitud de $\overline{EF}$ (en u).

A) 2 B) 3 C) 4
D) 4,5 E) 5

PROBLEMA Nº 98

En un cuadrilátero convexo ABCD, la mediatriz de $\overline{AD}$ pasa por B. Si $m\sphericalangle BCA = 30^\circ$, $m\sphericalangle CAD = 20^\circ$ y $m\sphericalangle ADC = 80^\circ$. Halle $m\sphericalangle ADC$.

A) 10° B) 15° C) 18°
D) 20° E) 24°

PROBLEMA Nº 99

En un cuadrilátero convexo ABCD se cumple: $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD}$, $m\sphericalangle BAC = 50^\circ$ y $m\sphericalangle CAD = 30^\circ$. Halle $m\sphericalangle ADC$.

A) 10° B) 12° C) 15°
D) 20° E) 40°

PROBLEMA Nº 100

En un cuadrilátero convexo ABCD se cumple: $\overline{AC} \cong \overline{AD}$, $m\sphericalangle BCA = 30$, $m\sphericalangle BAC = 3X$, $m\sphericalangle CAD = 4X$ y $m\sphericalangle ADB = 7X$. Halle X.

A) 6 B) 18 C) 9
D) 10 E) 12

PROBLEMA Nº 101

Sobre las bases de un paralelogramo ABCD, se dibujan exteriormente los triángulos equiláteros ABP, BCQ, CDR y DAS. Demuestre que el cuadrilátero PQRS es un paralelogramo.

PROBLEMA Nº 102

En un cuadrilátero ABCD la diagonal $\overline{BD}$ es perpendicular a $\overline{CD}$, además $\overline{CE}$ es perpendicular a $\overline{AB}$ en E y $\overline{AH}$ per-

pendicular a $\overline{BD}$ en H. Sabiendo que EC=15 cm, CD=5 m y AB=BF, siendo "F" el punto de intersección de las diagonales. Calcular AH en cm.

A) 2,5 B) 10 C) 20

D) 10 E) 15

PROBLEMA Nº 103

ABC es un triángulo obtusángulo $\overline{BM}$ mediana del triángulo $m\measuredangle B > 90$, $m\measuredangle A = 2m\measuredangle C$. Calcule la $m\measuredangle MBC$ si $m\measuredangle MBC = m\measuredangle A$.

A) 40 B) 30 C) 15

D) 10 E) 5

PROBLEMA Nº 104

ABCD es un rombo $m\measuredangle ABC = 120°$. M punto medio de $\overline{BC}$, N puntos de intersección de $\overline{AM}$ y $\overline{BD}$. Si AB=8 entonces $\overline{NB}$ mide:

A) 3 B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{7}{3}$

D) $\frac{5}{2}$ E) 2

PROBLEMA Nº 105

ABCD es un cuadrilátero convexo $m\measuredangle ABC = 90$, $m\measuredangle CAD + m\measuredangle ACD = 45$. Si $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{AD}$ entonces la $m\measuredangle CAD$ es:

A) 15 B) 20 C) 25

D) 30 E) 35

PROBLEMA Nº 106

ABCD un rectángulo se ubica el punto E con la prolongación de $\overline{AD}$ de modo que $m\measuredangle CAD = m\measuredangle ECD$, M punto medio de $\overline{CE}$. Si AC=2(CD)=4 entonces $\overline{DM}$ mide:

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{3\sqrt{3}}{5}$

PROBLEMA Nº 107

ABC es un triángulo rectángulo, $M \in \overline{AB}$, $N \in \overline{BC}$, $\overline{MN}$ paralelo a $\overline{AC}$, P y Q puntos medios de $\overline{MN}$ y $\overline{AC}$ respectivamente. Si $m\measuredangle AMN + m\measuredangle MNC = 270°$ y $MN = m$, $AC = n$ entonces $\overline{PQ}$ mide:

A) $\frac{m+n}{2}$ B) $\frac{m+2n}{2}$

C) $\frac{n-m}{2}$ D) $\frac{2n-m}{2}$

E) $\frac{m+n}{3}$

PROBLEMA Nº 108

ABCD es un cuadrado, el punto O es la intersección de sus diagonales, N punto medio de $\overline{AD}$, P y Q puntos de $\overline{BN}$ de modo que $\overline{CP}$ y $\overline{AQ}$ son perpendiculares a $\overline{BN}$. Calcule $m\measuredangle POQ$

A) 90° B) 60° C) 75°

D) 45° E)135°

PROBLEMA Nº 109

ABCD es un trapezoide simétrico (AB>BC) $\overline{AB}$ perpendicular a $\overline{BC}$, $m\measuredangle BAD = 60°$ y $\overline{AB} \cong \overline{AD}$. Si M punto

medio de $\overline{AC}$ la medida del ángulo entre $\overline{AB}$ y $\overrightarrow{DM}$ es:

A) 70° B) 75° C) 85°
D) 90° E) 100°

PROBLEMA Nº 110

ABCD es un trapecio rectangular se traza $\overline{CE}$ $E \in \overline{AB}$ perpendicular a $\overline{BD}$ que la intercepta en el punto M, $\overline{AB} \cong \overline{AD}$, $m\measuredangle BDA = 60°$, $\overline{EN}$ paralelo a $\overline{AD}$ $N \in \overline{BD}$. Si $m\measuredangle C = m\measuredangle D = 90$ y AB=8 entonces $\overline{NM}$ mide:

A) 2 B) 2,5 C) 3
D) 3,5 E) 1,5

PROBLEMA Nº 111

ABCD es un rectángulo se traza $\overline{BM}$ (M punto medio de $\overline{CD}$), la diagonal $\overline{AC}$ la intercepta en el punto N. Si NC=2 entonces del lado AC mide:

A) 7 B) 6 C) 6,5
D) 5 E) 5,5

PROBLEMA Nº 112

Si las diagonales de un trapecio son congruentes, demuestre que el trapecio es isósceles.

PROBLEMA Nº 113

En un cuadrilátero convexo ABCD se trazan las bisectrices interiores formándose un nuevo cuadrilátero. Entonces, la suma de las medidas de dos ángulos opuestos de este cuadrilátero es:

A) 30° B) 40° C) 50°
D) 60° E) 180°

PROBLEMA Nº 114

En un cuadrilátero convexo ABCD, las diagonales son perpendiculares.
Si $m\measuredangle ABD = 70°$, $m\measuredangle DBC = 40°$ y $m\measuredangle CAD = 10°$, entonces la $m\measuredangle BDC$ es:

A) 30° B) 40° C) 50°
D) 60° E) 75°

PROBLEMA Nº 115

En un triángulo ABC, desde el vértice B se trazan las perpendiculares $\overline{BP}$ y $\overline{BQ}$ a la bisectriz interior del ángulo A y a la bisectriz exterior del ángulo C. Si p es el semiperímetro del triángulo ABC y AB=c, entonces PQ es:

A) $3(P-C)$ B) $\dfrac{P-C}{3}$ C) $\dfrac{P-C}{2}$
D) $5(P-C)$ E) $P-C$

PROBLEMA Nº 116

En un triángulo ABC, se dibujan exteriormente al triángulo los cuadrados BMNA y BCEF de centros O_1 y O_2. Se traza la mediana $\overline{BM}$ del triángulo. Demuestre que: $\overline{O_1M} \cong \overline{MO_2}$.

PROBLEMA Nº 117

En un rectángulo ABCD, se trazan $\overline{AH}$ perpendicular a $\overline{BD}$. Las bisectrices de los ángulos HAB y DBC se interceptan en el punto P. Luego se traza $\overline{PM}$ perpendi-

cular a $\overline{CD}$. Si BC=a y PM=b, entonces la longitud de $\overline{BH}$ es:

A) $\frac{2a+b}{2}$
B) $(a-b)$
C) $2(a-b)$
D) $\frac{a+2b}{2}$
E) $\frac{2a+b}{3}$

PROBLEMA Nº 118

Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si las diagonales de un cuadrilátero se bisecan, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

II. Si las diagonales de un cuadrilátero son perpendiculares y congruentes, entonces el cuadrilátero es un cuadrado.

III. Si las diagonales de un trapecio son congruentes, entonces el trapecio es isósceles.

A) VFV
B) VVV
C) FVV
D) FFF
E) VVF

PROBLEMA Nº 119

En un paralelogramo ABCD los lados miden: AB=a y BC=b. Halle la longitud de la diagonal del cuadrilátero que se determina al trazar las cuatro bisectrices exteriores del paralelogramo.

A) $(a+b)$
B) $2(a+b)$
C) $(2a+b)$
D) $(a+2b)$
E) $(3a+b)$

PROBLEMA Nº 120

Determine el valor de verdad de:

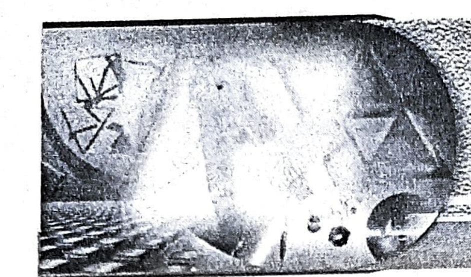
I. En el plano, la reunión de cuatro segmentos de manera que en cada extremo sólo concurren dos segmentos, siempre es un cuadrilátero.

II. En todo paralelogramo, las diagonales se bisecan.

III. En todo rombo y en todo cuadrado, sus diagonales se interceptan perpendicularmente.

IV. En el rombo y en el cuadrado, sus lados son congruentes.

A) FVFV
B) FFVV
C) VVVV
D) VVVF
E) FVVV

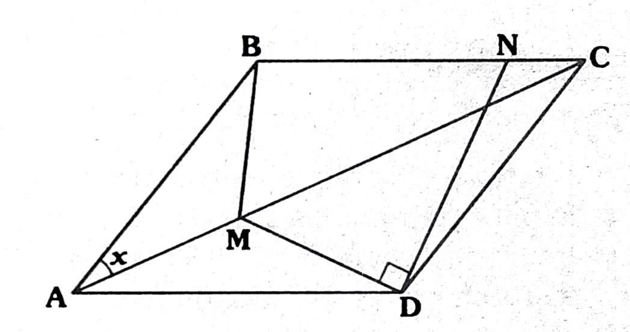


Problemas Propuestos
Ciclo Semestral

PROBLEMA Nº 121

En el gráfico, ABCD es un rombo. Si AM=MB y 5(ND)=6(AM).

Calcule "x".



A) 37° B) 53° C) 30°

D) $\frac{37°}{2}$ E) $\frac{53°}{2}$

PROBLEMA Nº 122

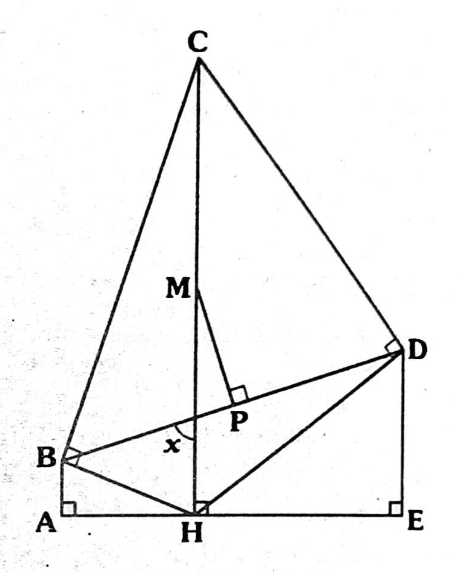
En un cuadrado ABCD de centro O se ubica el punto P exterior y relativo a $\overline{CD}$; luego, en $\overline{OB}$ y $\overline{CD}$ se ubican sus puntos medios M y N, respectivamente. Si A, N y P son colineales, además, AN=MP, calcule m∢PMN.

A) 10° B) 12° C) 15°

D) 30° E) 45°/2

PROBLEMA Nº 123

En el gráfico mostrado, HE − AH = MP y CM=MH. Calcule "x".



A) 74° B) 60° C) 72°

D) 45° E) 53°

PROBLEMA Nº 124

Responder verdadero (V) o falso (F):

- La mediana de un trapecio mide igual que la semisuma de las medidas de las bases.
- En un trapecio rectángulo, la mediana esta contenida en la mediatriz de un lado no paralelo.
- En un trapecio la base mayor es igual a la suma de la mediana y el segmento que une los puntos medios de las diagonales.
- El cuadrilátero cuyos vértices son los puntos medios de los lados de un trape-

cio isósceles es un rombo.

A) VFVV B) VVFF
C) VFVF D) VVVV
E) VVVF

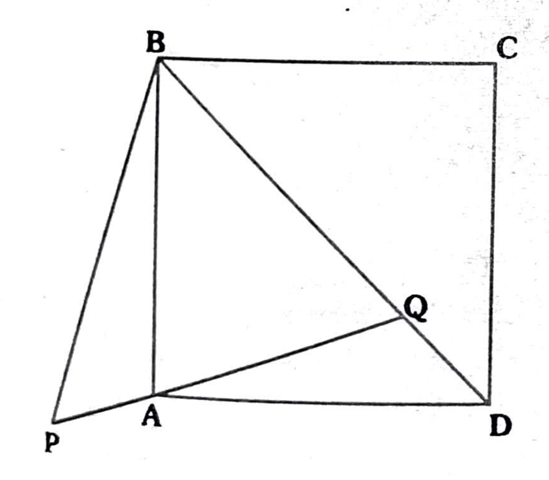
PROBLEMA Nº 125

En un trapezoide ABCD: $m\measuredangle B = m\measuredangle D = 90$ y $m\measuredangle A = 60^\circ$. Si las distancias de A y C a $\overline{BD}$ son 7 y 3 respectivamente, calcule BD.

A) $2\sqrt{3}$ B) 3 C) $4\sqrt{3}$
D) 4 E) 5

PROBLEMA Nº 126

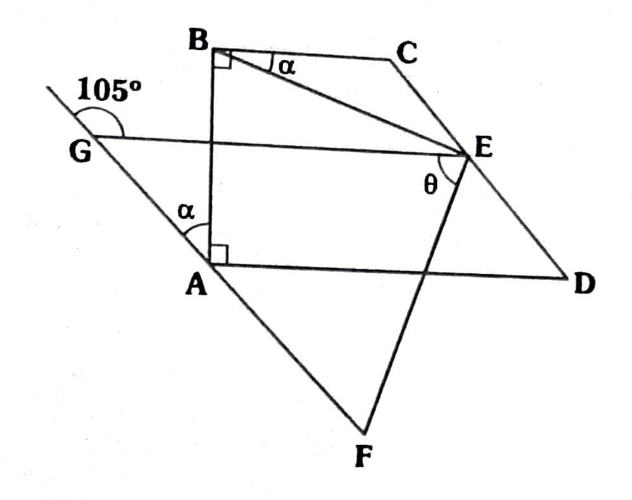
En la figura, ABCD es un cuadrado, el triángulo PBQ es equilátero y QD=4. ¿Cuánto dista A de $\overline{PB}$?.



A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$
D) 2,5 E) $2\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 127

Según el gráfico $GF = 2(BE)$ y $CE = ED$, calcule "θ".



A) 30° B) 45°
C) 60° D) 75°
E) 80°

PROBLEMA Nº 128

En el trapecio ABCD $\left(\overline{BC} // \overline{AD}\right)$ se traza la bisectriz interior de B que interseca al lado $\overline{AD}$ en "E". Hallar el segmento que une los puntos medios de $\overline{EC}$ y $\overline{BD}$, si:

$$AD - 2AB = 12 \quad y$$
$$AB = BC$$

A) 4 B) 6 C) 5
D) 6 E) 8

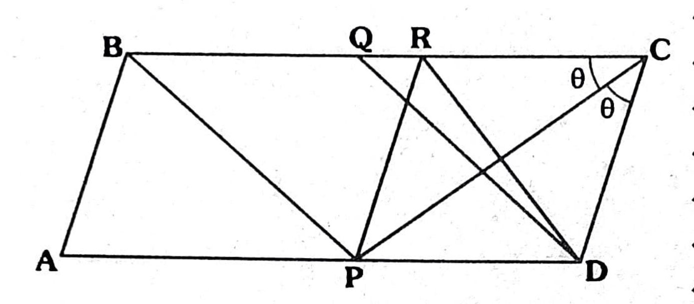
PROBLEMA Nº 129

ABCD es un rectángulo si CD=7 y $m\measuredangle BCA = 32{,}5^\circ$. Calcule BC.

A) 9 B) 11
C) 12 D) 10
E) 13

PROBLEMA Nº 130

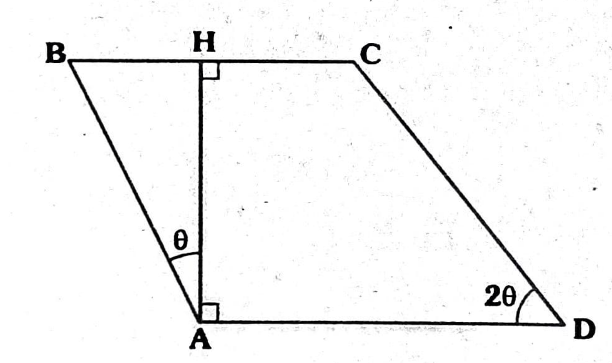
En el gráfico, ABCD, BQDP y PRCD son paralelogramos. Calcule la medida del ángulo entre $\overleftrightarrow{AQ}$ y $\overleftrightarrow{DR}$.



A) 60° B) 75° C) 90°
D) 120° E) 106°

PROBLEMA Nº 131

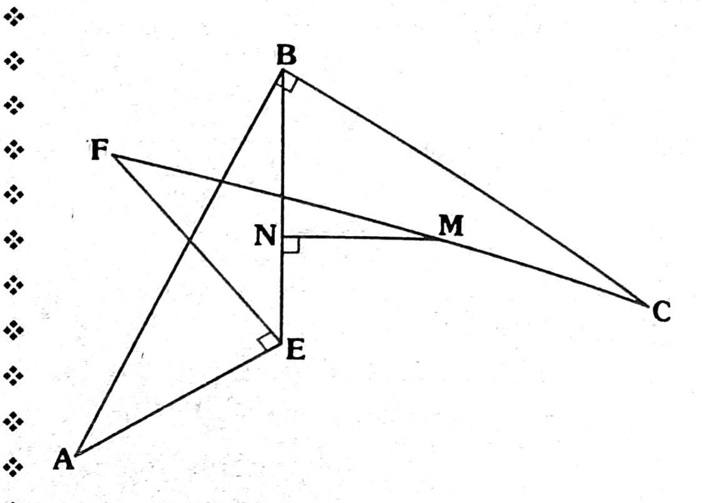
Si: $\frac{AD}{6}=\frac{HC}{2}=BH$. Calcule "θ".



A) 15° B) 22°30'
C) 26°30' D) 18°30'
E) 30°

PROBLEMA Nº 132

En la figura mostrada, AB=BC, AE=FE, FM=MC, BE=8 m.
Calcule ME



A) $4\sqrt{2}$ m B) 6 m
C) 4 m D) $6\sqrt{2}$ m
E) $2\sqrt{2}$ m

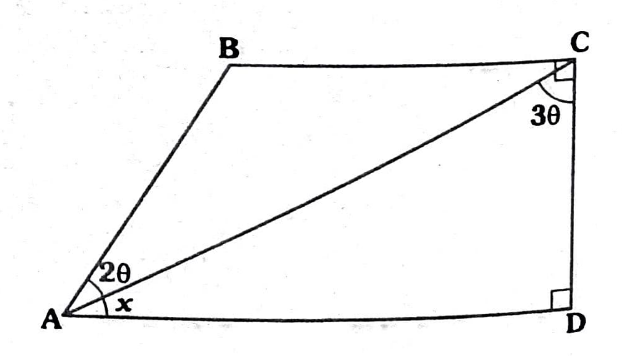
PROBLEMA Nº 133

En un paralelogramo ABCD, la bisectriz interior del ángulo B intersecta al lado $\overline{AD}$ y a la bisectriz exterior del ángulo D en E y P respectivamente si: BE=PC, calcule m∢BPC.

A) 15° B) 30° C) 37°
D) 45° E) 60°

PROBLEMA Nº 134

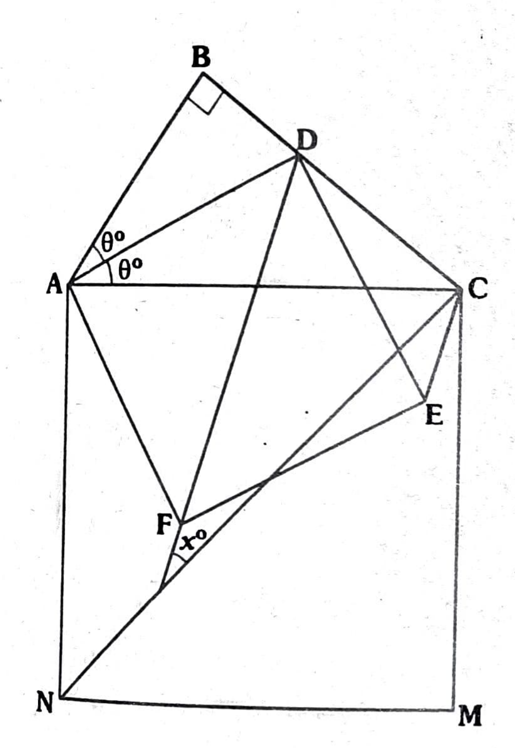
En la figura mostrada, BC=2CD.
Calcule "x".



A) 15° B) 18° C) 22°30'
D) 30° E) 45°

PROBLEMA Nº 135

En el gráfico ACMN y ADEF son cuadrados, además la $m\sphericalangle DEC = 45$. Calcule el valor de "x".



A) 26,5° B) 18,5° C) 10°
D) 15° E) 8°

PROBLEMA Nº 136

Se da el trapecio isósceles ABCD con $\overline{BC}//\overline{AD}$ y AD>BC; P y Q son puntos de $\overline{AB}$ y $\overline{AD}$ respectivamente, tal que $\overline{PQ}//\overline{CD}$. Calcule la distancia entre los puntos medios de $\overline{QC}$ y $\overline{PD}$, si BP=6.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 2,5 E) 5/3

PROBLEMA Nº 137

En el cuadrilátero ABCD: $m\sphericalangle D = 60°$; AD=AB+CD y BC=CD.

Si $\dfrac{m\sphericalangle C}{m\sphericalangle A} = \dfrac{3}{2}$, calcule la medida del ángulo que forman $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.

A) 36° B) 48° C) 54°
D) 72° E) 24°

PROBLEMA Nº 138

En el paralelogramo ABCD, BC>AB, la bisectriz interior del ángulo "B" y la bisectriz exterior del ángulo "D" se intersecan en el punto "P". Si la distancia de "A" a $\overline{BC}$ es "a" y la distancia de "P" a $\overline{AD}$ es "b", calcule la distancia entre $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.

A) a+b B) 2a+b C) 2(a+b)
D) a+2b E) $\dfrac{3b+a}{2}$

PROBLEMA Nº 139

En romboide ABCD se traza $\overline{BH} \perp \overline{AD}$ (H en $\overline{AD}$). Si M es el punto medio de $\overline{CD}$ y la $m\sphericalangle ABM = 90°$, calcule $m\sphericalangle CDA$. Además AD=2BH.

A) 120° B) 105° C) 90°
D) 75° E) 60°

PROBLEMA Nº 140

Si ABCD es un romboide, se construyen exteriormente sobre los lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$ los cuadrados de centros P, Q y R respectivamente. Calcule $m\sphericalangle RPQ$.

A) 90 B) 75 C) 60

D) 45 E) 37

PROBLEMA Nº 141

En un trapezoide ABCD se traza $\overline{BE} \perp \overline{AD}$ y $\overline{CF} \perp \overline{AD}$ de tal manera que AD=2EF. Si $BC = 2\sqrt{2}$, calcular la medida del segmento que une los puntos medios de sus diagonales.

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) 1

D) 1,5 E) $\sqrt{2}/2$

PROBLEMA Nº 142

En un trapezoide ABCD, en el lado $\overline{BC}$ se ubica el punto M, tal que:

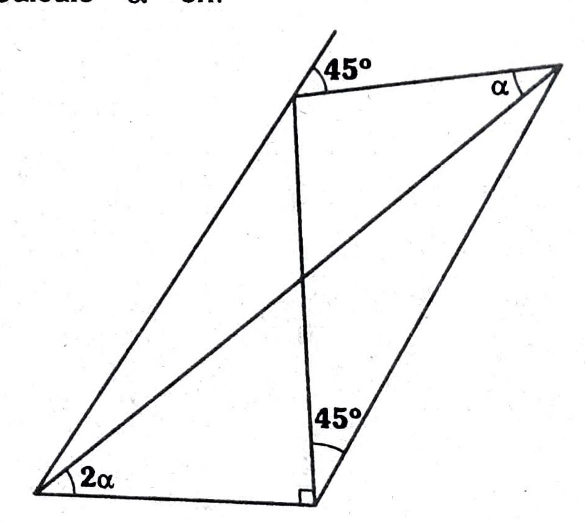
$\frac{m\measuredangle BAM}{m\measuredangle MAD} = \frac{m\measuredangle ADM}{m\measuredangle CDM} = 1$, BC<AD, AM=6 y MD=8. Calcule la suma del máximo y mínimo valor entero de $\overline{AD}$:

A) 12 B) 6 C) 8

D) 24 E) 18

PROBLEMA Nº 143

Calcule "α" en:

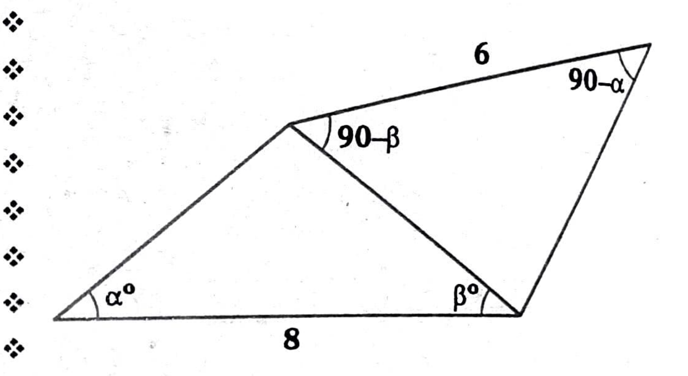


A) $\frac{53°}{2}$ B) 18° C) 12°

D) $\frac{37°}{2}$ E) 15°

PROBLEMA Nº 144

Calcule el semiperímetro del cuadrilátero ABCD:



A) 24 B) 48 C) 16

D) 14 E) 12

PROBLEMA Nº 145

Se tiene el trapecio ABCD $(\overline{AD} // \overline{BC})$, se traza $\overline{DH} \perp \overline{AB}$ (H en $\overline{AB}$). Si AH=HB, AD=2(BC) y $m\measuredangle CDH = 2(m\measuredangle HDA)$.

Calcule $m\measuredangle ADH$

A) 15° B) 18° C) 26°30'

D) 30° E) 36°

PROBLEMA Nº 146

Se tiene el trapecio rectángulo ABCD (recto A y B), si AC=10 y $m\measuredangle ACB = 2(m\measuredangle ADB)$. Calcule la distancia entre los puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$.

A) 10 B) 5 C) 2,5

D) 7,5 E) 4

PROBLEMA Nº 147

Se tiene el cuadrilátero convexo ABCD, si $\frac{AB}{5}=\frac{BC}{5}=\frac{CD}{6}$ y $m\measuredangle ABC=2(m\measuredangle ADC)$. Calcule $m\measuredangle CAD$.

A) 37°　B) 30°　C) 53°
D) 45°　E) 60°

PROBLEMA Nº 148

En un trapecio ABCD, $\overline{BC}//\overline{AD}$ y AB=BD. Si $m\measuredangle ABD=40°$, $m\measuredangle DAC=30°$ y BC=8, calcule la distancia del vértice D hacia $\overline{AB}$.

A) 4　B) 2　C) 6
D) $3\sqrt{3}$　E) $3\sqrt{2}$

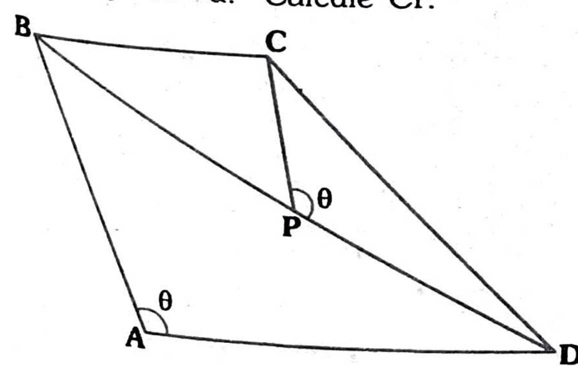
PROBLEMA Nº 149

En un triángulo equilátero ABC, se traza la ceviana interior CP. Calcule la razón entre la distancia del punto medio de $\overline{CP}$ a la bisectriz del ángulo ABC y la longitud de $\overline{AP}$.

A) 1/2　B) 1/4　C) 2/5
D) 2/3　E) 3/4

PROBLEMA Nº 150

En la figura $\overline{BC}//\overline{AD}$, AB=BP=PD, $\theta>90°$ y AD=a. Calcule CP.



A) a　B) $\frac{a}{2}$　C) $\frac{a}{3}$
D) $\frac{2a}{5}$　E) $\frac{3a}{4}$

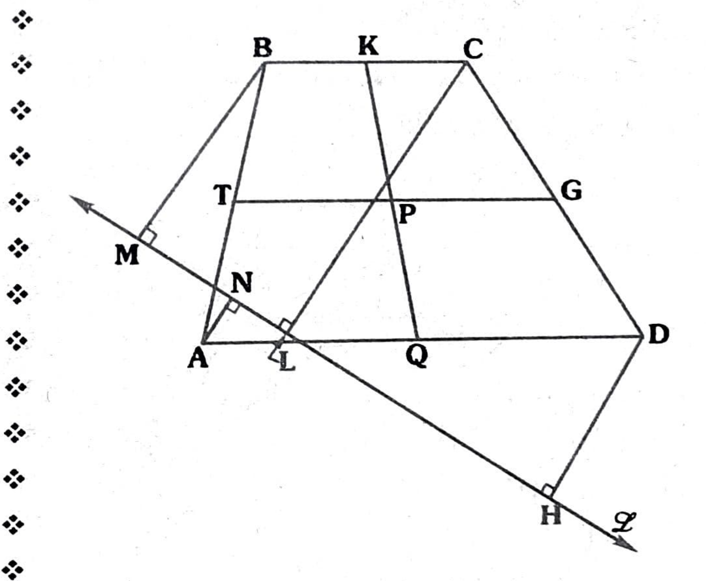
PROBLEMA Nº 151

En un cuadrado ABCD se ubica el punto medio "E" de $\overline{AD}$, luego se ubica "F" en $\overline{CE}$ tal que AF=AB. Calcule $m\measuredangle EFD$.

A) 30　B) 60　C) 45
D) 75　E) 53

PROBLEMA Nº 152

En la figura AN=1; BM=4; CL=7 y DH=5, calcule la distancia de P a $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$ si T; K; G y Q son puntos medios de $\overline{AB}$; $\overline{BC}$; $\overline{CD}$ y $\overline{AD}$ respectivamente.



A) 3　B) 3,25
C) 3,75　D) 4
E) 4,25

PROBLEMA Nº 153

Dado un cuadrado ABCD, en $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ se ubican los puntos P y Q tal que $m\sphericalangle AQC = 105°$ $\overline{PD}$ biseca a $\overline{AQ}$. Calcular la medida del ángulo que forman $\overline{PD}$ y $\overline{AC}$.

A) 60° B) 67,5°
C) 75° D) 82°
E) 53°

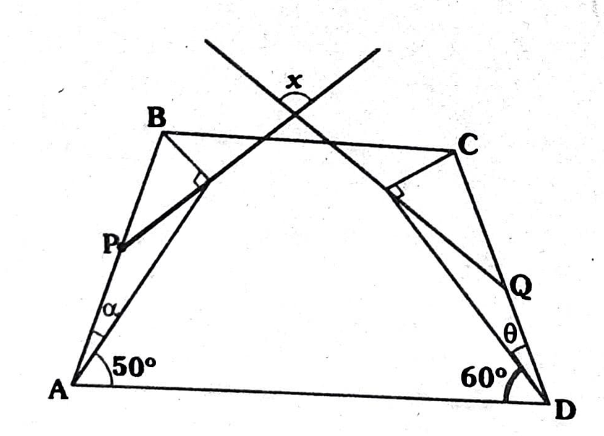
PROBLEMA Nº 154

Dado un cuadrado ABCD, en $\overline{AC}$. Se ubica el punto M y en la prolongación de $\overline{MD}$ se ubica el punto N de modo que el triángulo CMN es equilátero calcule $\frac{AM}{DN}$.

A) 1 B) 3/4 C) $\sqrt{3}/2$
D) 1/2 E) 2

PROBLEMA Nº 155

P y Q son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$, si $\alpha + \theta = 30°$; calcule "x".



A) 112° B) 90° C) 115°
D) 120° E) 100°

PROBLEMA Nº 156

En un romboide ABCD la recta perpendicular a $\overline{CA}$ trazada por B interseca a $\overline{DA}$ en E, si $m\sphericalangle CBE = 37°$ y BE=8, calcule AM, siendo M punto medio de $\overline{ED}$.

A) 6 B) 5 C) 7
D) 8 E) 10

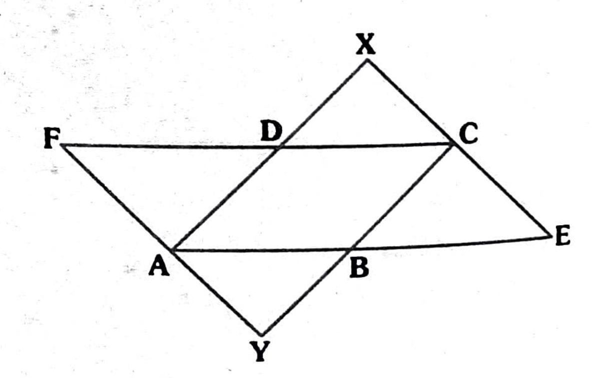
PROBLEMA Nº 157

Se tiene un trapecio ABCD $(\overline{BC} // \overline{AD})$ y BC<AD, en la diagonal AC se ubican los puntos M y N tal que AM=NC, AD=MB+BC. Si la $m\sphericalangle NDA = 25°$. Calcule la $m\sphericalangle MBC$.

A) 70° B) 60° C) 50°
D) 40° E) 30°

PROBLEMA Nº 158

En el gráfico ABCD, es un paralelogramo y DX=BY. Si el perímetro del triángulo BCE es: a+2b, el perímetro del triángulo CDX es: $b - 2a$, y el perímetro del triángulo CFY es :



A) $a + 3b$ B) $3a + 2b$
C) $2a + 3b$ D) $a + 9b$
E) $9a + b$

PROBLEMA Nº 159

En un trapecio ABCD, la base menor $\overline{AB}$ es igual a la altura $\overline{AH}$; si: $m\measuredangle A = 135°$ y el $\measuredangle B = 150°$.

Calcule el perímetro del trapecio, si AB=AH=20 cm.

A) 195,920 cm B) 200 cm

C) 182,920 cm D) 162,920 cm

E) 170,500 cm

PROBLEMA Nº 160

En un cuadrilátero ABCD, donde $m\measuredangle A = 90°$; $m\measuredangle B = m\measuredangle C = 60°$ y $2 \cdot AB - BC = 6\sqrt{3}$. Halle CD.

A) $3\sqrt{3}$ B) 9 C) 12

D) $6\sqrt{3}$ E) $9\sqrt{3}$

PROBLEMA Nº 161

En un cuadrado ABCD cuyo centro es O, en $\overline{AD}$ se ubica el punto F, en $\overline{BF}$ se ubica el punto P y M está en $\overline{CD}$, $O \in \overline{PM}$; APMF es un romboide. Calcule AB/AF.

A) 1 B) 2 C) 2: 3

D) 3 E) 3: 2

PROBLEMA Nº 162

En un cuadrado ABCD, en $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$ se ubican P, Q y R tal que APQR es un trapecio isósceles, AQ=AR.

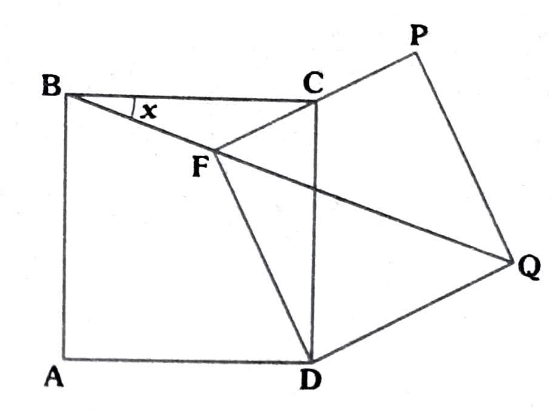
Calcule $\dfrac{AB}{QC + CR + QR}$

A) 2: 3 B) 1 C) 4

D) 1: 2 E) 1: 4

PROBLEMA Nº 163

En la figura, ABCD y DEPQ son cuadrados. Calcule "x".



A) 30° B) 15° C) $\dfrac{45°}{2}$

D) $\dfrac{37°}{2}$ E) $\dfrac{53°}{2}$

PROBLEMA Nº 164

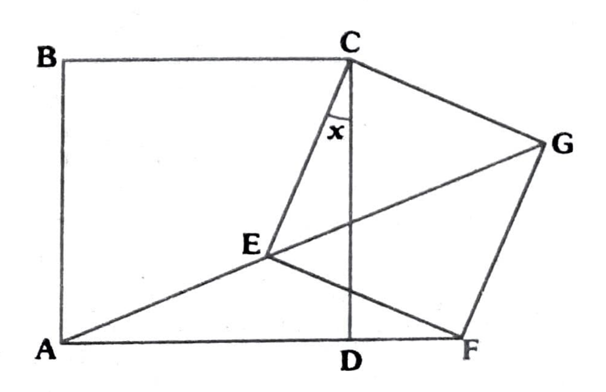
En un trapecio rectángulo ABCD recto en A y D, M es punto medio de $\overline{BC}$, AD=6 y la $m\measuredangle MAD = 53°$. Calcule AM.

A) 3 B) 4 C) 5

D) 6 E) 2

PROBLEMA Nº 165

ABCD y CEFG son cuadrados calcule "x".



A) 45/2° B) 37/2° C) 53/2°

D) 15° E) 18°

PROBLEMA Nº 166

En un trapecio rectángulo ABCD recto en C y D, BC=2(CD), $2(m\sphericalangle ACD)=3(m\sphericalangle BAC)$. Calcule la $m\sphericalangle CAD$.

A) 15° B) 18° C) $\frac{45^\circ}{2}$

D) 30° E) $\frac{37^\circ}{2}$

PROBLEMA Nº 167

En un trapecio ABCD, $\overline{BC}//\overline{AD}$, M es punto medio de $\overline{AB}$, BC=6, AD=16 y CD=10; $m\sphericalangle BAD = 2(m\sphericalangle BMC)$.

Calcule la $m\sphericalangle ADC$.

A) 53° B) 37° C) 74°

D) 60° E) 75°

PROBLEMA Nº 168

En un paralelogramo ABCD, M es punto medio de $\overline{CD}$, en la prolongación de $\overline{AB}$ se ubica N, $\overline{MN}\cap\overline{BC}=\{F\}$, $m\sphericalangle ANF = m\sphericalangle AFB$, $m\sphericalangle AMF = 90^\circ$ y $AM = BN$. Calcule la $m\sphericalangle AFB$.

A) 37° B) 53° C) 45°

D) $\frac{37^\circ}{2}$ E) 30°

PROBLEMA Nº 169

En un trapecio rectángulo ABCD recto en C y D, la diagonal $\overline{AC}$ interseca a la altura $\overline{BH}$ en P de manera que AB=18, $m\sphericalangle ABP = 2(m\sphericalangle ACB)$.

Calcule $(HP + CD)$.

A) 18 B) 9 C) 36

D) 27 E) 24

PROBLEMA Nº 170

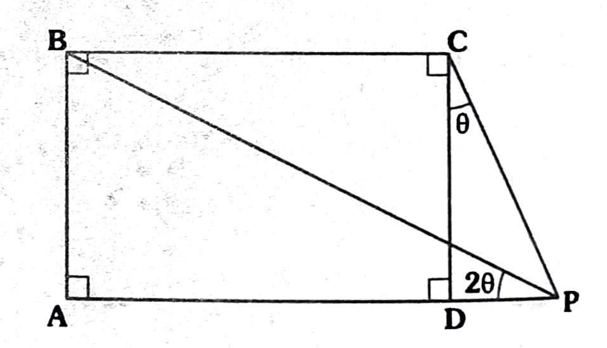
En un paralelogramo ABCD sus diagonales se intersecan en O, M es un punto de $\overline{AD}$, luego se traza el rectángulo BMON, DN=5 y $ON=3\sqrt{2}$. Calcule la $m\sphericalangle DBC$.

A) 37° B) 53° C) 45°

D) 60° E) 75°

PROBLEMA Nº 171

Según el gráfico, BP+BC=15, calcule AP.



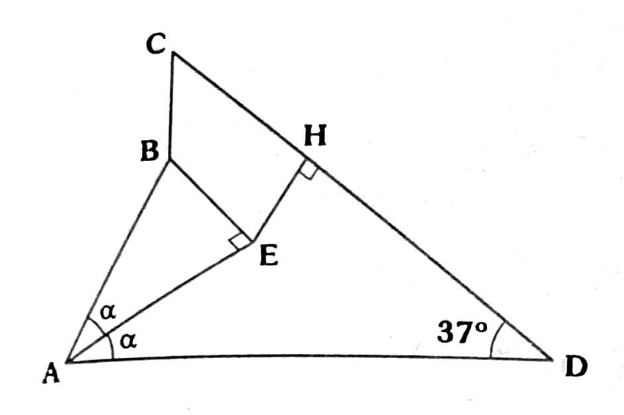
A) 15 B) 7,5

C) 9 D) 30

E) 12

PROBLEMA Nº 172

$\overline{CB}\perp\overline{AD}$, BC=5 y $AD - AB = 10$, calcule EH.

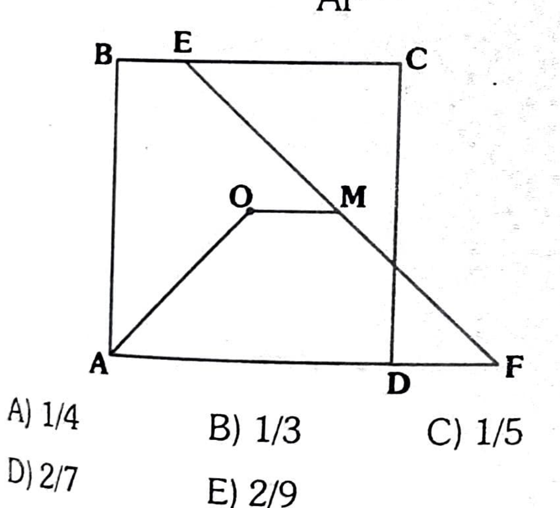


A) $4\sqrt{2}$ B) 3,5 C) 3

D) 5 E) 4

PROBLEMA Nº 173

ABCD: cuadrado, AOMF: trapecio isósceles. Si BC=3(BE) (O: *centro del cuadrado*). Calcule $\dfrac{OM}{AF}$



A) 1/4 B) 1/3 C) 1/5

D) 2/7 E) 2/9

PROBLEMA Nº 174

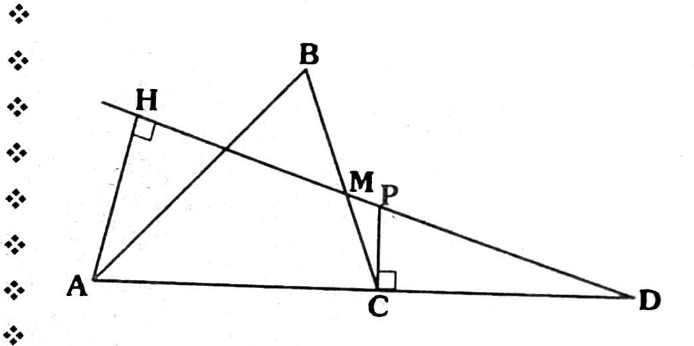
En un triángulo rectángulo ABC recto en B, se traza la mediana BM, además las prolongaciones de los lados $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ intersecan en P, T y Q a una recta secante y paralela a $\overline{BM}$ respectivamente. Si MT=12, calcule PQ.

A) 18 B) 24 C) 30

D) 36 E) 48

PROBLEMA Nº 175

En el gráfico, AB=AC=CD, PD=10, BM=MC, m∢BAC = 53°, calcule AH.



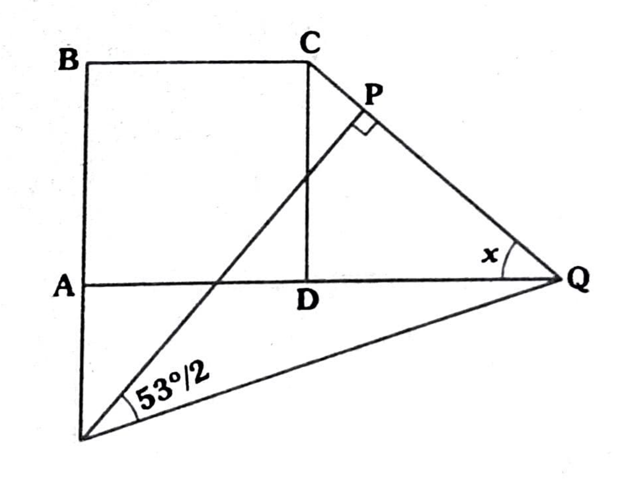
A) 4 B) 6 C) 8

D) $6\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 176

En el gráfico, ABCD es un cuadrado y PQ=2(CP).

Calcule "x".



A) 30° B) 37° C) 60°

D) 50° E) 45°

PROBLEMA Nº 177

En un cuadrado ABCD se ubican N y P en $\overline{AC}$ y $\overline{CD}$. Si $m\sphericalangle ABN = 30°$ y BN=PD=5. Calcule PB.

A) 5 B) 6

C) $5\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{3}$

E) 10

PROBLEMA Nº 178

En un cuadrilátero convexo ABCD, la mediatriz de $\overline{BC}$ interseca a $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$ en M y N respectivamente, luego se ubica el punto P interior a dicho cuadrilátero tales que: $m\sphericalangle ABP = m\sphericalangle PCD = 90°$; $m\sphericalangle CPD = m\sphericalangle BPA = 45°$ y BC=14, calcule MN.

A) $7\sqrt{2}$ B) $7\sqrt{2}/2$

C) 3,5 D) 7

E) $7\sqrt{3}/3$

PROBLEMA Nº 179

En un trapecio rectángulo ABCD, recto en A y B, se traza $\overline{AF} \perp \overline{BD}$ (F en $\overline{BD}$), luego en el triángulo AFD se traza la bisectriz interior AE. Si BF=6 y $m\sphericalangle BCE = 90°$, calcule CE.

A) 2 B) 3 C) 6

D) 9 E) 4

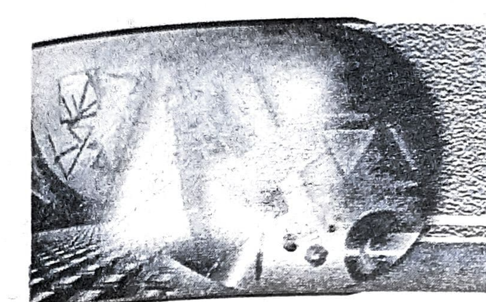
PROBLEMA Nº 180

Dado el trapezoide ABCD, donde: $m\sphericalangle BAD = m\sphericalangle BCD = 90°$, luego se trazan $\overline{AP} \perp \overline{CD}$ (P en $\overline{CD}$) y $\overline{AQ} \perp \overline{BP}$ (Q en $\overline{BP}$). Si BP=PD=m, CP=n y $m\sphericalangle CBP = m\sphericalangle CDA$, calcule BQ.

A) $2m - n$ B) $m - n$

C) $\dfrac{mn}{m+n}$ D) $\dfrac{m-n}{2}$

E) $\dfrac{2m-n}{2}$



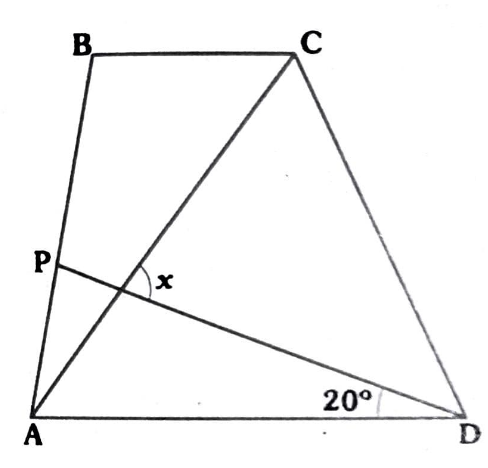
Problemas Propuestos

Ciclo Semestral Intensivo

PROBLEMA Nº 181

Si ABCD es un trapecio isósceles de bases $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$. Si PB=BC y PD=AD.

Calcule: x

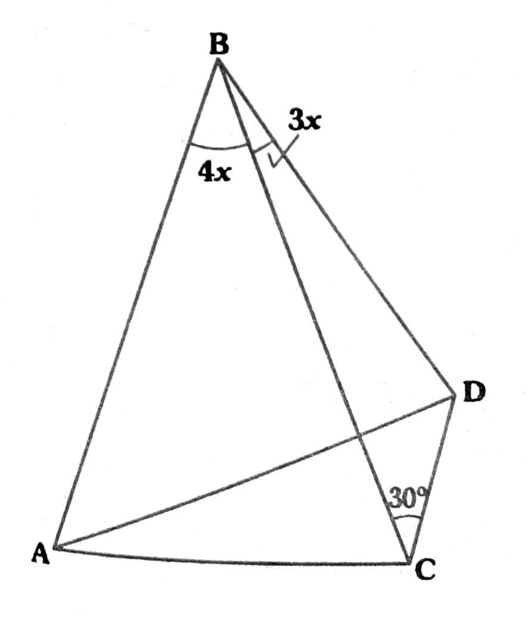


A) 80° B) 40° C) 50°

D) 30° E) 60°

PROBLEMA Nº 182

En la figura AB=BC y AD=BD. Halle "x".



A) 5° B) 6° C) 10°

D) 15° E) 18°

PROBLEMA Nº 183

En un cuadrilátero ABCD, si: AB=BC=CD, $m\measuredangle BAC = m\measuredangle ACB = x$, $m\measuredangle DAC = 2x$ y $m\measuredangle ACD = 3x$.

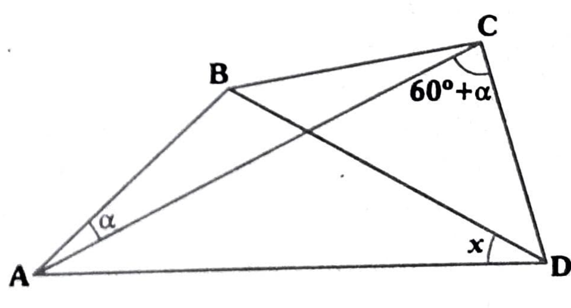
Calcule x.

A) 10° B) 15° C) 30°

D) 18° E) 20°

PROBLEMA Nº 184

Si AB=BC y AC=AD. Halle "x"



A) 45° B) 37° C) 30°

D) 53° E) 35°

PROBLEMA Nº 185

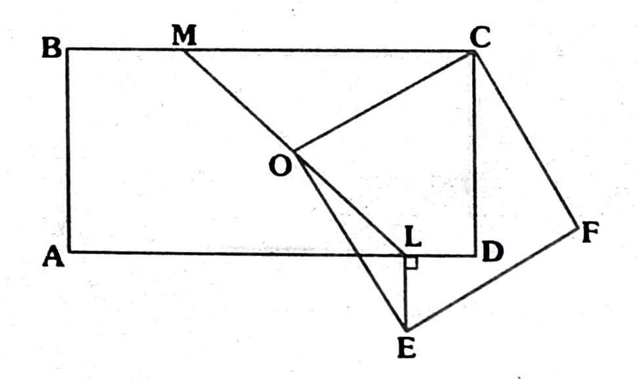
En un paralelogramo ABCD, se ubica F en $\overline{AD}$, de modo que: $m\measuredangle ABF = m\measuredangle BCF$; FC=2DC. Calcule la longitud del segmento que tiene por extremos los puntos medios de $\overline{BF}$ y $\overline{FC}$, si BF=12u.

A) 4 B) 8 C) 9

D) 12 E) 6

PROBLEMA Nº 186

En el gráfico, ABCD es un rectángulo (O: intersección de las diagonales). OCFE: es un cuadrado. Si: MB=a. Calcule EL.



A) a B) $\frac{a}{2}$ C) $\frac{3a}{2}$

D) $\frac{2a}{3}$ E) $\frac{4a}{3}$

PROBLEMA Nº 187

Indicar verdadero (V) falso (F) en las siguientes proposiciones:

I. Si los ángulos interiores de un cuadrilátero tienen igual medida, entonces es un paralelogramo.

II. Los puntos medios de los lados de un trapecio isósceles, son vértices de un rombo.

III. En un paralelogramo al trazar las bisectrices interiores y exteriores se forman cuadriláteros cuyas diagonales intersectan en su punto medio a los lados del paralelogramo.

A) VFV B) FVF

C) FVV D) VVF

E) FFV

PROBLEMA Nº 188

Dado un triángulo rectángulo ABC, en $\overline{AC}$ y en los catetos $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ se ubican los puntos D, F y E respectivamente $m\measuredangle DEF = 90°$, AD=DC y el cuadrilátero ADEF es un trapezoide simétrico; calcular al $m\measuredangle FEB$.

A) 45° B) 37°

C) 30° D) 26°30'

E) 18°30'

PROBLEMA Nº 189

En un trapecio ABCD, donde $\overline{BC}$ es la base menor, se traza la altura $\overline{CH}$ que intersecta a la diagonal $\overline{BD}$ en P. Calcule CM; siendo M punto medio de $\overline{AP}$, además AB=BD y BP=4 y PD=2.

A) 1 B) 2 C) 3

D) 4 E) 5

PROBLEMA Nº 190

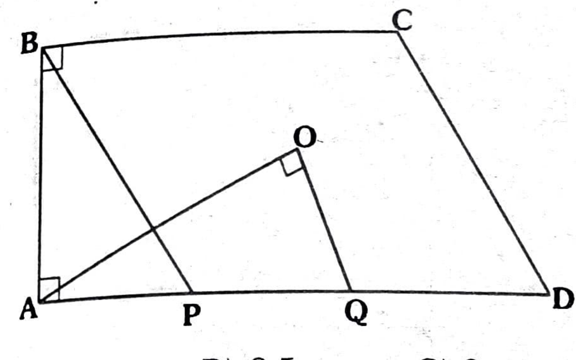
En un trapecio rectángulo ABCD, recto en A y B, se ubican los puntos M, N y P en $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ y $\overline{AD}$ respectivamente, tal que MCNP es un paralelogramo, $2m\measuredangle BCM + m\measuredangle MCN = 180°$ y AB=12. Calcule la distancia del punto medio de $\overline{CP}$ a $\overline{AD}$.

A) 3 B) 4 C) 6

D) 8 E) 10

PROBLEMA Nº 191

En el gráfico, PBCD es un paralelogramo de centro O. Si AQ=5 y QD=3. Calcule AB.

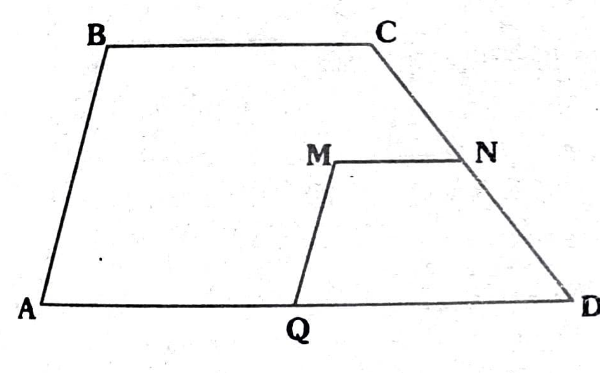


A) 2 B) 2,5 C) 3

D) 4 E) 6

PROBLEMA Nº 192

Si $\overline{BC}//\overline{AD}//\overline{MN}$, CN=ND, QD+BC=10, AQ=8 y $\overline{MQ}//\overline{AB}$. Calcule MN.



A) 1 B) 1,5 C) 1,8

D) 2 E) 2,5

PROBLEMA Nº 193

O es centro del cuadrado ABCD y EHRC es un trapecio isósceles $\left(\overline{CR}//\overline{EH}\right)$.

Calcule "x".

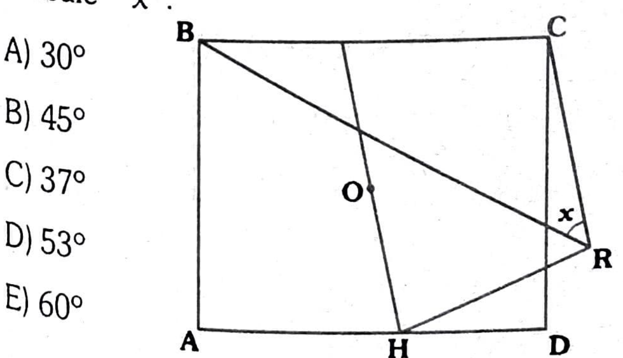
A) 30°

B) 45°

C) 37°

D) 53°

E) 60°



PROBLEMA Nº 194

En un rectángulo ABCD se traza $\overline{BH}$ perpendicular a $\overline{AC}$ $\left(H\in\overline{AC}\right)$ y en la prolongación de $\overline{BD}$ se ubica al punto Q de tal forma que $m\measuredangle QCA=90°$. Si HO=1m y $HD=\sqrt{5}$ m $\left(\overline{BD}\cap\overline{AC}=\{0\}\right)$; calcular la longitud de segmento que une los puntos medios de $\overline{BQ}$ y $\overline{HC}$.

A) $\left(\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}\right)$m B) $\left(\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}\right)$m

C) $\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$m D) $2\sqrt{5}$ m

E) $\left(\dfrac{\sqrt{3}-2}{2}\right)$m

PROBLEMA Nº 195

En un paralelogramo ABCD las bisectrices exteriores de los ángulos C y D se intersectan en P. Hallar $\overline{BP}$, si: $A\hat{B}P=90°$; $\overline{AB}=12$; $\overline{BC}=4$.

A) 7 B) 3 C) 8

D) 10 E) 11

PROBLEMA Nº 196

En un romboide ABCD $\left(\overline{AB}>\overline{BC}\right)$ las mediatrices de los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ se intersectan en un punto "P", situado en la prolongación de $\overline{AD}$.

Halle la $mP\hat{C}D$, si: $mA\hat{D}C=125°$.

A) 30° B) 60° C) 45°

D) 75° E) 15°

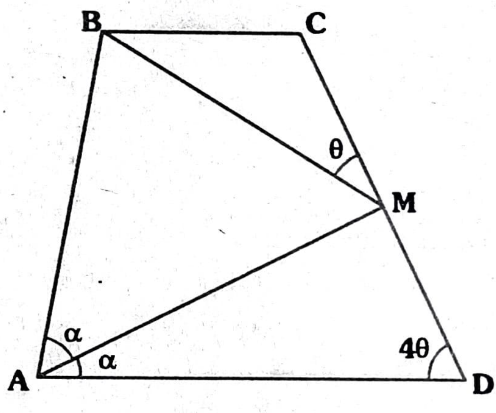
PROBLEMA Nº 197

Se tiene un trapecio rectángulo, recto en A y D (BD=DC). Se ubica M punto medio de $\overline{BC}$, $\overline{AM}$ interseca a $\overline{BD}$ en P, luego se traza $\overline{PQ}$ perpendicular a $\overline{BD}$ $\left(Q \in \overline{BA}\right)$. Si la $m\sphericalangle APQ = 60°$, calcule la $m\sphericalangle ABD$.

A) 20° B) 30° C) 40°
D) 50° E) 60°

PROBLEMA Nº 198

En la figura: AB=16, BC=3, CM=MD y $\overline{BC} // \overline{AD}$. Calcule "θ".



A) 7,5 B) 12 C) 15
D) 18,5 E) 26,5

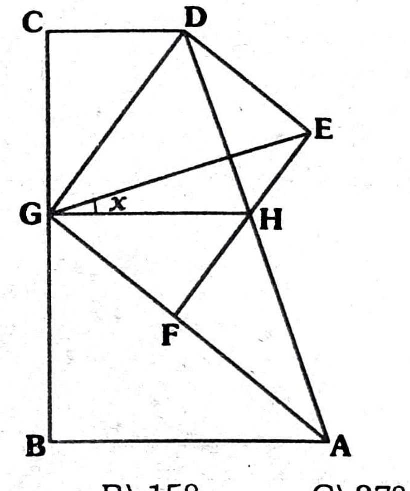
PROBLEMA Nº 199

En un trapecio ABCD, A y B son rectos, si AC=AD y M es punto medio de $\overline{CD}$, $\overline{BM}$ y $\overline{AC}$ forman un ángulo de 120°; calcule $m\sphericalangle BAC$.

A) 40° B) 20° C) 30°
D) 60° E) 50°

PROBLEMA Nº 200

GH: base media del trapecio rectángulo ABCD. Calcule "x", además DEFG es una cuadrado.



A) 30° B) 15° C) 37°
D) 37/2° E) 53/2°

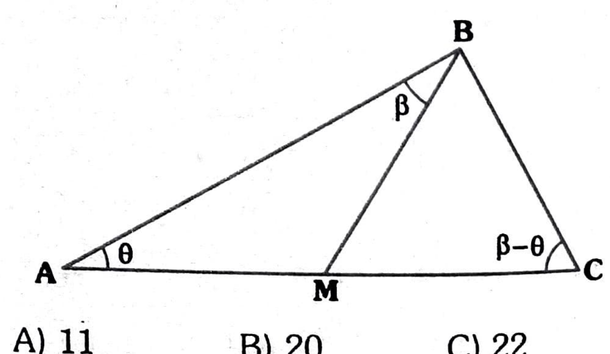
PROBLEMA Nº 201

Se tiene un trapecio rectángulo ABCD (recto en A y B). En $\overline{CD}$ se ubica su punto medio M, $\overline{AM}$ y $\overline{BD}$ se cortan perpendicularmente en T. Si AT=8 y TM=1. Calcule BT.

A) $4\sqrt{3}$ B) 8 C) $4\sqrt{5}$
D) 6 E) $3\sqrt{6}$

PROBLEMA Nº 202

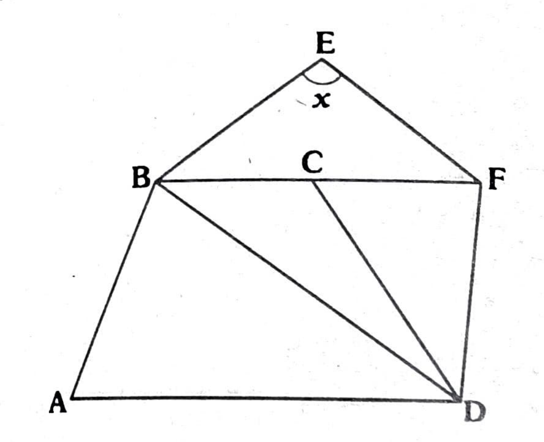
Según el gráfico BC=12, calcule el máximo valor entero de AB, además AM=MC.



A) 11 B) 20 C) 22
D) 23 E) 13

PROBLEMA Nº 203

Los trapecios isósceles ABCD y BEFD son congruentes si BC=6 y CF=4, calcule "x".



A) 120° B) 127° C) 217/2°
D) 104 E) 231°/2

PROBLEMA Nº 204

En un trapezoide ABCD, se ubica el punto medio M de $\overline{AB}$ luego se traza $\overleftrightarrow{OH} \perp \overline{MD}$ $\left(H \in \overline{MD}\right)$, siendo O el punto de intersección de los segmentos que unen los puntos medios de los lados opuestos del trapezoide, calcule la distancia del vértice "C" hacia $\overleftrightarrow{OH}$, si $2(MH) - HD = 3$ cm.

A) 1 B) 3 C) 3/2
D) 2/3 E) 2

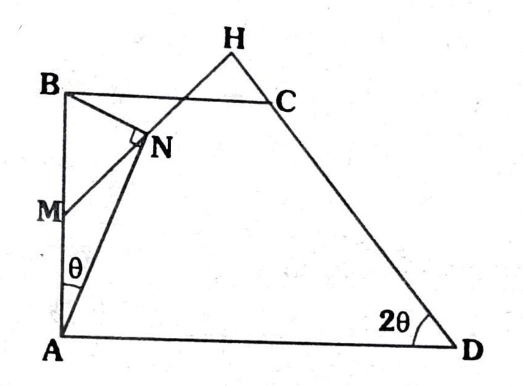
PROBLEMA Nº 205

Se tiene un cuadrilátero convexo ABCD, donde $m\measuredangle ABD = 90°$ y el ΔBCD es equilátero. Si la distancia de C a $\overline{AD}$ es a la distancia entre los puntos medios de $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$ como 6 es a 5. Calcule $m\measuredangle CAD$.

A) 31° B) 45° C) 53°
D) 30° E) 37°

PROBLEMA Nº 206

En la figura: MN=NH; BM=MA, HC=1 y AD=13. Calcule "θ".



A) 15° B) 18,5° C) 22,5°
D) 26,5° E) 30°

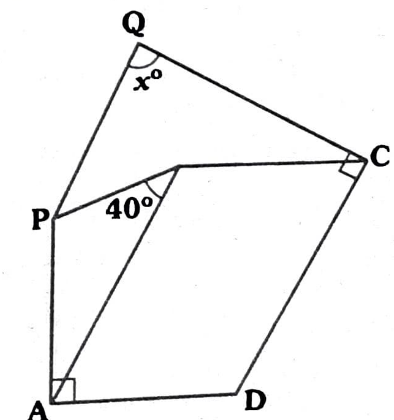
PROBLEMA Nº 207

Se tiene un paralelogramo ABCD, en $\overline{BC}$ se ubica el punto "M" tal que BM=2(MC); luego se ubican los puntos medios "N" y "L" de $\overline{AM}$ y $\overline{ND}$ respectivamente. Calcule "ML" si CD=12.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

PROBLEMA Nº 208

Si ABCD es un romboide, AP=AD y CD=CQ, calcule "x".



A) 90°
B) 80°
C) 100°
D) 140°
E) 85°

PROBLEMA Nº 209

En un cuadrilátero ABCD: $m\sphericalangle BAD = 40°$, $m\sphericalangle BDA = 40°$ y $m\sphericalangle BDC = 20°$. Calcule la medida del ángulo que forman las diagonales, si AB+CD=AD.

A) 30° B) 40° C) 45°

D) 75° E) 60°

PROBLEMA Nº 210

En un cuadrilátero ABCD donde la $m\sphericalangle BAD = m\sphericalangle BCD = 90°$, en $\overline{AD}$ se ubica el punto "H" tal que $\overline{AD} \perp \overline{CH}$. Calcule "BH", si BC=24, HD=15 y $m\sphericalangle ABH = 2(m\sphericalangle HCD)$.

A) 13 B) 15 C) 20

D) $6\sqrt{2}$ E) 30

PROBLEMA Nº 211

Se tiene un trapecio rectángulo ABCD, recto en A y B, se traza $\overline{CH}$ perpendicular a $\overline{BD}$ $(H \in \overline{BD})$. Si $m\sphericalangle BCH = 2m\sphericalangle BDC$, AD=8 y CH=3; calcule "BD".

A) 15 B) 14

C) 10 D) 12

E) 9

PROBLEMA Nº 212

En el cuadrilátero convexo ABCD se cumple que $m\sphericalangle ABD = 50°$, $m\sphericalangle DBC = 80°$, $m\sphericalangle ADB = 100°$ y $m\sphericalangle BDC = 30°$. Calcule la medida del ángulo entre $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$.

A) 60° B) 45°

C) 90° D) 75°

E) 108°

PROBLEMA Nº 213

Se tiene el cuadrilátero convexo ABCD, AB=6, $AD = 6\sqrt{2}$, CD=10, $m\sphericalangle BAD = 105°$ y $m\sphericalangle ADC = 98°$. Calcule BC.

A) $2\sqrt{37}$ B) $2\sqrt{39}$

C) $\sqrt{37}$ D) $\sqrt{39}$

E) $\sqrt{29}$

PROBLEMA Nº 214

Dado el cuadrilátero convexo ABCD, talque $m\sphericalangle BCD = m\sphericalangle CDA$, la bisectriz del ángulo ABC interseca a $\overline{CD}$ en E. Si AB=AD+BC, calcule $m\sphericalangle AEB$.

A) 90° B) 45°

C) 60° D) 120°

E) 135°

PROBLEMA Nº 215

De las cinco proposiciones que siguen, cuatro son verdaderos, y una falsa. Indicar la proposición falsa.

A) Una curva plana simétrica con respecto a dos ejes situados en su plano, se simétrica con respecto al punto de intersección de dichos ejes.

B) Los lados congruentes de un triángulo isósceles son simétricos con respecto a la altura que concurre con ellos.

C) El rombo es una figura simétrica con respecto a cualquiera de sus dos diagonales.

D) El cuadrado es una figura simétrica con respecto a cualquiera de sus lados.

E) El centro de simetría de un rectángulo es el punto de intersección de sus diagonales.

A) FVVFV B) FVFVF C) FVVFV

D) FVVVV E) FVVFF

PROBLEMA Nº 216

En un cuadrilátero ABCD, donde $\overline{AB}$ es paralelo a $\overline{CD}$ (AB<CD), si AB=5, BC=12 y CD=15 $m\sphericalangle ABC = 2[m\sphericalangle ADC]$. Calcule $m\sphericalangle C$.

A) $\frac{143°}{2}$ B) 60° C) 53°

D) 45° E) 37°

PROBLEMA Nº 217

Se tiene el rombo ABCD, se ubica L en $\overline{BC}$ y E en la prolongación de $\overline{AL}$, tal que $m\sphericalangle ABC = 4(m\sphericalangle AEC)$, BC=CE y $m\sphericalangle BCE = 90°$. Calcule $m\sphericalangle CED$.

A) 12° B) 15°

C) 18,5° D) 16°

E) 22,5°

PROBLEMA Nº 218

ABCD es un romboide, PH=2 y HT=5. Calcule la distancia de A hacia $\overleftrightarrow{CD}$.

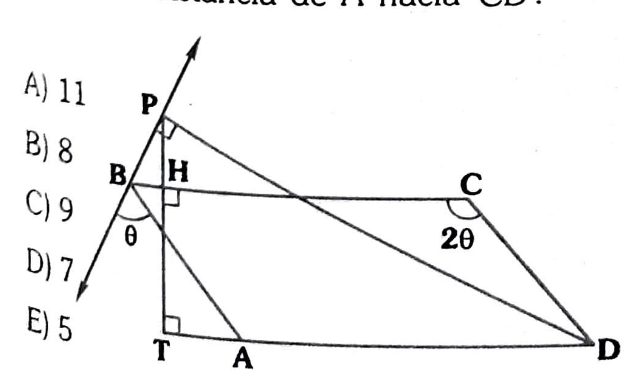
A) 11

B) 8

C) 9

D) 7

E) 5



PROBLEMA Nº 219

Se tiene el cuadrilátero ABCD talque $m\sphericalangle BAD = m\sphericalangle CDA = 2\alpha + 2\theta$, $m\sphericalangle CBD = \alpha$, $m\sphericalangle CDB = \theta$, AB=5, CD=2 y AD=11.

Calcule $m\sphericalangle BCD$.

A) 112°30' B) 118°30'

C) 161°30' D) 61°30'

E) 148°30'

PROBLEMA Nº 220

Si el cuadrilátero convexo ABCD, donde $m\sphericalangle BAC = 30°$, $m\sphericalangle CAD = 50°$, $m\sphericalangle ADB = 60°$ y $m\sphericalangle BDC = 20°$.

Calcule $m\sphericalangle CBD$

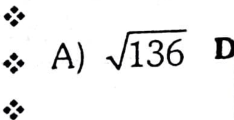
A) 20° B) 30° C) 37°

D) 42° E) 32°

PROBLEMA Nº 221

ABCD y BEFH son cuadrados. Si AD=5 y BH=3.

Calcule DF



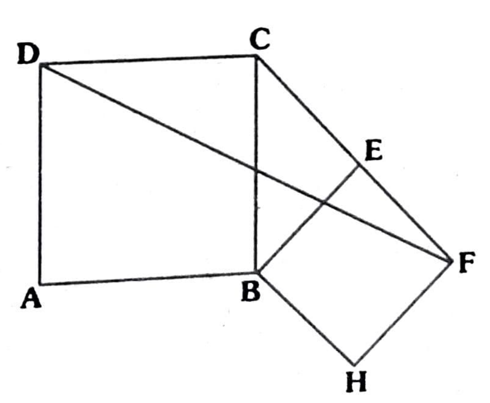
A) $\sqrt{136}$

B) $\sqrt{116}$

C) $\sqrt{110}$

D) 10

E) 12



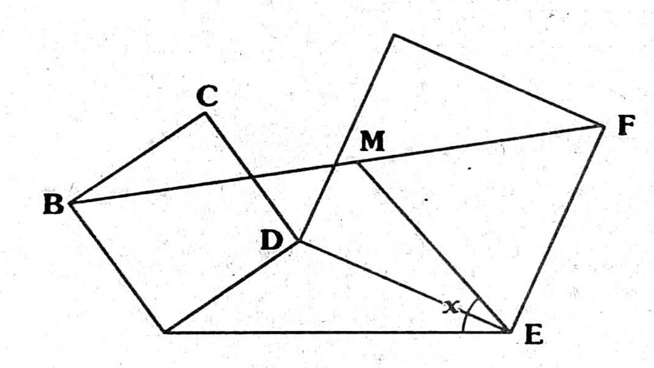
PROBLEMA Nº 222

En el rombo ABCD, obtuso en B, se ubica P en $\overline{AC}$ de modo que $m\sphericalangle PBC=20°$, BP=4 y la distancia de P a $\overleftrightarrow{AD}$ es $2\sqrt{3}$. Calcule $m\sphericalangle BAC$.

A) 10° B) 20° C) 30°
D) 40° E) 37°

PROBLEMA Nº 223

Si ABCD y EDGF son cuadrados y BM=MF. Calcule "x".



A) 37° B) 30° C) 60°
D) 53° E) 45°

PROBLEMA Nº 224

Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si un paralelogramo tiene diagonales perpendiculares, entonces es un cuadrado.

II. Si un cuadrilátero tiene tres lados congruentes y tres ángulos de igual medida entonces es un cuadrado.

III. Si un cuadrilátero tiene tres lados congruentes y dos ángulos de igual medida entonces es un trapecio isósceles.

A) VFV B) FFF C) VFF
D) FVF E) FVV

PROBLEMA Nº 225

Si una recta es coplanar con el cuadrado ABCD y pasa por su centro, si la suma de cuadrados de distancias de los vértices hacia dicha recta es 50. Calcule el perímetro del cuadrado.

A) 40 B) 80 C) 20
D) $20\sqrt{2}$ E) $40\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 226

En el cuadrilátero ABCD, M y N son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ respectivamente. Si para todo punto L de $\overline{AD}$ y Q de $\overline{BC}$ se cumple que MLNQ es un paralelogramo. ¿Qué tipo de cuadrilátero es ABCD?

A) Paralelogramo B) Trapezoide
C) Trapecio D) Rombo
E) Cuadrado

PROBLEMA Nº 227

Un romboide ABCD se ubica el punto medio O de $\overline{AC}$, luego se traza un romboide OMNC tal que "M" se encuentra en la prolongación de $\overline{AB}$, BM=10. Calcule la medida del segmento que tiene por extremos los puntos medios de $\overline{OC}$ y $\overline{ND}$.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 10 E) 2,5

PROBLEMA Nº 228

Se tiene un trapecio isósceles ABCD, AB=BC=CD y $m\sphericalangle BAD=60$. Si "M" es un punto tal que AM=1 y MD=3, además

$AC=\sqrt{3}$, calcule "MC".

A) 4 B) 5 C) $\sqrt{6}$
D) $\sqrt{7}$ E) $2\sqrt{3}$

PROBLEMA Nº 229

En un trapezoide ABCD, AB=BC=CD. Hallar "α" si: $m\sphericalangle A=7\alpha$; $m\sphericalangle B=10\alpha$; $m\sphericalangle D=5\alpha$.

A) 10° B) 20°
C) 30° D) 15°
E) 25°

PROBLEMA Nº 230

Se tiene un cuadrilátero convexo ABCD las diagonales se cortan en P talque:

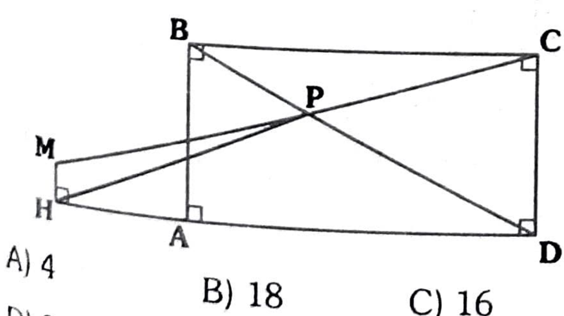
$$m\sphericalangle BAC=m\sphericalangle CAD \quad y$$
$$m\sphericalangle ADB=m\sphericalangle BDC$$
$$m\sphericalangle APD=120°$$

Si AB=4 y CD=3. Calcule AD.

A) 6 B) 8 C) 7
D) 5 E) 9

PROBLEMA Nº 231

Si ABCD es un rectángulo, halle PH, además PM=PC; PD=8 m.



A) 4 B) 18 C) 16
D) 8 E) $8\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 232

Indique verdadero o falso

I. Algún pentágono tiene eje de simetría.

II. Algún pentágono tiene centro de simetría.

III. Todos los polígonos regulares tienen centro de simetría.

A) FFF B) VVV C) VVF
D) VFV E) VFF

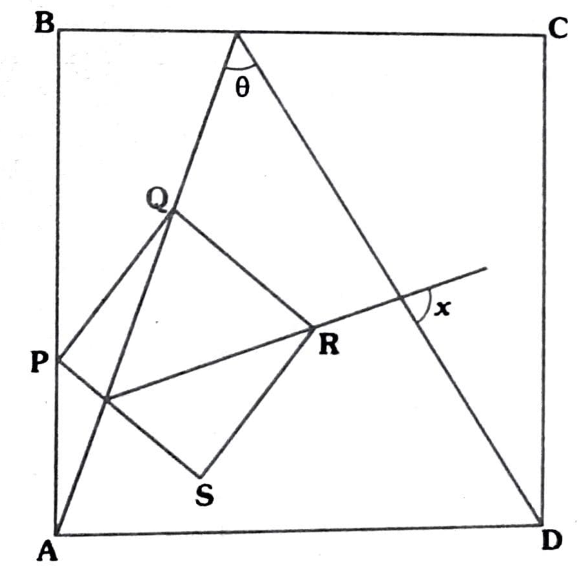
PROBLEMA Nº 233

En un romboide ABCD, las mediatrices de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ se cortan en Q (Q en $\overline{CD}$). Si 6(CQ)=5(AD). Calcule $m\sphericalangle AQD$.

A) 60° B) 74° C) 81°
D) 76° E) 53°

PROBLEMA Nº 234

En el gráfico, AP=PB, ABCD y PQRS son cuadrados. Calcule "x".



A) θ B) 2θ C) 90°−θ
D) 180°−2θ E) 90°−2θ

PROBLEMA Nº 235

Se tiene el trapecio rectángulo ABCD (recto en A y B). Se ubica I y T en $\overline{AB}$ y $\overline{AD}$ respectivamente. Si BC=AI, $m\angle TID=45°$ y $m\angle CDI=m\angle ADI$. Calcule $m\angle ITC$

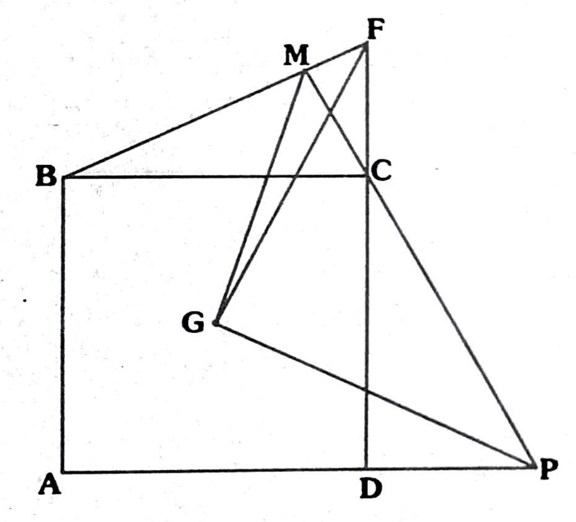
A) 37° B) 45° C) 60°

D) 75° E) 53°

PROBLEMA Nº 236

En el gráfico, ABCD es un cuadrado de centro G, $m\angle DCP=26°30'$ y FG=GP.

Calcule $m\angle FGM$



A) 8° B) 4° C) 14°

D) 18°30' E) 26°30'

PROBLEMA Nº 237

Se tiene el cuadrilátero ABCD, donde $m\angle ADB=50°$, $m\angle CAD=2(m\angle CBD)=20°$ y AD=BC.

Calcule $m\angle ABD+m\angle ACD$

A) 120° B) 110° C) 140°

D) 130° E) 150°

PROBLEMA Nº 238

Se tiene el cuadrilátero ABCD, donde $m\angle ABC=74°$ y $m\angle ADC=53°$. E está en $\overline{AD}$ tal que $\frac{AB}{4}=\frac{BC}{4}=\frac{CD}{3}=ED$.

Calcule $m\angle EBC$

A) 37° B) 30° C) 45°

D) $\frac{37°}{2}$ E) $\frac{53°}{2}$

PROBLEMA Nº 239

Se tiene el rectángulo ABC (recto en B), en $\overline{BC}$ se ubica P, tal que AB=PC y $m\angle ACB=2(m\angle BAP)$.

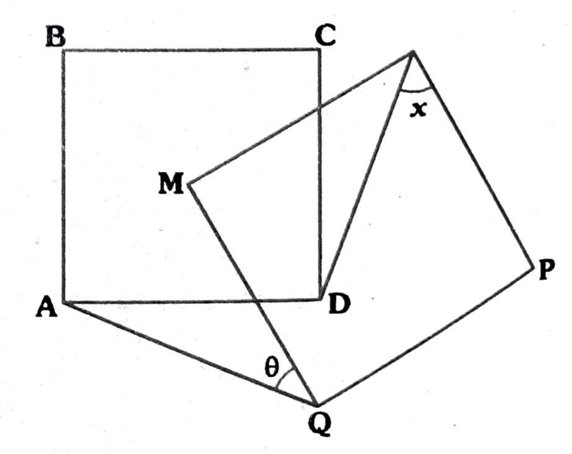
Calcule $m\angle CAD$.

A) 30° B) 27° C) 18°

D) 37° E) 36°

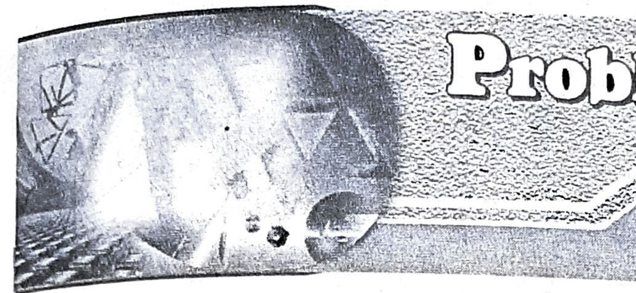
PROBLEMA Nº 240

ABCD y MNPQ son cuadrados M es centro de ABCD. Calcule "x".



A) 2θ B) 90°−θ C) 45°+θ

D) $45°-\frac{\theta}{2}$ E) θ



Problema Nº 241

En rombo ABCD en el lado AB se ubica el punto medio M tal que $CM \cap BD = \{R\}$. Calcule la distancia del punto R al lado $\overline{AD}$ sabiendo que la distancia del punto M a dicho lado mide 6.

A) 6 B) 4 C) $4\sqrt{2}$
D) 3 E) 8

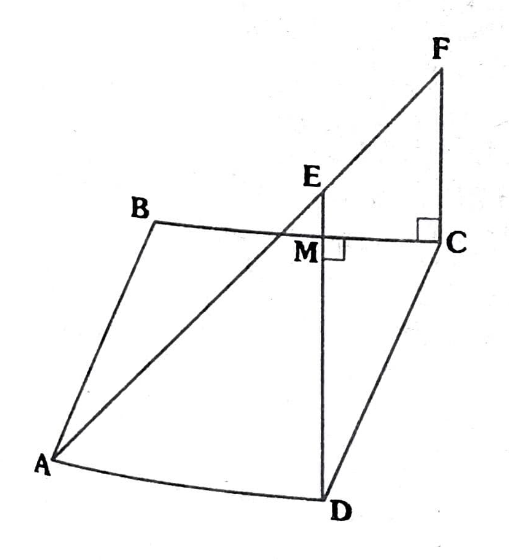
Problema Nº 242

En un cuadrado ABCD, se consideran los puntos medios M y N de $\overline{AD}$ y $\overline{CD}$ respectivamente, siendo Q punto medio de $\overline{MN}$. Halle $m\measuredangle AQC$.

A) 43° B) 106° C) 135°
D) 120° E) 127°

Problema Nº 243

En la figura mostrada, ABCD es un paralelogramo BM=MC y AD=CF, si MF=12m, halle AB.



A) 12 m B) 18 m C) 24 m
D) 30 m E) 36 m

Problema Nº 244

Sobre la prolongación del lado $\overline{AB}$ de un paralelogramo ABCD se toma un punto E, de modo que, AE=AD y el cuadrilátero BECD sea un trapecio isósceles.

Calcule la altura del paralelogramo, si CD=6.

A) $4\sqrt{3}$ B) 4 C) 3
D) $3\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{3}$

Problema Nº 245

En un triángulo ABC, por la parte del lado $\overline{BC}$ exteriormente se toma un punto D de modo que $m\measuredangle ABC = 45°$, $m\measuredangle CBD = 53°$, $AB = 6\sqrt{2}$ y $BD = 20$. Calcule la distancia del punto medio de $\overline{AD}$ a $\overline{BC}$.

A) 4 B) 5 C) 6
D) 8 E) 3

Problema Nº 246

En el trapecio isósceles ABCD, $\overline{BC} // \overline{AD}$, las prolongaciones de los lados $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$. Se cortan en el punto E, tal que, AC=BE, BC=AB.

Calcule la medida del ángulo ACB.

A) 15° B) 36° C) 20°
D) 30° E) 45°

PROBLEMA Nº 247

En un trapecio ABCD, $\overline{BC}//\overline{AD}$, AB=6, BC=8, CD=10, AD=18, las bisectrices interiores de los ángulos A y B se cortan en el punto P, las bisectrices interiores de los ángulos C y D se cortan en el punto Q.

Calcule PQ.

A) 6 B) 3 C) 4
D) 5 E) 8

PROBLEMA Nº 248

En un triángulo ABC, AC=14, $m\sphericalangle C=45^\circ$, sobre el lado $\overline{AB}$ exteriormente se construye un cuadrado de centro O. Halle la distancia del punto O al lado $\overline{AC}$.

A) 5 B) 7 C) 6
D) 3,5 E) 3

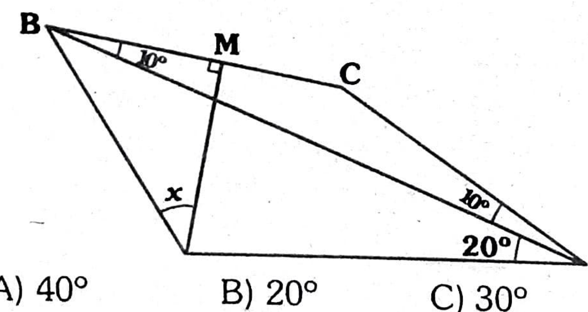
PROBLEMA Nº 249

Sobre los lados no paralelos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ de un trapecio ABCD se toman los puntos E y F, de modo que, $\overline{EF}$ es paralela a las bases, además EF=14, AD=16, $BE=3\cdot EA$, $CF=3\cdot FD$. Calcule BC.

A) 6 B) 7 C) 8
D) 10 E) 12

PROBLEMA Nº 250

Si BM=MC, calcule "x"



A) 40° B) 20° C) 30°
D) 50° E) 45°

PROBLEMA Nº 251

En un cuadrilátero ABCD, punto "M" intersección de diagonales si AM=CD, $m\sphericalangle BAM=m\sphericalangle MDC$, $AB=BM=MD$. Hallar $m\sphericalangle BCA$.

A) 60° B) 45° C) 30°
D) 15° E) 53°

PROBLEMA Nº 252

Indique verdadero o falso:

- En un trapecio rectángulo, cuyas diagonales son perpendiculares, la longitud de la altura de dicho trapecio se puede calcular conociendo las longitudes de sus diagonales.
- En un trapecio isósceles cuyas diagonales son perpendiculares, dichas diagonales determinan con las bases ángulos que miden 45°.
- En un trapecio, la longitud del segmento que tiene por extremos los puntos medios de las diagonales es igual a la longitud de la base menor, entonces las longitudes de la base mayor, menor y la base media están en la razón de 3, 1 y 2.

A) VVV B) VFV C) VVF
D) VFF E) FVV

PROBLEMA Nº 253

En un trapezoide asimétrico ABCM; M, N, L y P son los puntos medios de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ y $\overline{AD}$ respectivamente, en el cual la $m\sphericalangle LMP=48^\circ$, $\overline{NP}$ y $\overline{ML}$ se intersectan en O. La recta paralela a $\overline{ML}$ trazada por P intersecta a la prolongación de $\overline{NQ}$ en $R\left(Q\in\overline{OL}\right)$. Si OM=2QL.

Calcule $m\sphericalangle ORP$.

A) 48° B) 24° C) 42°

D) 62° E) 52°

PROBLEMA Nº 254

En un rectángulo ABCD, "E" es punto medio de $\overline{AB}$ se traza el cuadrado EFGB de centro "O". Si AB=2(BC) y OC=6. Calcule BD.

A) 6 B) $4\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{2}$

D) $3\sqrt{2}$ E) 3

PROBLEMA Nº 255

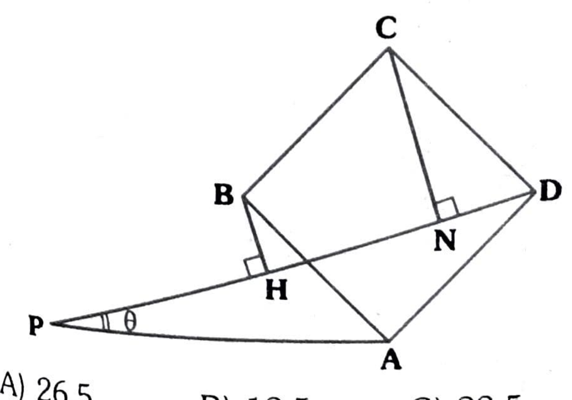
En un rectángulo ABCD se trazan $\overline{BH}\perp\overline{AC}$ $\left(H\in\overline{AC}\right)$ y la bisectriz del ángulo HBD que intersecta en F a $\overline{AD}$. Si: AF=3 y AC=10(AH). Cuánto dista D de $\overleftrightarrow{BF}$

A) $3\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{2}$

D) 6 E) 9

PROBLEMA Nº 256

Del gráfico adjunto, calcule "θ", siendo ABCD un cuadrado, BH=2, ND=3 y NP=11.

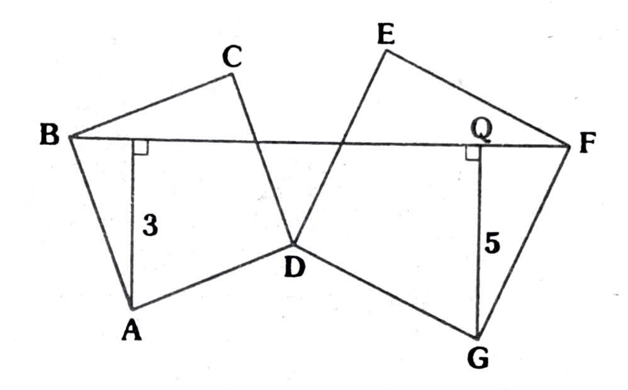


A) 26,5 B) 18,5 C) 22,5

D) 30 E) 15

PROBLEMA Nº 257

Si: ABCD y DEFG son cuadrados. Calcule PQ.



A) 6 B) 9 C) 8

D) 5 E) 10

PROBLEMA Nº 258

En un romboide, se traza $\overline{BH}\perp\overline{AD}$ la cual interseca a $\overline{AC}$ en L y $m\sphericalangle BAC=2(m\sphericalangle CAD)$. Calcule $\dfrac{LC}{CD}$

A) 1 B) 2 C) $\dfrac{1}{2}$

D) $\dfrac{1}{3}$ E) $\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 259

En un paralelogramo ABCD, P es un punto medio de $\overline{AC}$, se traza el cuadrado APQR de modo que $\overline{PQ}\cap\overline{AD}=\{L\}$, siendo la $m\sphericalangle PBC=45°$ y la longitud de la proyección ortogonal de $\overline{AP}$ sobre $\overline{AD}$ es 4u, calcule RD.

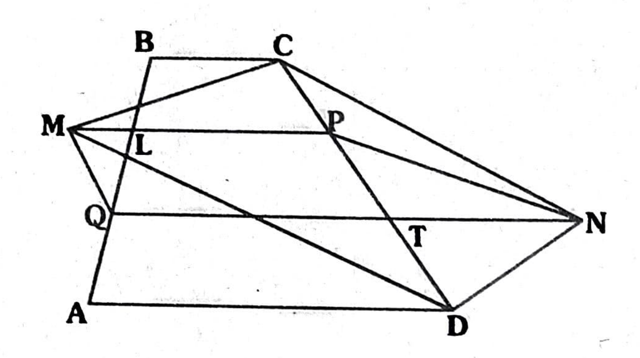
A) $3\sqrt{2}$ B) 8

C) $2\sqrt{2}$ D) 4

E) $4\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 260

Según el gráfico, ABCD y NPMQ son trapecios y MCND es paralelogramo. Si $AD+BC-LP=8$ cm, calcule QT.



A) 10 B) 8 C) 4
D) 5 E) 12

PROBLEMA Nº 261

En un trapecio rectángulo ABCD recto en A y B, AD=6u, BC=2u y M es el punto medio de $\overline{CD}$. Si BM=5u, entonces la medida del ángulo AMB es:

A) 45 B) 53 C) 60
D) 72 E) 74

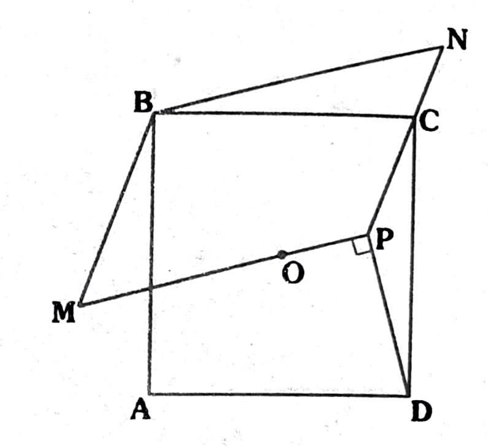
PROBLEMA Nº 262

En un trapecio ABCD, $(\overline{BC}//\overline{AD})$: BD=2AB, P es punto medio de $\overline{BD}$ y $\measuredangle BAD=\measuredangle CPD$. Si CP=a, calcule AD. $(CD>BC)$.

A) 2a B) 3a C) 4a
D) $\frac{3}{2}a$ E) 5a

PROBLEMA Nº 263

En la figura ABCD es un cuadrado de centro O, MBNP es un paralelogramo y PC=CN. Calcule $m\measuredangle CDP$.



A) 15 B) 37/2
C) 53/2 D) 30
E) 45/2

PROBLEMA Nº 264

En un trapezoide ABCD: $\measuredangle B\cong\measuredangle D$. La bisectriz del $\measuredangle A$ interseca en P a $\overline{CD}$ y la bisectriz del $\measuredangle C$ interseca en Q a $\overline{AB}$. Sea L un punto de $\overline{AP}$ de modo que AD=LP; la prolongación de $\overline{DL}$ interseca en M a $\overline{QC}$. Si AL=QM y $m\measuredangle B=9m\measuredangle LDP$. Calcule la $m\measuredangle LDP$.

A) 20° B) 8° C) 10°
D) 15° E) 30°

PROBLEMA Nº 265

En un cuadrilátero ABCD la diagonal $\overline{AC}$ biseca a la diagonal $\overline{BD}$ en el punto "M". Además: AB=BC, AC=CD, $m\measuredangle ABC=90°$. Halle $m\measuredangle ACD$.

A) 60° B) 30° C) 53°
D) 37° E) 45°

PROBLEMA Nº 266

En un cuadrado ABCD sobre $\overline{CD}$ se toma un punto M tal que: $m\measuredangle CBM=30°$, CM=1 cm, y sobre $\overline{MD}$ se ubica el punto "P" (PM=PD) Q en $\overline{BM}$ tal que BQ=BC, $R\in\overline{AQ}$ y $\overline{PR}\,//\,\overline{AD}$. Halle PR.

A) 2 cm B) $\frac{\sqrt{3}+3}{2}$ C) $\sqrt{3}$

D) $\frac{\sqrt{3}-3}{2}$ E) 1,5

PROBLEMA Nº 267

En un cuadrado ABCD sobre $\overline{BC}$ se toma un punto "T" si $\overline{BN}\perp\overline{AT}$, $\overline{DM}\perp\overline{AT}$ (M y $N\in\overline{AT}$) si MC=4 cm. Halle ND.

A) 2 cm B) 4 cm C) 8 cm

D) 6 cm E) 5 cm

RESOLUCIÓN Nº 268

En un cuadrado ABCD sobre $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$ se toman los puntos "M" y "N" tal que: $\overline{AM}$ y $\overline{BN}$ se intersectan en el punto "H" además $m\measuredangle BHM=90°$, $MD=2AH$.

Calcule $m\measuredangle AMD$

A) 45° B) 60° C) 30°

D) 53° E) 37°

PROBLEMA Nº 269

En un paralelogramo ABCD M y N puntos medios de $\overline{DC}$ y $\overline{BM}$. Si la distancia de "M" a AD mide 2 cm y $\overline{AN}=5$ cm.

Calcule $m\measuredangle NAD$.

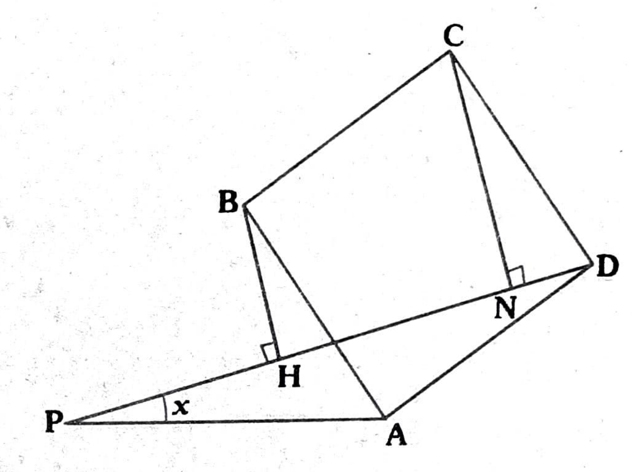
A) 53° B) 30° C) 37°

D) 60° E) 45°

PROBLEMA Nº 270

Del gráfico, ABCD es un cuadrado. Si BH=2 u, ND=3 u y NP=11 u.

Calcule "x".



A) 16° B) 30° C) 37°/2

D) 26° 30' E) 15°

PROBLEMA Nº 271

Se tiene un trapecio ABCD en el cual la razón de la distancia del punto medio del lado no paralelo $\overline{AB}$ hacia $\overline{AD}$ y $\overline{CD}$ es de 1 a 2. Calcule la suma de las longitudes de las bases, si CD=6.

A) 8 B) 10 C) 12

D) 6 E) $6\sqrt{2}$

PROBLEMA Nº 272

Se tiene un paralelogramo ABCD, por C se traza la perpendicular a $\overline{CD}$, la cual intersecta en E a la prolongación de $\overline{AD}$. Si $AD=8u$ y $m\measuredangle CBD=2(m\measuredangle CED)$, calcule ED.

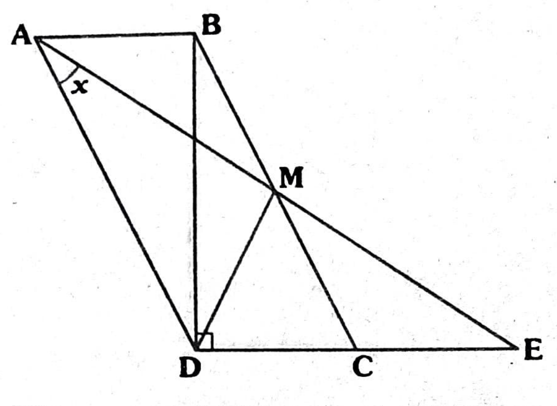
A) 16 B) 8 C) $2\sqrt{2}$ u

D) $4\sqrt{2}$ E) 32

PROBLEMA Nº 273

Según el gráfico, ABCD es un romboide. Si AB=BM=CE y $\overline{DM} \perp AE$.

Calcule "x".



A) 15° B) 30° C) 18°

D) 37° E) $\frac{53°}{2}$

PROBLEMA Nº 274

En un romboide ABCD en el cual $9(AB)=7(BC)$; calcule la medida de su mayor ángulo interno, si las bisectrices exteriores de los ángulos C y D se intersectan en P y $m\measuredangle PBA = 90°$.

A) 90° B) 106° C) 104°

D) 108° E) 120°

PROBLEMA Nº 275

En un paralelogramo ABCD $m\measuredangle BCD = 50°$; en $\overline{BC}$ se ubica el punto T, tal que $m\measuredangle BTA = 20°$. Luego se traza $\overline{BH} \perp \overline{AT}$ $(H \in \overline{TA})$. Calcule la distancia entre los puntos medios de $\overline{HD}$ y $\overline{AC}$, si CD=6 m.

A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{3}$

D) 3 E) 1

PROBLEMA Nº 276

Se tiene un trapecio isósceles ABCD, en $\overline{AD}$ se ubica un punto "E", tal que ABCE es un rombo si BD=AD y $\overline{BD} \cap \overline{CE} = \{F\}$.

Calcule $m\measuredangle BFA$

A) 36° B) 30° C) 54°

D) 72° E) 60°

PROBLEMA Nº 277

En un trapezoide ABCD: $m\measuredangle B = m\measuredangle D = 90$ y $m\measuredangle A = 60$. Si las distancias de A y C a $\overline{BD}$ son 7 y 3 respectivamente, calcule BD.

A) $2\sqrt{3}$ B) 3 C) $4\sqrt{3}$

D) 4 E) 5

PROBLEMA Nº 278

Se tiene un trapecio isósceles ABCD, $\overline{BC} // \overline{AD}$; las diagonales se intersecan en "O" tal que la $m\measuredangle AOD = 60$. Si P, Q y R son puntos medios de $\overline{BO}$, $\overline{CD}$ y $\overline{AO}$ respectivamente, calcule la $m\measuredangle PQR$.

A) 60 B) 75 C) 53

D) 120 E) 90

PROBLEMA Nº 279

Un romboide ABCD se ubica el punto medio O de $\overline{AC}$, luego se traza un romboide OMNC tal que "M" se encuentra en la prolongación de $\overline{AB}$, BM=10. Calcule la medida del segmento que tiene por extremos los puntos medios de $\overline{OC}$ y $\overline{ND}$.

A) 5 B) 6 C) 7

D) 10 E) 2,5

PROBLEMA Nº 280

Se trazan los rombos ABCD y DMNL tal que M es punto medio de $\overline{AC}$ y N es punto medio de $\overline{BC}$. Calcule $m\measuredangle ABC$.

A) 90° B) 120° C) 60°
D) 106° E) 108°

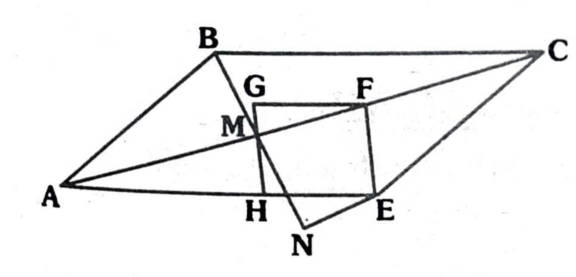
PROBLEMA Nº 281

Se tiene un cuadrado ABCD de centro "O", se ubican los puntos M, N y P en $\overline{AB}$, $\overline{AD}$ y $\overline{OC}$ respectivamente, tal que: OP=3PC y AM=MB=AN. Calcule la medida del ángulo que forman $\overline{PD}$ con $\overline{MN}$.

A) 37° B) 53° C) 45°
D) 60° E) 30°

PROBLEMA Nº 282

En el gráfico, ABCE y EFGH son romboides "M" es punto medio de $\overline{BN}$ y $\overline{GH}$, además $FC=4\mu$. Calcule NE.



A) 6 B) 4 C) 8
D) 2 E) 1μ

PROBLEMA Nº 283

Se tiene un rectángulo ABCD, exteriormente a dicho rectángulo se traza el cuadrado CMNP $(M \in \overline{BC})$. Si: PD=24 cm y BM=10 cm. Calcule la distancia del punto de intersección de las diagonales del rectángulo al centro del cuadrado.

A) 15 B) 17 C) 5
D) 12 E) 13 cm

PROBLEMA Nº 284

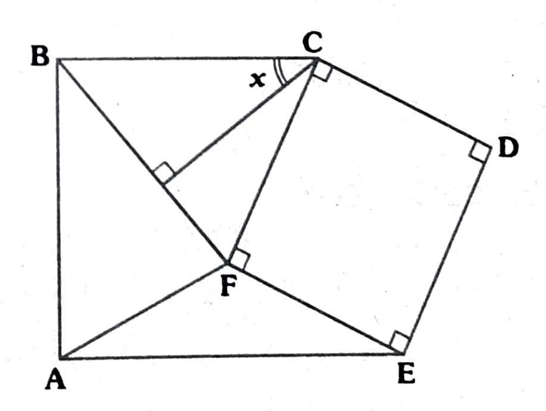
En un rectángulo ABCD, se ubica el punto medio M de $\overline{BD}$ y se traza el cuadrado MNLP de centro "O"; N, L y P en $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ y $\overline{AD}$ respectivamente.

Calcule $m\measuredangle OAP$.

A) 16° B) 26°30' C) 30°
D) 15° E) 18°30'

PROBLEMA Nº 285

En el gráfico, CDEF es un cuadrado y DE=AF. Calcule "x".



A) 30° B) 37° C) 45°
D) 53° E) 60°

PROBLEMA Nº 286

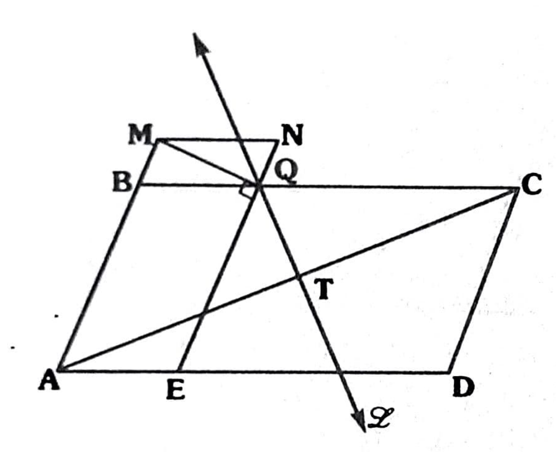
Se tiene un trapecio isósceles ABCD, en $\overline{AD}$ se ubica un punto E tal que ABCE es un rombo, si BD=AD y $\overline{BD} \cap \overline{CE} = \{F\}$.

Calcule $m\sphericalangle BFA$.

A) 36°　B) 54°　C) 72°
D) 60°　E) 30°

PROBLEMA Nº 287

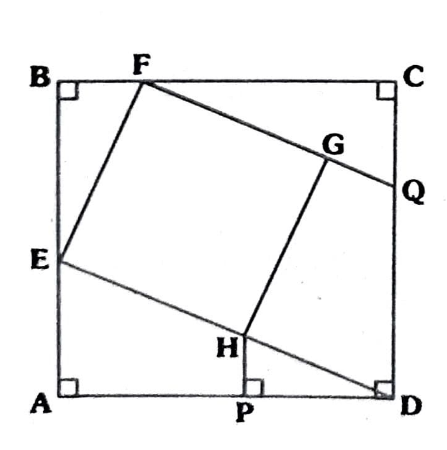
En el gráfico $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$ es mediatriz de $\overline{AC}$, AMNE y ABCD son romboides, $m\sphericalangle BAC = 2m\sphericalangle CAD$ y $AC - 2CD = 18$ cm. Calcule NQ.



A) 10　B) 6　C) 12
D) 8　E) 9

PROBLEMA Nº 288

En el gráfico mostrado ABCD y EFGH son cuadrados. Calcular "EF", si HP=2 y $GQ = \sqrt{5}$.



A) $3\sqrt{5}$　B) 8　C) 4
D) 6　E) $2\sqrt{5}$

PROBLEMA Nº 289

En un trapecio ABCD $\left(\overline{AD} // \overline{BC}\right)$, se ubica el punto medio M de $\overline{CD}$ tal que $\overline{BM} \perp \overline{AB}$ $m\sphericalangle CBA = 120°$, AB=8 y BC=5. Calcule AD.

A) 13　B) 6,5　C) 11
D) 8　E) 10

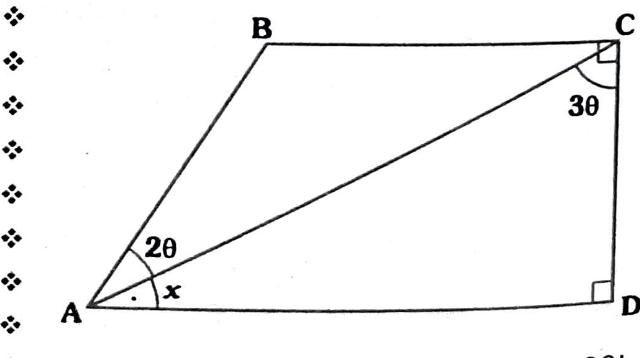
PROBLEMA Nº 290

En un paralelogramo ABCD, en $\overline{BC}$ se ubica un punto M tal que BM=2(MC) y luego los puntos medios N y L de $\overline{AM}$ y $\overline{ND}$ respectivamente.
Calcule ML, si CD=12 cm.

A) 6　B) 9　C) 12
D) 8　E) 10

PROBLEMA Nº 291

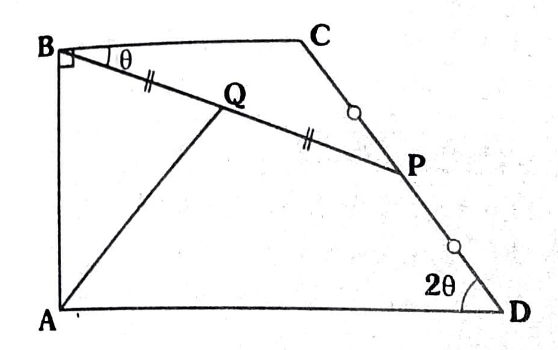
En la figura mostrada, BC=2CD.
Calcular: "x"



A) 15°　B) 18°　C) 22°30'
D) 30°　E) 45°

PROBLEMA Nº 292

Si BC=5; AD=11, calcule AQ.

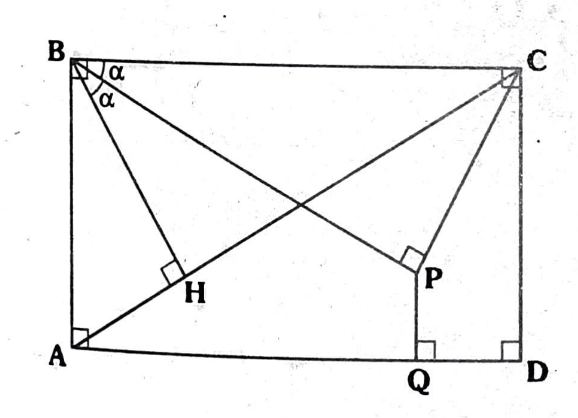


A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{10}$ C) 8

D) 6 E) $2\sqrt{13}$

PROBLEMA Nº 293

Calcule HC, si AB=14 y PQ=8.



A) 6 B) 12 C) 10

D) 11 E) 7

PROBLEMA Nº 294

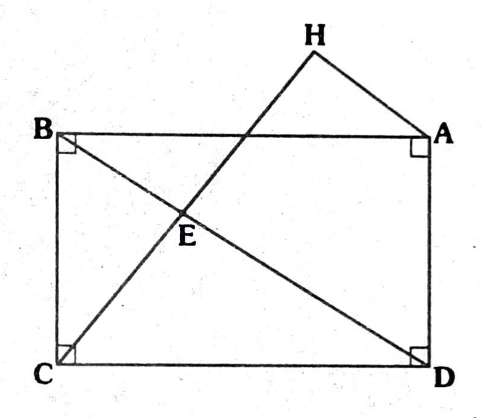
En un trapecio ABCD $\overline{BC}$ (base menor); AB=6; BC=5; CD=4; AD=11. Se traza las bisectrices interiores del ∢A y ∢B las cuales se intersectan en "P" y las bisectrices interiores de ∢C y ∢D las cuales se intersectan en "Q". Calcule PQ.

A) 2,5 B) 4 C) 5

D) 3,5 E) 3

PROBLEMA Nº 295

En el gráfico, HE=EC; BE=3; ED=7. Calcule AH.



A) 3 B) 4 C) 4,5

D) 5 E) 6

PROBLEMA Nº 296

Los ángulos adyacentes a la base mayor de un trapecio suman 90°. Si las bases miden 4 y 8, calcule la medida del segmento que une los puntos medios de las bases.

A) 1 B) 2 C) 3

D) 4 E) 5

PROBLEMA Nº 297

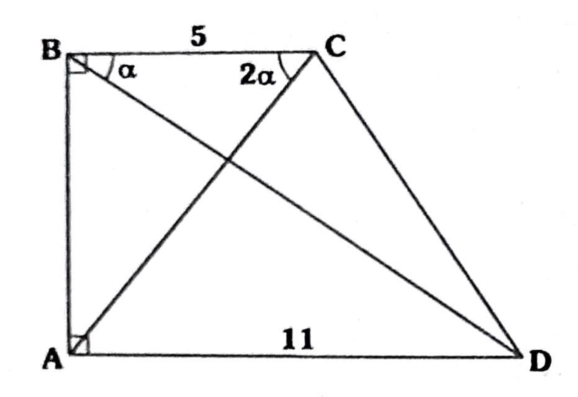
En un trapecio ABCD $(\overline{AB}//\overline{CD})$, m∢A = 2m∢C, AD=10. Calcule la medida del segmento que une los puntos medios de las diagonales.

A) 2 B) 3 C) 4

D) 5 E) 6

PROBLEMA Nº 298

En la figura, calcule AC.

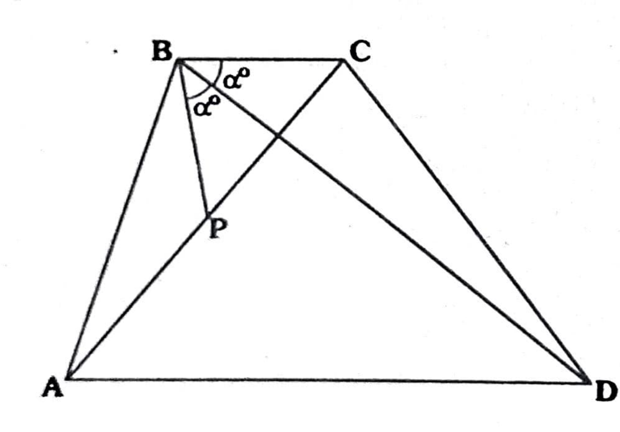


A) 10 B) 9 C) 8

D) 7 E) 6

PROBLEMA Nº 299

En el trapecio ABCD $\left(\overline{BC}//\overline{AD}\right)$: AP=PC y AD=BC+4. Calcule BP.



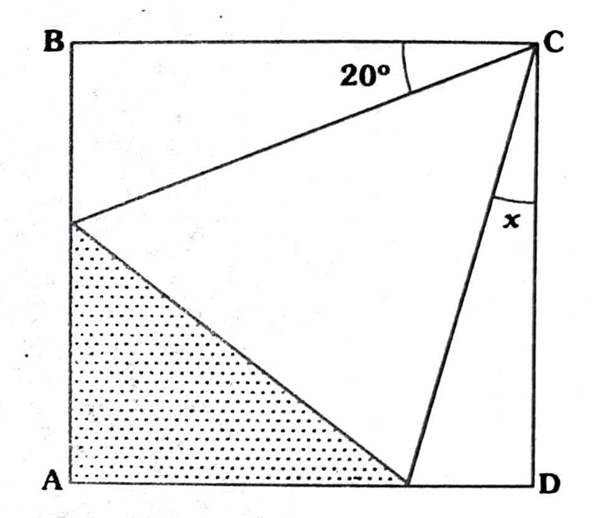
A) 1 B) 2

C) 3 D) 2,5

E) 4

PROBLEMA Nº 300

Si el perímetro de la región sombreada es: 2(AB). Calcule "x".



A) 20° B) 25°

C) $\frac{45°}{2}$ D) 40°

E) 50°

CLAVES DE RESPUESTAS

ANUAL

1. A	10. C	19. B	28. D	37. E	46. B	55. C
2. C	11. B	20. D	29. E	38. A	47. C	56. C
3. D	12. A	21. E	30. A	39. B	48. A	57. A
4. D	13. B	22. E	31. C	40. D	49. B	58. D
5. A	14. D	23. B	32. C	41. A	50. C	59. A
6. B	15. D	24. C	33. D	42. B	51. D	60. A
7. E	16. D	25. C	34. E	43. B	52. C	
8. B	17. D	26. B	35. D	44. C	53. C	
9. C	18. B	27. B	36. A	45. B	54. D	

CEPRE–UNI

61. A	70. C	79. E	88. E	97. B	106. D	115. E
62. C	71. B	80. C	89. *	98. D	107. C	116. *
63. D	72. *	81. E	90. A	99. E	108. A	117. C
64. C	73. B	82. D	91. A	100. A	109. D	118. A
65 A	74. E	83. C	92. D	101. *	110. A	119. A
66. C	75. B	84. E	93. C	102. B	111. B	120. C
67. A	76. B	85. C	94. B	103. B	112. *	
68. E	77. E	86. C	95. B	104. B	113. E	
69. B	78. D	87. C	96. E	105. A	114. D	

(*) Problemas demostrativos

SEMESTRAL

121. D	130. C	139. B	148. A	157. C	166. C	175. B
122. C	131. D	140. D	149. B	158. A	167. C	176. E
123. B	132. A	141. B	150. B	159. D	168. A	177. C
124. A	133. E	142. D	151. C	160. D	169. A	178. D
125 C	134. C	143. A	152. C	161. E	170. A	179. C
126. B	135. A	144. A	153. C	162. D	171. B	180. B
127. D	136. B	145. D	154. A	163. D	172. D	
128. D	137. B	146. B	155. E	164. C	173. A	
129. B	138. D	147. A	156. B	165. A	174. B	

SEMESTRAL INTENSIVO

181. C	190. C	199. E	208. E	217. B	226. C	235. B
182. B	191. D	200. D	209. E	218. C	227. A	236. A
183. B	192. A	201. C	210. C	219. C	228. D	237. D
184. C	193. B	202. D	211. C	220. B	229. A	238. D
185 D	194. B	203. C	212. A	221. B	230. C	239. B
186. A	195. C	204. B	213. A	222. B	231. D	240. B
187. B	196. E	205. E	214. A	223. E	232. E	
188. E	197. E	206. D	215. A	224. D	233. B	
189. E	198. D	207. E	216. C	225. D	234. D	

REPASO

241. E	250. A	259. E	268. C	277. C	286. B	295. B
242. E	251. C	260. C	269. C	278. A	287. E	296. B
243. A	252. A	261. E	270. C	279. A	288. E	297. D
244. E	253. A	262. B	271. D	280. B	289. C	298. E
245 B	254. C	263. B	272. A	281. A	290. B	299. B
246. B	255. A	264. D	273. B	282. B	291. C	300. B
247. D	256. B	265. B	274. B	283. E	292. E	
248. B	257. C	266. D	275. B	284. E	293. B	
249. C	258. B	267. B	276. C	285. C	294. E	

(*) Problemas demostrativos



- **Jaime Escobar Acosta** — Elementos de Geometría - 1990
- **Pedro Puig Adam** — Curso de Geometría Métrica (Tomo 1)
- **Claudi Alsina** — Viaje al país de los rectángulos
- **Flavio Vega Villanueva** — Geometría Plana (4ta. edición)
- **Luis Davidson** — Problemas de Matemática Elemental
- **Material Bibliográfico de diferentes Instituciones Educativas**
- **Cepre - Uni** — Recopilación de Seminarios, Prácticas calificadas y Exámenes parciales.
- **www.perugeometrico.blogspot.com**

CUADRILÁTEROS



INFORMES
Av. ALFONSO UGARTE Nº1310 Of. 212 - BREÑA
423-8154
Lima - Perú